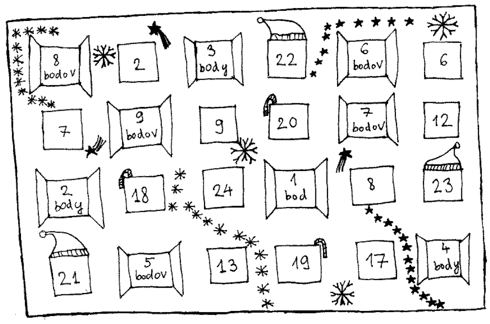
STROM
Korešpondenčný matematický seminár

Čaute,

keď sme si v polke novembra povedali, že to snáď do Vianoc bude opravené, nemohli sme tušiť, že niektorí z nás to zoberú doslovne. Našťastie Vianoce sú už za rohom, a tak pre vás konečne máme konečné poradie a kopu iných vecí. Krásne čítanie a sviatky vám prajú

Vaši **STROM**isti



Vianočný Maxiklub

Aj vy si už hovoríte, že k tej pravej vianočnej atmosfére už chýba len popoludnie strávené s vašimi milovanými **STROM**istami? Tak príďte v piatok 22.12.2017 na Vianočný Maxiklub! Všetkých nás (možno aj spolu s jedlom zadarmo) nájdete medzi 14.30 a 19.00 v miestnosti SJSP19 na PF UPJŠ, Jesenná 5, Košice. Určite neváhajte prísť a samozrejme aj doniesť niečo fajné :).

1.

Opravovali: Kristín Mišlanová, Kubo Genči
Počet riešiteľov: 88

Celé čísla $a,\ b,\ c$ spĺňajú rovnosť $a+b+c=bc$. Dokážte, že číslo $(a+b)(a+c)$ je deliteľné 4.

Riešenie:

Zo zadanej rovnosti si môžeme vyjadriť a. Dostávame:

$$a = bc - (b+c).$$

Výsledok si dosaďme za a do výrazu $(a+b)(a+c)$. Úpravami sa dopracujeme do tvaru:

$$\begin{gathered}(a+b)(a+c)\\(bc-(b+c)+b)(bc-(b+c)+c)\\(bc-c)(bc-b)\\c(b-1)b(c-1)\\b(b-1)c(c-1)\end{gathered}$$

Teraz si len stačí uvedomiť, že súčin $b(b-1)$ je súčin dvoch za sebou idúcich celých čísel. To znamená, že jedno z týchto čísel je párne. Rovnako to platí aj pre súčin $c(c-1)$. Vieme teda, že násobíme dve párne a dve nepárne čísla. Z toho vyplýva, že v prvočíselnom rozklade súčinu $(a+b)(a+c)$ sú minimálne dve dvojky, a teda výsledný súčin bude deliteľný štyrmi.

Komentár: Táto úloha skutočne splnila svoju úlohu ako 1tka, o čom svedčí veľa 9 bodových riešení. Pár chýb sa ale našlo, a preto odporúčame myslieť na to, že úlohu musíte riešiť vždy vo všeobecnosti. Nie je v poriadku si niekde v strede riešenia prehlásiť, že c a b budú párne atď. Je nutné vždy rozobrať všetky možnosti, aj keď sa nám zdajú zrejmé, pretože pojem toho čo je zrejmé sa veľmi líši od človeka k človeku, a opravovatelia vždy radšej vidia veci pekne vysvetlené (:

2.

Opravovali: Matúš Hlaváčik, Kubo Genči
Počet riešiteľov: 75

Deti sú rozdelené do 3 tímov – červeného, zeleného a modrého. Na začiatku je v červenom tíme c detí, v zelenom z detí a v modrom m detí. Keď sa stretnú dve deti z rôznych tímov, tak sa obaja pridajú k tímu tej farby, ktorú nemal ani jeden z nich. V závislosti od c, m, z zistite, či je možné, aby po čase skončili všetky deti v jednom tíme.

Riešenie:

Najprv je potrebné si uvedomiť čo sa stane, keď sa stretnú deti z dvoch rôznych tímov. Nech to je napríklad jedno dieťa z červeného a druhé z modrého. Po ich stretnutí budú počty detí v tímoch nasledovné: $c-1$, $m-1$, $z+2$. Tu si je dobré všimnúť, že rozdiel počtu detí v modrom a červenom tíme sa nezmenil ($(c-1)-(m-1)=c-1-m+1=c-m$), ale rozdiel počtu detí v modrom a zelenom tíme sa zmenil o 3 ($(z+2)-(m-1)=z+2-m+1=z-m+3$), a rovnako aj rozdiel počtu detí v červenom a zelenom tíme.

Toto zjavne platí aj vo všeobecnosti, takže vieme, že ak sa stretnú dve deti z dvoch rôznych tímov, tak rozdiel počtu detí v týchto tímoch sa nezmení, ale rozdiel počtu oboch z týchto tímov s tretím tímom sa zmení o 3. To znamená, že ak rozdiel počtu detí má nejaký zvyšok po delení tromi, tak tento zvyšok sa nám počas celého stretávania nezmení.

Na konci chceme dostať stav, kde budú všetci v jednom tíme a v zvyšných tímoch bude po 0 detí. To znamená, že rozdiel počtu detí v dvoch prázdnych tímoch je 0, čo je deliteľné 3. Na základe tohto a ešte toho, že sme si dokázali, že rozdiely medzi tímami sa menia len o násobky 3 vieme, že aj na začiatku (keď sa ešte nikto nestretol) musí platiť to, že v niektorých dvoch tímoch musí byť taký počet detí, že ich rozdiel je deliteľný troma.

Teraz nám už len treba nájsť spôsob akým sa budú deti stretávať, aby sme si overili, či naozaj vždy ak existujú dva tímy, ktoré majú rozdiel deliteľný 3, tak sa vieme dopracovať do stavu, že všetky deti budú v jednom tíme. BUNV si povedzme, že medzi zeleným a modrým tímom máme rozdiel deliteľný troma, a teda chceme všetky deti dostať do červeného tímu. Ďalej si môžeme povedať, že v modrom tíme je viac detí ako v zelenom. Označme si počty detí v týmoch nasledovne:
z detí v zelenom tíme, $z+3k$ detí v modrom tíme, c detí v červenom tíme.

Teraz budeme stretávať deti zo zeleného a modrého tímu dovtedy, dokým nebude zelený tím prázdny:
0 detí v zelenom tíme, $3k$ detí v modrom tíme, $c+2z$ detí v červenom tíme.

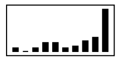
Teraz k-krát zopakujeme "trojstretnutie": stretnú sa deti z modrého a červeného tímu, potom dvakrát deti zo zeleného a modrého tímu. Keď si to zrátame, tak jedným takým "trojstretnutím" sa v konečnom dôsledku presunú 3 deti z modrého do červeného tímu a nemôže nastať situácia, kde by sme očakávali stretnutie dieťaťa z tímu, kde momentálne nie sú žiadne deti.

Z tohto všetkého vieme, že aby mohli po čase skončiť všetky deti v jednom tíme, tak medzi c, m a z musia byť aspoň dve čísla, ktorých rozdiel je deliteľný troma. Ak to tak nie je, tak žiadaná situácia (všetky deti v jednom tíme) nastať nemôže.

Komentár: Väčšina z vás prišla na fintu s deliteľnosťou tromi, no zabudla overiť, či všetky také rozloženia detí naozaj môžu po istom čase dospieť k tomu, že všetky deti budú v jednom tíme. Ďalšou častou chybou bolo, že ste si neuvedomili, že v jednom z tímov môže byť na začiatku veľmi málo detí, a teda vyrovnanie počtu dvoch tímov vyžaduje aj niečo iné ako len prehlásenie, že ak sa to mení o 3, tak sa to bude dať vyrovnať ak je rozdiel deliteľný troma.

3.

Opravovala: Janka Baranová
Počet riešiteľov: 57

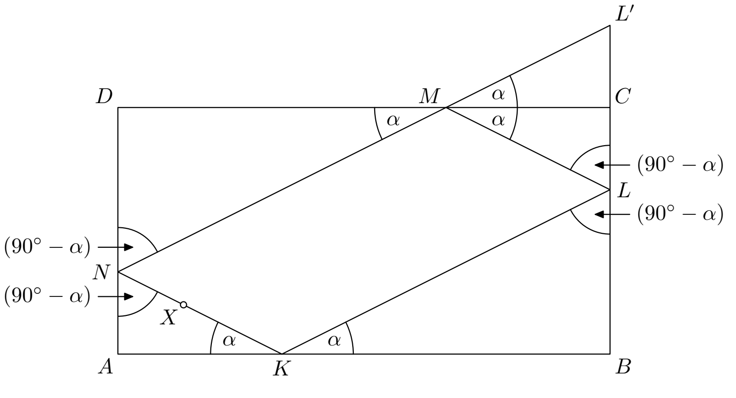


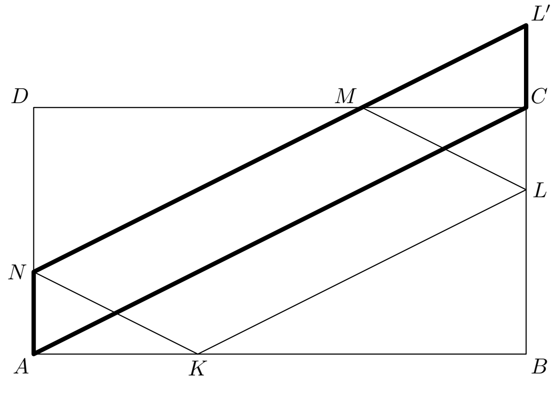
Biliardový stôl má tvar obdĺžnika $ABCD$. Nech $XKLMNX$ je dráha biliardovej gule, ktorá sa z bodu X dostane po odraze od všetkých štyroch strán biliardového stola naspäť na pôvodné miesto, t.j. body K, L, M, N ležia postupne na stranách AB, BC, CD, DA. Dokážte, že $KLMN$ je rovnobežník a dĺžka cesty nezávisí od polohy bodu X. Vyjadrite ju.

Riešenie:

Majme danú polohu gule na bode X. Z tohto bodu guľa putuje do bodu K (na strane AB) pod uhlom α a odrazí sa pod rovnakým uhlom do bodu L (na strane BC). Guľa putuje k strane BC pod uhlom $90-\alpha$ (to máme z pravouhlého trojuholníka KLB) a odrazí sa znovu pod rovnakým uhlom do bodu M, pod uhlom α sa od strany CD odrazí do bodu N, kde sa odrazí od strany AD pod uhlom $90-\alpha$ a putuje znovu cez bod X do bodu K.

Keď sa pozrieme na vnútorné uhly 4-uholníka $KLMN$, tak protiľahlé uhly NKL a NML sú $180-2\alpha$ a KNM a KLM sú 2α. Keďže protiľahlé uhly 4-uholníka sú zhodné, tak sa jedná o rovnobežník.





Vrhnime sa teraz na druhú časť úlohy, a to vyjadrenie dĺžky trasy biliardovej gule. Premietnime si bod L v osovej súmernosti podľa osi CD do bodu L'. Keďže sa jedná o osovú súmernosť (zhodné zobrazenie), tak $|\sphericalangle LMC| = |\sphericalangle L'MC| = \alpha$ a $|LM| = |L'M|$. Keďže aj $|\sphericalangle NMD| = \alpha$, tak body N, M, L' ležia na priamke (keďže NMD a $L'MC$ sú zhodné vrcholové uhly).

Vráťme sa späť k vyjadreniu dĺžky trasy, tá je rovná $|KL| + |LM| + |MN| + |NK| = |MN| + |LM| + |MN| + |LM| = 2 \cdot (|MN| + |LM|)$ (keďže $KLMN$ je rovnobežník). Keďže $|LM| = |L'M|$, tak dĺžka je $2 \cdot (|MN| + |L'M|) = 2 \cdot |NL'|$.

Dĺžka úsečky NL' vyzerá rovnako dlhá ako dĺžka uhlopriečky AC. Skúsme to teraz ukázať. Úsečka AC je vlastne posunutá NL' o dĺžku $|NA| = |L'C|$, keďže sú rovnobežné a rovnako dlhé (čo vyplýva zo zhodnosti trojuholníkov KAN a MCL' podľa vetu *usu* sa zhodujú vo všetkých uhloch a $|NK| = |L'M|$).

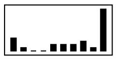
Dĺžka dráhy je 2-krát dĺžka uhlopriečky obdĺžnika $ABCD$, a teda nezávisí od polohy bodu X, len od veľkosti biliardového stola.

Komentár:

Úloha mala celkom úspech, minimálne prvú časť zvládol takmer každý. Z riešení som mala pocit, že nie každý vie, že pri zhodnosti a podobnosti trojuholníkov je nutné dodržiavať poradie vrcholov, ktoré si navzájom odpovedajú. Tak sa tým do budúcna riaďte. Taktiež si dávajte pozor na preklepy – pri geometrii a pomenuvávaní vrcholov a uhlov je to veľmi dôležité, ťažko sa potom skúma, čo ste mysleli a všetko to, čo ste napísali zrazu vôbec nedáva zmysel a nie je to správne.

4. **Opravovali: Dano Onduš, Žanetka Semanišinová**

Počet riešiteľov: 28



Na tabuli je napísaných $n > 3$ rôznych prirodzených čísel, ktoré sú nanajvýš $(n-1)!$. Pre každú dvojicu čísel $a > b$ na tabuli si do zošita zapíšeme čiastočný podiel (výsledok po celočíselnom delení) čísel a a b. (Teda ak $a = 47$ a $b = 7$, tak si zapíšeme 6.) Dokážte, že sme si do zošita zapísali aspoň 2 rovnaké čísla.

Riešenie:

Označme $a_1 < a_2 < \cdots < a_n$ čísla na tabuli zoradené od najmenšieho po najväčšie. Následne označme x_1, x_2, ..., x_{n-1} podiely čísel tak, že $a_{k+1} = a_k x_k$ pre všetky k od 1 do $n-1$. Preto platí $a_n = a_1 x_1 x_2 \dots x_{n-1}$. Ak označíme y_k dolnú celú časť z x_k, tak y_k predstavuje príslušný celočíselný podiel a dostávame $a_n \geq a_1 y_1 y_2 \dots y_{n-1}$.

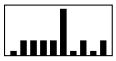
Vieme, že všetky čiastočné podiely musia byť navzájom rôzne a zároveň sú to prirodzené čísla. Preto to musia byť aspoň čísla od 1 po $n-1$ a a_1 musí byť aspoň 1. Naša nerovnosť teraz vyzerá takto: $a_n \geq (n-1)!$. Jediný prípad, kedy nastane rovnosť, je práve vtedy, keď $a_1 = 1$ a $x_k = y_k$ pre všetky k od 1 po $n-1$. V takom prípade je ale úplný podiel dvoch čísel 1, čo znamená, že sa rovnajú. To je v spore so zadaním, čiže $a_n > (n-1)!$.

Komentár: Najdôležitejšou vecou bolo, aby ste si čísla zoradili podľa veľkosti a následne uvažovali podiely medzi susednými z nich, čím ste pomerne ľahko vedeli prísť k hľadanej nerovnosti. Mnohí z vás však uvažovali podiely medzi číslami v nejakom fixnom poradí, v ktorom nemuseli byť. V skutočnosti je pre spor úplne jedno, v akom poradí tieto podiely sú, čo vidno aj zo vzoráku.

Ešte pár technických pripomenutí. Rozdiel je výsledok odčítania, podiel je výsledok delenia. Je fajn tieto dve slová rozlišovať. Nikdy neoznačujte postupnosť čísel ako n_n, opravovateľom nemusí byť jasné, čo je v tomto prípade index, ktorým ju číslujete. A nebojte sa používať klávesu enter. To, že je taká veľká, má svoj dôvod.

5. **Opravoval: Maťo Vodička**

Počet riešiteľov: 20



Nech α je dané reálne číslo. Nájdite všetky funkcie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ také, že pre všetky reálne čísla x, y platí

$$f(f(x+y)f(x-y)) = x^2 + \alpha y f(y).$$

Riešenie:

Keďže podmienka zo zadania má platiť pre všetky dvojice reálnych čísel, tak platí aj pre nejaké konkrétne. Skúsme preto dosadiť $x = y = 0$. Dostávame, že platí $f(f(0)^2) = 0$. Ďalej dosaďme $x = 0$ a y ľubovoľné. Dostávame

$$f(f(y)f(-y)) = \alpha y f(y).$$

Za y môžeme ešte stále niečo dosadiť. Vzťah by sa veľmi zjednodušil, keby $f(y) = 0$. My však také y máme – je to $y = f(0)^2$. Ak to dosadíme za y, tak máme $f(0) = 0$. To nie je zlé, vypočítali sme funkčnú hodnotu v nule.

Bolo by fajn nejako využiť $f(0) = 0$. Skúsme preto dosadiť $x = y = t$, pre hocijaké reálne číslo t. Na ľavej strane sa nám výraz totiž zjednoduší, lebo dostaneme $f(x-y) = f(t-t) = 0$. Máme $0 = t^2 + \alpha t f(t)$. Vidíme, že v prípade $\alpha = 0$ je to zjavná blbosť, $(t^2 = 0)$, preto pre $\alpha = 0$ neexistuje žiadna funkcia. Ak $\alpha \neq 0$ a $t \neq 0$, tak to môžeme predeliť a dostávame, že pre všetky nenulové t platí $f(t) = -t/\alpha$. No v skutočnosti platí aj pre $t = 0$, lebo $f(0) = 0$. Našli sme teda jedinú možnú vyhovujúcu funkciu. Na to, aby sme zistili, či naozaj vyhovuje, ju proste dosadíme a urobíme skúšku.

Dostávame, že $-(x^2 - y^2)/\alpha^3 = x^2 - y^2$. Toto zjavne platí len pre $\alpha^3 = -1$, čiže $\alpha = -1$.

Preto v prípade $\alpha \neq -1$ úloha nemá riešenie a v prípade $\alpha = -1$ vyhovuje jediná funkcia, a to $f(x) = x$.

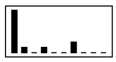
Komentár: Vidíte, že úloha nebola veľmi náročná, stačili tri správne (a nie nejak extra trikové) dosadenia a dostali ste predpis. Napriek tomu toto riešenie našli len dvaja z vás. Ostatní sa snažili dokázať a využiť nepárnosť funkcie f zo vzťahu $\alpha y f(y) = -\alpha y f(-y)$, ktorý sa dal dostať po pár dosadeniach. Problém však bol s tým, že v prípade $\alpha = 0$ boli problémy a tiež, že z tohto nevyplýva nepárnosť v 0 (t.j. $f(0) = 0$). Potom totiž nepárnosť nešla všeobecne použiť.

Tiež by som upozornil na to, že funkcia môže hocijakému číslu priradiť hocijaké číslo, to znamená, že nemôžete pri riešení predpokladať, že funkcia je „pekná“, t.j. že sa dá zapísať nejakým vzorcom. Ak chcete vidieť nejaký protipríklad, tak si zoberme rovnicu, ktorá sa dala dostať dosadením $y = 0$, a to $f(f(x)^2) = x^2$. Niektorí z vás už z tejto rovnice vyvodili len „pekné“ riešenia rovnice. Tejto rovnici však vyhovuje aj takáto funkcia (napr.):

$$f(x) = \begin{cases} 2^{2^t} \text{ ak } x = 3^{2^t},\ t \in \mathbb{Z} \\ 3^{2^t} \text{ ak } x = 2^{2^t},\ t \in \mathbb{Z} \\ x \text{ inak} \end{cases}$$

6.

Opravoval: Peťo Kovács
Počet riešiteľov: 12

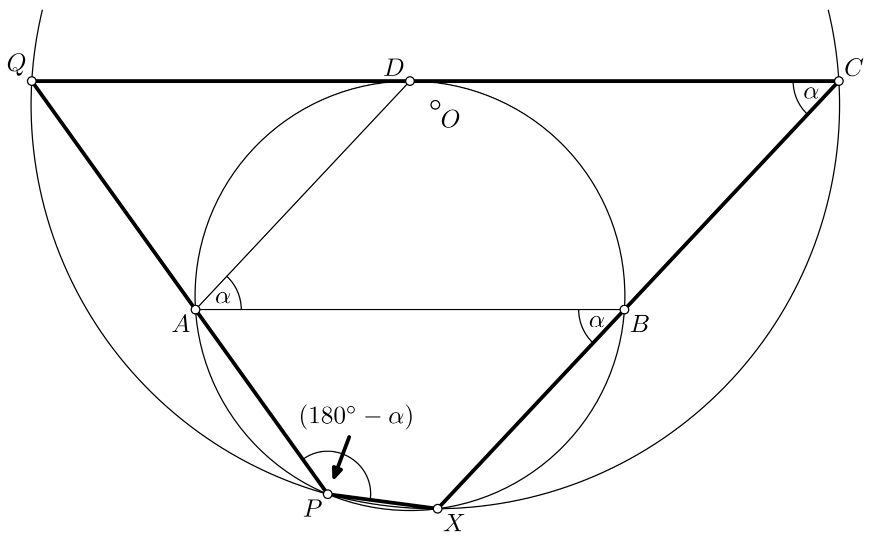


ABCD je rovnobežník s ostrým uhlom *DAB*. Body A, P, B, D ležia na jednej kružnici v tomto poradí. Priamky AP a CD sa pretínajú v bode Q. Bod O je stred kružnice opísanej trojuholníku CPQ. Dokážte, že ak $D \neq O$, tak priamky AD a DO sú na seba kolmé.

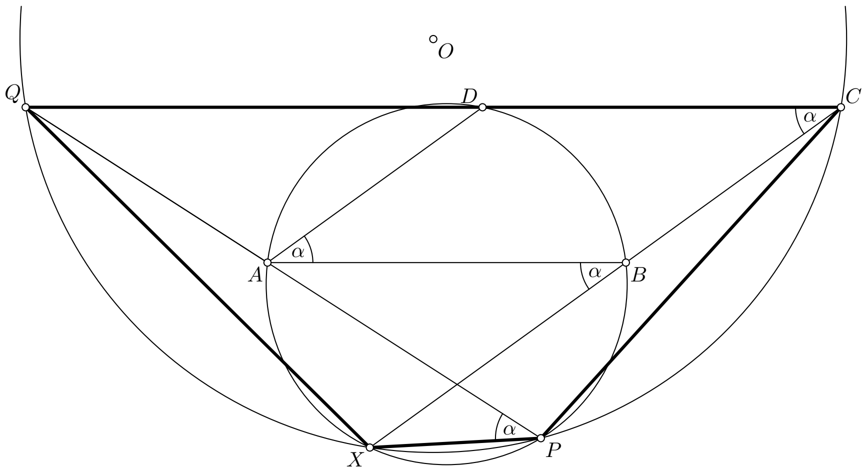
Riešenie:

Označme si kružnicu, na ktorej ležia body A, P, B, D ako k. Ďalej označme $|\sphericalangle BAD|$ ako α. Keďže $ABCD$ je rovnobežník, tak aj $|\sphericalangle BCD| = \alpha$. Rozoberme 4 možnosti podľa polohy priamky BC ku kružnici k, konkrétne podľa toho, ako priamka pretne kružnicu:

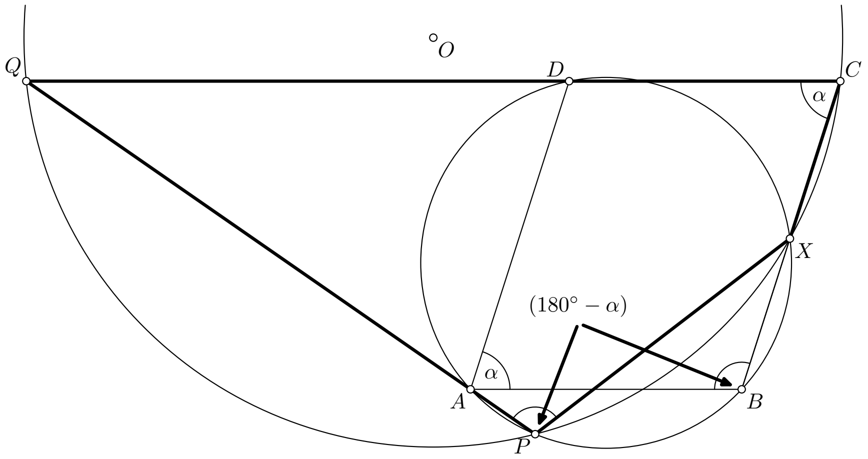
1. **Priamka BC pretne kružnicu v bode X, ktorý sa nachádza na polpriamke opačnej k polpriamke BC. Bod P leží na oblúku medzi A a X.** Vieme, že $|\sphericalangle ABX| = \alpha$, pretože je striedavý s $\sphericalangle BAD$. Pozrime sa ďalej na tetivu AX. $|\sphericalangle APX| = 180° - |\sphericalangle ABX| = 180° - \alpha$, pretože sa nachádzajú nad rovnakou tetivou, ale v opačných polrovinách, určených touto tetivou, zatiaľ čo $|\sphericalangle ADX| = \alpha$, pretože je v rovnakej polrovine. Ďalej $|\sphericalangle DXC| = |\sphericalangle ADX| = \alpha$, pretože sú striedavé.



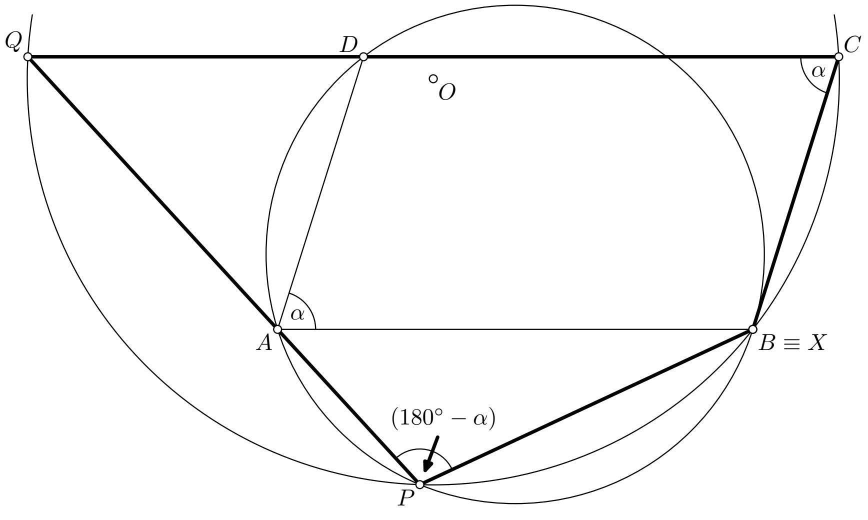
2. **Priamka BC pretne kružnicu v bode X, ktorý sa nachádza na polpriamke opačnej k polpriamke BC. Bod P leží na oblúku medzi X a B.** Vieme, že $|\sphericalangle ABX| = \alpha$, pretože je striedavý s $\sphericalangle BAD$. Pozrime sa ďalej na tetivu AX. $|\sphericalangle APX| = |\sphericalangle ABX| = |\sphericalangle ADX| = \alpha$, pretože sú obvodové. Ďalej $|\sphericalangle DXC| = |\sphericalangle ADX| = \alpha$, pretože sú striedavé.



3. **Priamka BC pretne kružnicu v bode X, ktorý sa nachádza na úsečke BC.** Keďže $ABCD$ je rovnobežník, tak $|\sphericalangle ABC| = 180° - \alpha$. Uhol APX je obvodový k $\sphericalangle ABX$, a teda $|\sphericalangle APX| = |\sphericalangle ABX| = |\sphericalangle ABC| = 180° - \alpha$. Ďalej $|\sphericalangle DXB| = 180° - |\sphericalangle DAB| = 180° - \alpha$, pretože sa nachádzajú nad rovnakou tetivou, ale v opačných polrovinách. Potom $|\sphericalangle DXC| = 180° - |\sphericalangle DXB| = \alpha$, pretože sú susedné.



4. **Priamka BC pretne k v jedinom bode B, teda totožnom s bodom X.** Keďže $ABCD$ je rovnobežník, tak $|\sphericalangle ABC| = 180° - \alpha$. Ďalej $|\sphericalangle APX| = |\sphericalangle APB| = |\sphericalangle ABC| = 180° - \alpha$, pretože sa jedná o dvojicu úsekových uhlov. Ďalej $|\sphericalangle DXC| = |\sphericalangle DAX| = \alpha$, pretože sa opäť jedná o úsekové uhly.



Všimnime si teraz štvoruholník $PXCQ$ (pre prípady 1, 3 a 4). Keďže uhly $|\sphericalangle XPA| = |\sphericalangle XPQ|$ a $|\sphericalangle QCX|$ majú vo všetkých 3 možnostiach v súčte 180°, tak tento štvoruholník je tetivový. V prípade 3 si stačí všimnúť, že $|\sphericalangle QPX| = |\sphericalangle QCX|$, z čoho takisto dostaneme, že $XPCQ$ ležia na jednej kružnici. V každom prípade teda XC je tetiva kružnice opísanej trojuholníku QPC. Vieme, že stred kružnice leží vždy na osi ľubovoľnej tetivy. Ďalej už len stačí poznamenať, že os XC bude na XC kolmá, a teda bude kolmá aj na AD, keďže sa jedná o rovnobežku s XC.

Nakoniec ukážeme, že os XC prechádza bodom D a teda, že úsečka OD bude na tejto osi ležať (za predpokladu, že $O \neq D$). Všimnime si, že $|\sphericalangle DXC| = |\sphericalangle DCX| = \alpha$, a teda trojuholník XCD je rovnoramenný so základňou XC. Tým pádom os tejto strany prechádza vrcholom D trojuholníka nad základňou.

Komentár: Riešenia, ktoré sa vybrali správnym smerom boli 3. Dve riešenia sa snažili o postup zhruba ako vo vzorovom riešení, no buď ošetrili len nejaký konkrétny prípad, alebo zabudli na nejakú možnosť. Jediné riešenie, ktoré bolo správne bolo riešené analytickou geometriou. Pre dĺžku a neprehľadnosť sme toto riešenie ako vzorové neuvádzali.

Autori vzorových riešení: Florián Hatala, Matúš Hlaváčik, Henrieta Micheľová, Roman Staňo, Peter Kovács, Daniel Onduš, Martin Vodička, Jakub Genči

Konečné poradie Zimného semestra 42. ročníka

P.	Meno a priezvisko	Kat.	Škola	PS	1.	2.	3.	4.	5.	6.	CS
1.	Norbert Micheľ	S1	GPostKE	52	9	9	9	9	9	-	106
2.	Samuel Krajči	S3	GAlejKE	54	9	9	9	9	8	6	104
3.	Timea Szöllősová	S2	GAMČA	52	9	9	4	9	9	-	96
4.	Matej Hanus	S2	GPostKE	48	9	9	9	9	4	-	92
5.	Martin Števko	S3	GAlejKE	54	9	9	9	9	0	-	90
6.	Martin Masrna	S4	GPostKE	43	9	9	9	9	5	0	84
7.	Frederik Ténai	S1	GKatkKE	36	9	9	9	-	7	-	79
8. - 9.	Viktória Brezinová	S3	GAlejKE	36	9	9	9	9	5	-	77
	Róberta Juríková	S3	GVBNPD	36	9	9	9	9	5	-	77
10.	Štefánia Glevitzká	S3	GVBNPD	35	9	9	9	9	5	-	76
11.	Branislav Pastula	S2	GPostKE	27	9	9	8	9	-	6	74
12.	Matej Moško	S3	GAMČA	43	9	5	8	6	2	-	73
13.	Dorota Porubská	S2	GLeoBJ	31	9	9	9	4	3	-	68
14. - 15.	Filip Csonka	S3	GAlejKE	24	9	8	9	9	7	0	66
	Lujza Milotová	S1	GPostKE	35	9	7	6	-	-	-	66
16.	Timea Jakubócyová	S1	BGMHSuc	33	9	6	8	-	-	-	65
17. - 18.	Róbert Sabovčík	S2	GPostKE	33	9	7	9	-	5	-	63
	Michal Vorobel	S1	GJarPO	22	9	9	9	5	-	-	63
19.	Michaela Dlugošová	S4	GKukuPP	26	9	9	9	7	2	0	62
20. - 21.	Radovan Lascsák	S2	GPostKE	36	9	7	9	-	-	-	61
	Patrik Paľovčík	S2	GPostKE	36	9	7	9	-	-	-	61
22. - 24.	Michal Masrna	S2	GPostKE	51	9	-	-	-	-	-	60
	Jakub Farbula	S1	GAlejKE	31	9	2	9	-	-	-	60
	Ján Richnavský	S1	GPostKE	27	9	6	9	-	-	-	60
25. - 26.	Jakub Pravda	S2	ŠpMNDaG	25	9	7	9	9	-	-	59
	Lenka Hake	S1	GAlejKE	21	9	5	9	6	-	-	59
27.	Tomáš Chovančák	S2	GPostKE	36	9	7	6	-	-	-	58
28.	Matúš Masrna	Z9	ZKro4KE	30	9	7	2	-	-	-	57
29.	Maximilián Pándy	Z9	GZSMaKE	31	9	2	5	-	-	-	56
30.	Klára Hricová	S1	GPostKE	25	9	3	8	-	-	-	54
31. - 32.	Martin Mihálik	S3	GAlejKE	26	9	-	9	9	-	0	53
	Martin Spišák	S4	GAlejKE	29	9	5	7	-	3	0	53
33. - 34.	Dominika Nguyen	S1	GPostKE	20	9	6	8	-	-	-	52
	Juraj Jursa	S4	LEAF	25	9	5	6	7	-	0	52
35.	Martin Nemjo	S1	GAlejKE	27	9	-	4	1	-	-	50
36.	Martin Albert Gbúr	S2	GPostKE	27	9	6	7	-	-	-	49
37. - 38.	Dušan Oberta	S2	GSkoSnV	20	9	5	8	5	-	-	47
	Tomáš Hulla	S1	GJGTBB	18	9	-	4	7	0	0	47
39.	Miroslav Macko	S2	LEAF	5	9	9	7	8	4	-	46
40. - 41.	Samuel Novák	S2	GPostKE	27	9	6	3	-	-	-	45
	Benjamín Mravec	S2	GPostKE	26	5	7	7	-	-	-	45
42. - 44.	Bianka Šimková	S1	GPostKE	19	9	7	-	-	-	-	44
	Martin Polyácsko	S1	GAlejKE	26	9	-	-	-	-	-	44
	Marek Koman	S4	GAlejKE	18	9	9	8	-	-	-	44
45. - 46.	Miriam Magočiová	S2	GPostKE	26	9	3	4	-	-	-	42
	Matej Tarča	S2	GPostKE	18	9	7	8	-	-	-	42
47. - 48.	Gabriela Genčiová	S1	GPostKE	16	9	2	3	-	-	-	39
	Martin Andričík	S1	GPostKE	7	9	5	9	-	-	-	39

P.	Meno a priezvisko	Kat.	Škola	PS	1.	2.	3.	4.	5.	6.	CS
49. - 50.	Tomáš Krupa	S2	GPostKE	15	9	5	9	-	-	-	38
	Barbora Barančíková	S1	ŠpMNDaG	0	9	9	7	4	-	-	38
51.	Kristína Bratková	S4	GJAKoKE	21	9	-	5	-	-	-	35
52. - 53.	Ondrej Tomášik	S1	GJGTBB	12	9	-	-	-	-	-	30
	Alex Blandón	S1	GPostKE	0	9	5	7	-	-	-	30
54.	Filip Tumidalský	S1	GAlejKE	0	9	0	9	-	-	1	28
55. - 56.	Matej Urban	S1	GAMČA	27	-	-	-	-	-	-	27
	Miroslav Molnár	S1	GAMČA	27	-	-	-	-	-	-	27
57.	Peter Ridilla	S2	GPostKE	26	-	-	-	-	-	-	26
58.	Alex Chudíc	S1	ŠpMNDaG	0	9	7	-	-	-	-	25
59. - 60.	Erik Řehulka	S2	ŠpMNDaG	9	9	5	-	-	-	-	23
	Bruno Jakubov	S1	CGSMSnV	18	2	1	0	-	-	-	23
61.	Nicol Kršková	S1	GPostKE	0	9	3	0	-	-	-	21
62.	Adam Mackanič	S1	GPostKE	0	9	2	-	-	-	-	20
63. - 64.	Marek Kuruc	S1	GPostKE	0	9	-	-	-	-	-	18
	Adam Barla	S1	GJGTBB	0	9	-	-	-	-	-	18
65.	Katarína Demčáková	S2	GPostKE	17	-	-	-	-	-	-	17
66. - 68.	Michaela Rusnáková	S1	GAlejKE	16	-	-	-	-	-	-	16
	Martin Starovič	S2	ŠpMNDaG	6	3	4	2	0	1	-	16
	Jakub Duchaj	S1	GAMČA	16	-	-	-	-	-	-	16
69.	Tomáš Ganz	S2	ŠpMNDaG	1	7	4	3	0	-	-	15
70.	David Šlosar	S1	GPostKE	0	4	2	3	0	1	0	14
71. - 72.	Peter Mento	S2	GPostKE	4	5	-	4	-	-	-	13
	Kristián Paľuch	S1	GPostKE	0	4	2	3	0	-	0	13
73. - 74.	Dominik Kopčak	S3	GPostKE	0	9	-	-	-	-	-	9
	Martin Mičko	S2		0	9	-	-	-	-	-	9
75. - 90.	Ján Foltin	S2	GGiralt	0	6	1	-	-	-	-	7
	Damián Hudák	S2	GGiralt	0	6	1	-	-	-	-	7
	Igor Diky	S2	GGiralt	0	6	1	-	-	-	-	7
	Matúš Bandžak	S2	GGiralt	0	6	1	-	-	-	-	7
	Patrik Fečkanin	S2	GGiralt	0	6	1	-	-	-	-	7
	Natália Horvatová	S2	GGiralt	0	6	1	-	-	-	-	7
	Samuel Hliboký	S2	GGiralt	0	6	1	-	-	-	-	7
	Adrián Grela	S2	GGiralt	0	6	1	-	-	-	-	7
	Peter Galeštok	S2	GGiralt	0	6	1	-	-	-	-	7
	Simona Hlavinková	S2	GGiralt	0	6	1	-	-	-	-	7
	Kornélia Zajacová	S2	GGiralt	0	6	1	-	-	-	-	7
	Samuel Hamara	S2	GGiralt	0	6	1	-	-	-	-	7
	Eva Chalupková	S2	GGiralt	0	6	1	-	-	-	-	7
	Igor Matis	S2	GGiralt	0	6	1	-	-	-	-	7
	Martin Vavrek	S2	GGiralt	0	6	1	-	-	-	-	7
	Erik Lukáč	S2	GGiralt	0	6	1	-	-	-	-	7
91. - 92.	Juraj Vlašič	S2	GAEinBA	0	0	2	-	-	-	-	2
	Simona Gibalová	Z9	GAlejKE	2	-	-	-	-	-	-	2
93. - 94.	Tobiáš Maťaš	S2	GGiralt	0	-	1	-	-	-	-	1
	Ivan Hliboký	S2	GGiralt	0	-	1	-	-	-	-	1
95. - 98.	Ondrej Piroh	S4	SPSMT	0	-	-	-	-	-	-	0
	Eduard Szirmai	S3	OAKalLV	0	0	-	-	-	-	-	0
	Viktória Čontová	S4	SPSBJ	0	0	-	-	-	-	-	0
	Erika Dubňanská	S4	SPSBJ	0	0	-	-	-	-	-	0

Názov	STROM – korešpondenčný matematický seminár
	Číslo 3 • December 2017 • Zimný semester 42. ročníka (2017/2018)
Internet:	`http://seminar.strom.sk`
E-mail:	`strom@strom.sk`
Vydáva:	Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice
Internet:	`https://zdruzenie.strom.sk`
E-mail:	`info@strom.sk`

Organizačný poriadok korešpondenčných matematických seminárov Malynár, Matik, STROM je zaregistrovaný na Ministerstve školstva, vedy, výskumu a športu Slovenskej republiky pod číslom 2016-9485/41562:71-10E0.

EURÓPSKA ÚNIA
Európsky sociálny fond
Európsky fond regionálneho rozvoja

OPERAČNÝ PROGRAM ĽUDSKÉ ZDROJE

MINISTERSTVO ŠKOLSTVA, VEDY, VÝSKUMU A ŠPORTU SLOVENSKEJ REPUBLIKY

Tento projekt sa realizuje vďaka podpore z Európskeho sociálneho fondu a Európskeho fondu regionálneho rozvoja v rámci Operačného programu Ľudské zdroje

www.minedu.sk www.employment.gov.sk/sk/esf/ www.itakademia.sk