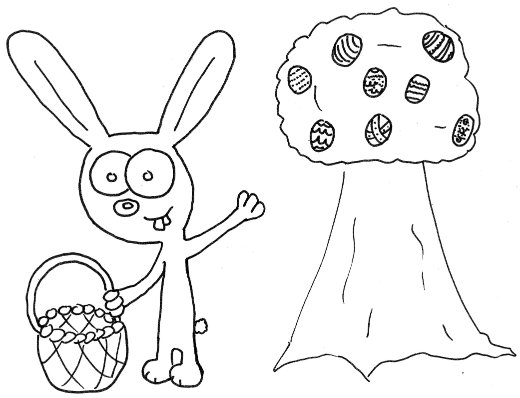
STROM
Korešpondenčný matematický seminár

Áhojté!



Prvá séria je za nami a v rukách držíte bla bla bla...Takto zvyčajne vyzerá úvod do časopisu, ale je čas na zmenu. Všetci dobre viete, čo držíte v rukách a ak nie, tak na letmý pohľad to zistíte (veď to má len pár strán). Každopádne tvárme sa, že v tomto úvode je napísané to, čo vždy (že sa tešíme na vaše ďalšie riešenia a dúfame, že ste sa už do ďalšej série dávno pustili), lebo to je pravda. Okrem toho sme vám chceli povedať, že ešte stále nie je neskoro zlanáriť svojich kamarátov a kamarátky na to, aby nás riešili a mali šancu sa dostať na sústredenie. Ak však sú leniví, tak ich aspoň zoberte na výlety, ktoré organizujeme, či pošlite im pozvánku na TMM, kde zistia, aká sme super partia. Že neviete, kde nájdete tieto veci? Tak skúste dať do googlu, či facebooku "strom", nebojte sa, nájdete nás.

Vaši úžasní STROMisti

TMM

Rozmýšľal si niekedy nad tým, ako budú reagovať tvoji rodičia, keď im povieš, že cez prázdniny chceš ísť na matematický tábor? Podľa nás sú 4 základné typy odpovedí:

a) Efektívna, „Super! Pribalíme ti aj súrodencov :D“

b) Zacyklenie, „Spýtaj sa Mamky/Ocka (skrátka toho druhého).“ Samozrejme, ten bude reagovať rovnako.

c) Výsluch, „Kedy to je? Kde? Kto každý ide? Čo tam budeš robiť?... O pol hodinu neskôr. Kde sa treba prihlásiť? Vyplníš si to sám?“

d) Doplnok, iná odpoveď končiaca vyplňovaním prihlášky (môžeš sa s nami o ňu podeliť).

Ktorá z nich je správna? To musíš zistiť sám. Ešte predtým si však pozri nejaké info na stránke `http://strom.sk/tabory/` (nech si pripravený, ak náhodou nastane možnosť c)). Ak nemáš čas pozrieť si stránku, tak ti prezradíme odpovede aspoň na prvé štyri otázky výsluchu.

Tábor Mladých Matematikov bude 16. - 23. augusta v RS Július (pri Vyšnej Slanej). Idú tam ôsmi vedúci a kopa účastníkov, ktorí budú v ďalšom školskom roku siedmaci ZŠ až druháci SŠ. Budeš tam robiť zhruba to, čo na sústredku – športovať, hrať hry, zabávať sa a dozvieš sa aj niečo zaujímavé z matematiky. Tak na čo ešte čakáš? Choď sa spýtať! Tešíme sa na teba.

1.

Opravovali: Dorka Jarošová, Janka Baranová
Počet riešiteľov: 31

Matúš si vymyslel 4 kladné, nie nutne celé čísla a, b, c a d. Má teda 6 možností, ako vynásobiť práve 2 z nich. Peťovi ale Matúš povedal len 5 z týchto 6 súčinov, konkrétne 2, 3, 4, 5 a 6. Pomôžte Peťovi nájsť šiesty súčin.

Riešenie:

Kreatívny Matúš mal 4 vymyslené čísla a, b, c, d. Zo štyroch čísel vieme urobiť 6 súčinov (ab, ac, ad, bc, bd, cd). Z nich nám Matúš nepovedal iba jeden, označme ho s. Preto, že násobenie je komutatívne (nezávisí na poradí prvkov), platí

$$ab \cdot cd = ac \cdot bd = ad \cdot bc.$$

Keďže ale nevieme, ktorý zo súčinov nepoznáme, vynásobíme súčiny (ktoré nám Matúš prezradil) navzájom po dvojiciach.

Z rovnosti uvedenej vyššie vyplýva, že zo šiestich súčinov Matúšových vymyslených čísel vieme utvoriť tri páry, ktoré keď vynásobíme, dostaneme rovnaký súčin $(a \cdot b \cdot c \cdot d)$. Medzi 5 súčinmi, ktoré poznáme, teda určite sú dva takéto páry. Vypíšme teraz tieto súčiny dvojíc súčinov:

$$\begin{array}{lllll} 2\cdot 3 = 6 & 2 \cdot 5 = 10 & \mathbf{3 \cdot 4 = 12} & 3 \cdot 6 = 18 & 4 \cdot 6 = 24 \\ 2 \cdot 4 = 8 & \mathbf{2 \cdot 6 = 12} & 3 \cdot 5 = 15 & 4 \cdot 5 = 20 & 5 \cdot 6 = 30 \end{array}$$

Áno, je to tak. Našli sme tu dve dvojice, ktorých súčinom je rovnaké číslo – $12 = 2 \cdot 6 = 3 \cdot 4$. Na základe toho môžeme povedať, že aj posledný súčin, ktorý nám Matúš prezradil (5) bude dávať so súčinom s, ktorý nám Matúš neprezradil, po vynásobení výsledok 12. Teda nám ostal jednoduchý vzťah, a to $5 \cdot s = 12$. Z toho máme $s = \frac{12}{5} = 2,4$.

Komentár: Táto úloha má samozrejme viac ako jeden pekný spôsob riešenia a čo nás potešilo, bolo, že to rôznymi riešeniami úplne hemžilo. Väčšina z vás vyriešila úlohu s úplnou ľahkosťou, tí menej precízni však z času na čas zabudli niečo odôvodniť, a tak postrácali bodíky. Našli sa aj takí, ktorí pekné riešenie napísali ako nočnú moru. Hlavne tým je určené toto vzorové riešenie.

2. Opravovali: Ivka Gašková, Roman Staňo

Počet riešiteľov: 31

Blcha skáče po mrežových bodoch štvorčekovej siete. Každým skokom sa dostane o 1 mrežový bod vyššie, nižšie, doprava alebo doľava. Začne skákať z bodu $[0, 0]$. Do koľkých mrežových bodov sa môže dostať presne po 15 skokoch?

Riešenie:

Aby sa blcha dostala do bodu (x, y), musí určite prekonať aspoň $|x|$ skokov horizontálnym a $|y|$ skokov vertikálnym smerom. Najmenšia cesta do takého bodu má potom dĺžku $|x| + |y|$. Do bodov (x, y), pre ktoré platí $|x| + |y| > 15$, sa preto nevie dostať (keď už najkratšia cesta má viac ako 15 skokov, každá ďalšia bude mať ešte viac). Pre každé riešenie (x, y) teda musí platiť: $|x| + |y| \leq 15$. Graficky to vieme v mriežke vymedziť ako štvorec s krajnými bodmi $(0, 15), (0, -15), (15, 0), (-15, 0)$, pričom vidíme, že žiaden bod mimo tohto štvorca nie je riešením.

Venujme sa preto ďalej len vnútru. Každým skokom sa práve jedna z aktuálnych súradníc blchy zmení o ± 1, teda súčet súradníc po každom skoku zmení paritu. Po 15 skokoch (z bodu $(0, 0)$ s párnym súčtom) sa teda dostaneme na bod, ktorého súčet súradníc je nepárne číslo. Uvedomme si, že taký bod musí mať práve jednu súradnicu párnu a druhú nepárnu (inak by bol súčet párny). Riešením preto nie je ani žiaden bod s párnym súčtom súradníc v nami vymedzenom štvorci.

Teraz ukážeme, že všetky ostatné body v našom štvorci (t.j. tie, ktorých súčet súradníc nie je párny) sú naozaj riešením. Pre každý taký bod (x, y) je výraz $|x| + |y|$ nepárny a platí $|x| + |y| \leq 15$, teda ľavú stranu nerovnosti vieme doplniť na rovnosť ako: $|x| + |y| + 2k = 15$ pre nejaké nezáporné k. Na to, aby sme sa dostali do bodu (x, y), nám potom stačí urobiť x skokov horizontálne a y skokov vertikálne. Potom vieme odskákať nejakých $2k$ protichodných skokov (napr. k skokov doľava a k doprava), pričom sa naša poloha nezmení, ale urobíme spolu práve 15 skokov.

Keď to zhrnieme: zistili sme, že bod (x, y) je riešením práve vtedy, keď $x + y$ je nepárne a $|x| + |y| \leq 15$. Ostáva nám takéto body spočítať. Stačí pritom, keď si všimneme, že dané body tvoria v mriežke štvorec so stranou 16 bodov. Spolu ich preto je $16^2 = 256$.

Komentár: Nie všetko je také zjavné, ako si myslíte (resp. ako nám píšete v riešeniach :)). Ako už je zvykom, najviac bodov ste stratili preto, lebo ste boli skúpi na slová (a dôkazy použitých tvrdení). Častou chybou tiež bolo neoverenie správnosti výsledku. Mnohí ste vymedzili v mriežke podobný štvorec ako toto riešenie. Dokázali ste, že body štvorca s párnym súčtom súradníc nie sú riešením. Z toho však nevyplýva, že body s nepárnym súčtom riešením sú. To treba tiež dokázať.

3. Opravovala: Kristína Faguľová

Počet riešiteľov: 32

Dokážte že súčet $\sqrt{3} + \sqrt{5} + \sqrt{7}$ je iracionálne číslo.

Riešenie:

Na prvý pohľad je to jeden z typických príkladov na dôkaz sporom. V krátkosti ešte o tom, čo ten dôkaz sporom vlastne je. Pri dôkaze sporom budeme predpokladať, že daný výrok neplatí. Odtiaľ postupne dospejeme k záveru, ktorý je jasne nesprávny. Z nesprávnosti nášho záveru potom vyplýva, že správne je pôvodné tvrdenie.

Teda predpokladajme, že $\sqrt{3} + \sqrt{5} + \sqrt{7} = r$, pričom r je racionálne číslo.

Potom platí

$$\sqrt{3} + \sqrt{5} = r - \sqrt{7}.$$

Umocníme obe strany rovnice na druhú a upravujeme.

$$(\sqrt{3} + \sqrt{5})^2 = (r - \sqrt{7})^2$$

$$3 + 2\sqrt{15} + 5 = r^2 - 2r\sqrt{7} + 7$$
$$(1 - r^2) + 2\sqrt{15} = -2r\sqrt{7}$$

Nech $1 - r^2 = s$. Dosadíme a zas umocníme.

$$s^2 + 4\sqrt{15}s + 60 = 28r^2$$

Na pravej strane máme číslo $28r^2$, ktoré je podľa predpokladu racionálne. Číslo $s = 1 - r^2$ je tiež racionálne, nakoľko racionálne číslo $\pm$ racionálne číslo = racionálne číslo (skúste si uvedomiť prečo). Teda aj s^2 je racionálne číslo.

Teda

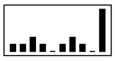
$$\underbrace{4\sqrt{15}s}_{\text{iracionálne}} = \underbrace{28r^2 - s^2 - 60}_{\text{racionálne}} \rightarrow \text{Spor}$$

Dostali sme sa k sporu, teda predpoklad, že r je racionálne neplatí. Z toho vyplýva, že r je iracionálne.

Otázka na zamyslenie pre všetkých, čo čítajú vzoráky: Aké číslo je súčet dvoch racionálnych čísel, iracionálnych čísel, racionálneho a iracionálneho vo všeobecnosti? Pošlite správne riešenie spolu s druhou sériou a máte u mňa Horalku.

4. Opravovali: Matúš Hlaváčik, Peťo Kovács

Počet riešiteľov: 15



Dokážte, že pre všetky n sa dajú prirodzené čísla od 1 až po n usporiadať tak, aby sa medzi žiadnymi dvoma z nich nenachádzal ich priemer. Napríklad 6, 1, 4, 5, 3, 2 nie je dobré zoradenie čísel od 1 po 6, lebo medzi 2 a 6 sa nachádza ich priemer 4.

Riešenie:

Na začiatok je fajn si všimnúť, že ak mám 2 čísla s rovnakou paritou, tak ich priemer bude celé číslo. Ak mám 2 čísla s rôznou paritou, tak ich priemerom nebude celé číslo. Na začiatok môžeme teda rozdeliť našu množinu na párne a nepárne čísla.

$$\{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \rightarrow \{1, 3, 5\}, \{2, 4, 6\} \rightarrow (1, 3, 5, 2, 4, 6)$$

Vieme, že medzi hocijakou dvojicou čísel z rôznych skupín sa priemer nevyskytne (lebo majú rôznu paritu). Priemer sa teda môže vyskytnúť iba medzi číslami vnútri nejakej zo skupín, takže skupiny ďalej budeme riešiť separátne. Teraz treba nájsť spôsob, akým aj v každej zo skupín zabezbečíme, aby sa to nestalo.

Tieto skupiny rozdelíme na menšie, tentokrát podľa zvyškov po delení vyššou mocninou čísla 2 (4):

$$\{1, 3, 5\}, \{2, 4, 6\} \rightarrow \{1, 5\}, \{3\}, \{2, 6\}, \{4\} \rightarrow (1, 5, 3, 2, 6, 4)$$

Priemer dvoch čísel má po delení 4 zvyšok rovný priemeru zvyškov týchto čísel po delení 4. Tento priemer zvyškov bude teda rôzny od oboch zvyškov, teda priemer týchto dvoch čísel bude rozhodne patriť do inej skupiny ako tieto čísla. Keďže hovoríme o číslach zo susedných skupín (podskupiny párnych alebo nepárnych čísel, pretože zvyšok sme overili v minulom kroku), tento priemer určite nebude ležať medzi nimi. Máme znovu situáciu, že medzi hocijakou dvojicou čísel z rôznych skupín sa priemer nevyskytuje. Opäť riešime samostatne jednotlivé skupiny (treba zabezbečiť aby to bolo dobre zoradené v každej malej podskupine).

Ďalej každú z týchto štyroch podskupín rozdelíme na dve menšie podľa zvyškov ďalšej mocniny 2 (8, 16, 32...). Takto budeme postupovať, až kým v každej skupine budú najviac 2 prvky. Treba si uvedomiť, že ak skupinu rozdelím, tak medzi týmito podskupinami nebude existovať dvojica s priemerom medzi ňou. To platí z rovnakého dôvodu ako pri rozdeľovaní podľa 4 (zvyšok priemeru je priemer zvyškov, teda je rôzny od oboch, čo znamená, že sa nenachádza ani v jednej z podskupín). Uvedomme si teda, že teraz hocijaká dvojica čísel je buď susedná, alebo sme niekedy počas rozdeľovania ukázali, že medzi ňou jej priemer neleží. To znamená, že sme dokázali zoradiť čísla od 1 po n tak, aby platila podmienka.

Komentár: Skoro každý riešiteľ našiel viac, či menej dobrý spôsob, ako usporiadať čísla. V mnohých prípadoch však chýbalo lepšie popísanie postupu, hlavne jeho zovšeobecnenie a kedy postup skončí. Taktiež si treba dávať pozor, aby ste mali všeobecne dokázané, prečo medzi skupinami nebudú vzťahy.

5. Opravovali: Lucka Leličová, Peťo Milošovič

Počet riešiteľov: 13

Na šachovom turnaji sa zúčastnilo n šachistov: veľmajstri a majstri. Po skončení turnaja, na ktorom hral každý s každým, sa ukázalo, že každý účastník získal presne polovicu svojich výhier v partiách proti majstrom. Ukážte, že $\sqrt{n}$ je celé číslo, ak viete, že žiaden zo zápasov neskončil remízou.

Riešenie:

Označme počet majstrov m. Počet veľmajstrov označme v. Zápasov sa dokopy odohralo $\frac{n(n-1)}{2}$, z toho $\frac{m(m-1)}{2}$ medzi majstrami, $\frac{v(v-1)}{2}$ medzi veľmajstrami a mv zápasov majstra s veľmajstrom.

Každý zápas medzi dvoma majstrami vyhrá majster (remízy neboli). Predstavme si, že za výhru získal hráč 1 bod a za prehru 0. Číslo $\frac{m(m-1)}{2}$ by potom bolo rovné súčtu počtu výhier jednotlivých majstrov. Každý ešte rovnako veľa zápasov ako vyhral nad majstrami, vyhral aj nad veľmajstrami (to vieme zo zadania). Preto zvyšok svojich bodov získal v týchto zápasoch. Podobne, $\frac{v(v-1)}{2}$ je počet všetkých výhier veľmajstrov, z ktorých každý musel rovnaký počet výhier, ako mal v zápasoch s veľmajstrami, mať aj v zápasoch s majstrami (tiež vieme zo zadania).

Spojením týchto faktov dostávame vzťah

$$\frac{m(m-1)}{2} + \frac{v(v-1)}{2} = mv.$$

Máme len dve premenné, preto neváhame a pustíme sa do ekvivalentných úprav.

$$\begin{aligned} m^2 - m + v^2 - v &= 2mv \\ m^2 - 2mv + v^2 &= m + v \\ (m-v)^2 &= m + v \end{aligned}$$

Číslo $m+v$ je rovné n, dostali sme teda n vyjadrené ako štvorec celého čísla (m aj v sú počty ľudí). Potom $\sqrt{n}$ je tiež celým číslom.

Alternatívne sa dala ešte riešiť rovnica $m(m-1) + v(v-1) = \frac{n(n-1)}{2}$, ktorú si ako cvičenie môžete skúsiť odôvodniť sami :).

Komentár: Napriek tomu, že to je úloha so strašidelným číslom 5, nebolo veľmi ťažké vyjadriť si počty zápasov a následne použiť podmienky zo zadania na to, aby sa to už doriešilo. Naozaj sa nebojte, veď zdravý rozum je všetko, čo potrebujete na tento typ úloh.

6. **Opravoval: Matúš Stehlík**

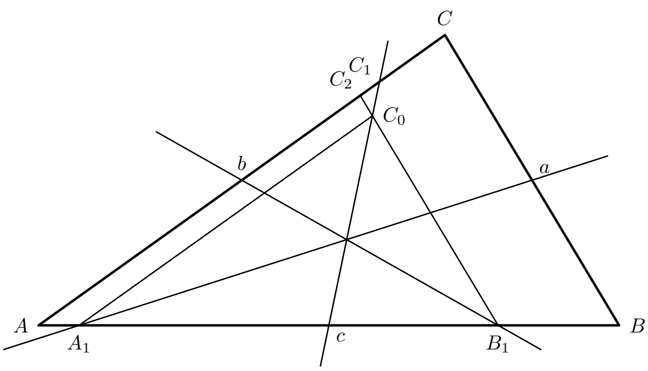
Počet riešiteľov: 4

Majme trojuholník ABC, nech A_1, B_1, C_1 sú stredmi lomených čiar CAB, ABC, BCA (sú v polovici ich dĺžok). Nech p, q, r sú priamky vedúce cez A_1, B_1, C_1 a rovnobežné s osami vnútorných uhlov trojuholníka ABC pri vrcholoch A, B, C. Dokážte, že p, q a r sa pretínajú v jednom spoločnom bode.

Riešenie:

(podľa Jakuba Macha)

Strany trojuholníka ABC (a ich dĺžky) označme štandardne a, b, c. Ako prvé rozoberme jednoduché prípady. Ak je niektorý z bodov A_1, B_1, C_1 totožný s príslušným vrcholom A, B, C. To je práve vtedy, keď majú niektoré dve strany rovnakú dĺžku (rovnoramenný alebo rovnostranný trojuholník ABC). Vtedy je tvrdenie zjavné, lebo strany trojuholníka $A_1B_1C_1$ sú rovnobežné so stranami ABC a p, q, r sú jeho osi uhlov. Preto sa pretínajú v jednom bode.



Inak body A_1, B_1, C_1 ležia vo vnútri strán ABC. Potom má ABC všetky strany rôznej dĺžky (ak by boli niektoré dve rovnaké, tak príslušný stred lomenej čiary leží vo vrchole). Preznačme trojuholník ABC tak, aby platilo $a < b < c$. Potom body A_1, B_1 ležia na strane c a bod C_1 na strane b (ako na obrázku).

Zostrojme cez A_1 a B_1 rovnobežky so stranami b a a (v tomto poradí). Ich priesečník označme C_0 a priesečník s b označme C_2. Náš plán je nasledovný. Trojuholník $A_1B_1C_0$ je podobný s trojuholníkom ABC (majú rovnobežné strany). Ľahko vidno, že p, q sú osami uhlov pri vrcholoch A_1 a B_1 v $A_1B_1C_0$. Ak sa nám podarí dokázať, že priamka r je osou uhla $A_1C_0B_1$, máme vyhraté.

Stačí dokázať, že priamka C_0C_1 je rovnobežná s r. Keďže majú spoločný bod C_1, tak musia byť totožné. To, že je osou uhla, vyplýva z rovnobežnosti strán ABC a $A_1B_1C_0$ a rovnobežnosti r s osou uhla pri C.

Ukážeme najprv, že trojuholník $C_0C_1C_2$ je rovnoramenný. Spočítajme dĺžky jeho strán C_2C_1 a C_0C_2. Z toho, že C_1, resp. B_1, je stredom lomenej čiary ACB, resp. ABC, a z podobnosti trojuholníkov ABC a AB_1C_2 máme nasledovné vzťahy

$$|AC_1| = \frac{a+b}{2}, \qquad |AB_1| = \frac{b+c}{2}, \qquad \frac{|AC_2|}{b} = \frac{|AB_1|}{c}.$$

Pomocou nich spočítame

$$|C_2C_1| = |AC_1| - |AC_2| = \frac{a+b}{2} - \frac{|AB_1|}{c}b = \frac{a+b}{2} - \frac{(c+a)b}{2c} = \frac{ac-ab}{2c}.$$

Podobne s využitím nasledovných vzťahov z podobnosti a vlastností stredov lomených čiar

$$\frac{|C_2B_1|}{a} = \frac{|AB_1|}{c}, \qquad \frac{|C_0B_1|}{a} = \frac{|A_1B_1|}{c},$$

$$|A_1B_1| = |AB_1| - |AA_1| = \frac{a+c}{2} - \frac{c-b}{2} = \frac{a+b}{2}$$

spočítame

$$|C_2C_0| = |B_1C_2| - |B_1C_0| = \frac{c+a}{2c}a - \frac{a+b}{2c}a = \frac{ac-ab}{2c}.$$

Takže $|C_2C_1| = |C_0C_2|$ a $C_0C_1C_2$ je rovnoramenný. Z rovnobežnosti a a B_1C_2 vidno, že uhol $C_0C_2C_1$ má veľkosť $180° - \gamma$, kde γ je veľkosť uhla ACB. Z rovnoramennosti musia byť zvyšné 2 uhly rovnako veľké, teda veľkosti $\gamma/2$. Takže priamka C_1C_0 zviera s b uhol $\gamma/2$, čo je rovnaký ako ten, čo s b zviera os uhla pri vrchole C, čo je rovnaký ako r, lebo sú rovnobežné.

Dokázali sme, čo sme chceli. Z vyššie uvedeného potom máme, že p, q, r sú osi uhlov v $A_1C_0B_1$ a pretínajú sa v jednom bode.

Komentár: Toto riešenie sme uviedli, lebo je jednoduché a veľmi pekne využíva informácie o stredoch lomených čiar. Za zmienku stoja aj riešenia Juraja Mička, Martina Števka a Pavla Drotára, ktorí sa na úlohu vrhli z opačnej strany a dokázali najprv, že p, q, r rozpoľujú strany trojuholníka ABC a potom ukázali, že tieto priamky tvoria osi uhlov v trojuholníku danom strednými priečkami v ABC. Diskusia o rôznych polohách bodov A_1, B_1, C_1 bola jednoduchá, no netreba na ňu zabúdať, ako sa to stalo týmto pánom.

2 Druhá séria

Termín odoslania riešení: **27. 4. 2015**

1. Robčo našiel prirodzené čísla a, b, c také, že platí $a^2 = 2b^3 = 3c^5$. Zistite najmenšiu možnú hodnotu súčinu abc.

2. Koľko existuje 5-ciferných čísel tvaru $\overline{ABCDE}$, pre ktoré platí, že

a) $A > B > C > D > E$?

b) $A \geq B \geq C \geq D \geq E$?

3. V rovnoramennom trojuholníku ABC so základňou BC pretína os uhla pri B stranu AC v bode D. Vieme, že platí $|BC| = |BD| + |AD|$. Určte veľkosť uhla pri vrchole A.

4. Nech x a y sú kladné reálne čísla spĺňajúce $y^3 + y \leq x - x^3$. Dokážte, že potom platí $y < x < 1$ a $x^2 + y^2 < 1$.

5. Čísla $1, 2, \ldots, n^2$ sú zapísané do štvorcovej tabuľky $n \times n$ tak, že čísla v každom riadku (zľava doprava) a v každom stĺpci (zhora dole) sú v rastúcom poradí. Označme a_{jk} číslo zapísané v j-tom riadku a k-tom stĺpci. Nech b_j je počet rôznych čísel, ktoré sa môžu objaviť v tabuľke na mieste a_{jj}. Dokážte, že

$$b_1 + b_2 + \cdots + b_n \leq \frac{n}{3}(n^2 - 3n + 5).$$

(Napríklad pre $n = 3$ jediné čísla, ktoré sa môžu v tabuľke objaviť ako a_{22} sú 4,5,6, takže $b_2 = 3$.)

6. Dokážte, že existuje taká nekonečná rastúca postupnosť prirodzených čísel $a_1, a_2, \ldots$, že pre každé celé $k \geq 0$, postupnosť $a_1 + k, a_2 + k, a_3 + k, \ldots$ obsahuje len konečne veľa prvočísel.

Poradie po 1. sérii Letného semestra 39. ročníka

P.	Meno a priezvisko	Kategória	1.	2.	3.	4.	5.	6.	H	CS
1. - 2.	Viktória Brezinová	Z9	9	9	9	9	9	-	0	54
	Samuel Krajči	Z9	9	9	9	9	9	-	0	54
3.	Jakub Mach	S2	9	9	9	9	3	8	0	52
4. - 5.	Juraj Mičko	S2	9	9	9	7	-	8	0	49
	Martin Števko	Z9	8	6	9	2	9	8	0	49
6.	Martin Masrna	S1	8	6	9	6	9	-	0	47

P.	Meno a priezvisko	Kategória	1.	2.	3.	4.	5.	6.	H	CS
7.	Samuel Chaba	Z9	7	6	9	-	9	-	0	40
8. - 9.	Michaela Dlugošová	S1	9	9	9	3	-	-	0	39
	Tímea Zvoláneková	S1	9	7	9	5	-	-	0	39
10.	Pavol Drotár	S2	8	9	9	2	-	7	0	37
11. - 12.	Žaneta Semanišinová	S3	8	9	9	9	-	-	0	35
	Filip Csonka	Z9	7	1	9	-	9	-	0	35
13. - 14.	Daniel Onduš	S3	9	9	9	-	4	-	0	31
	Marianna Pavlišinová	S2	6	7	9	-	9	-	0	31
15.	Martin Mičko	Z9	9	1	-	-	9	-	0	28
16. - 18.	Zoltán Hanesz	S2	9	9	9	-	-	-	0	27
	Kristína Mišlanová	S3	9	9	9	-	-	-	0	27
	Daniel Kopf	S3	-	9	9	9	-	-	0	27
19. - 22.	Eduard Lavuš	S2	9	8	9	-	-	-	0	26
	Martin Mihálik	Z9	8	-	9	-	-	-	0	26
	Veronika Demčáková	S2	9	3	5	-	9	-	0	26
	Michal Pándy	S2	9	8	9	-	-	-	0	26
23.	Samuel Gazda	S3	9	6	9	-	-	-	0	24
24.	Jakub Genči	S2	9	6	5	-	-	-	0	20
25. - 27.	Henrieta Micheľová	S3	4	9	-	6	-	-	0	19
	Erik Berta	Z9	-	-	7	-	5	-	0	19
	Norbert Micheľ	Z7	4	5	3	1	1	-	0	19
28. - 31.	Natália Tóthová	S1	-	-	9	-	-	-	0	18
	Lenka Kopfová	Z9	9	-	-	-	-	-	0	18
	Juraj Jursa	S1	-	-	9	-	-	-	0	18
	Diana Hlaváčová	S3	9	9	-	-	-	-	0	18
32.	Jakub Žoldák	S2	3	9	4	-	-	-	0	16
33. - 34.	Daniel Koľ	S2	1	6	8	-	-	-	0	15
	Peter Papcun	S2	-	6	9	-	-	-	0	15
35.	Veronika Rišková	S2	1	3	9	-	-	-	0	13
36.	Ondrej Bínovský	S4	-	-	-	9	-	-	0	9
37.	Martin Šalagovič	Z9	-	1	3	-	-	-	0	7
38.	Marek Koman	S1	0	-	-	0	-	-	0	0

Za podporu a spoluprácu ďakujeme

Projekt podporila Nadácia pre deti Slovenska z fondu Hodina deťom

Názov STROM – korešpondenčný matematický seminár
Číslo 5 • Apríl 2015 • Letný semester 39. ročníka (2014/2015)
Internet: `http://seminar.strom.sk`
E-mail: `strom@strom.sk`

Vydáva: Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice
Internet: `http://www.strom.sk`
E-mail: `zdruzenie@strom.sk`