KOREŠPONDENČNÝ MATEMATICKÝ SEMINÁR

# MATIK

ČÍSLO 3 – ROČNÍK 35
matik.strom.sk

# Ahoj!

Je tu ďalší časopis MATIKa, ktorý prináša vzorové riešenia druhej série. Okrem toho, že je posledný v tomto semestri, je výnimočný aj tým, že s ním prichádzajú aj pozvánky pre tých najšikovnejších z vás. Tí sa môžu tešiť na odmenu vo forme týždňového netradičného sústredenia v obklopení skvelými účastníkmi a vedúcimi. Ak sa Ti tam tentoraz nepodarilo dostať, nezúfaj. Pevne veríme, že nabudúce sa s Tebou uvidíme!

vedúci MATIKa

## Vzorové riešenia 2. série úloh zimného semestra

**1** opravovali: **Erik Novák** a **Bianka Gurská** 47 riešení
najkrajšie riešenie: Martina Osuská

### Zadanie

Peťo dostal od šéfa úlohu objednať štyri vrtáky. Peťov šéf si však nepamätal všetky detaily, tak Peťovi o ich veľkostiach povedal len toľko:

- „Ich súčet je 40.“
- „Sú medzi nimi práve dve prvočísla.“
- „Najväčšia z veľkostí je druhá mocnina prirodzeného čísla (číslo vynásobené samo so sebou).“
- „Žiadne dve veľkosti nie sú súdeliteľné (nemajú spoločného deliteľa väčšieho ako 1).“

Aké veľkosti vrtákov má Peťo objednať?

### Riešenie

Na začiatok je potrebné si uvedomiť, že žiadna z veľkostí vrtákov nebude párne číslo. Je to preto, že na vytvorenie párneho súčtu zo štyroch sčítancov je potrebné, aby párny počet z nich bol párny, či už je to žiaden, dva alebo všetky. Uvedomme si ale, že v momente, kedy sú medzi vrtákmi aspoň dva párne, tak tieto dva sú súdeliteľné číslom dva, a teda porušujú štvrtú podmienku zo zadania. Vrtáky sú teda všetky nepárnych veľkostí.

Teraz si zistíme, aká bude najväčšia veľkosť vrtáka, ktorá je zároveň druhou mocninou a ako už vieme bude nepárna. Tá sa bude rovnať 25, pretože s 49 a od nej väčšími mocninami, by sme vytvorili príliš veľký súčet. Zároveň s 9 a od nej menšími mocninami, by sme vytvorili príliš malý súčet, nakoľko aj keby nesplníme zvyšné podmienky, vieme dostať najväčší súčet $9+9+9+9=36$. Z toho vieme zistiť súčet zvyšných 3 veľkostí vrtákov: $40–25=15$. Preto si vypíšeme nepárne prvočísla menšie ako 15. Tiež nemôžu byť deliteľné 5, nakoľko 25 je mocninou 5 a všetky veľkosti musia byť nesúdeliteľné. Podmienky spĺňajú iba 3, 7, 11 a 13.

- $13 + 3 = 16$ a $16 > 15$, teda 13 iste nie je jedno z prvočísel. Ostáva nám preto prejsť iba možnosti 3 a 7, 3 a 11, 7 a 11.
- $3 + 7 = 10$, ostáva nám veľkosť vrtáku 5, ktorá je nie len tretím prvočíslom, ale aj číslom súdeliteľným s 25.
- $3 + 11 = 14$ a $15–14 = 1$, táto možnosť spĺňa všetky podmienky.
- $7 + 11 = 18$ a to je spolu s 25 viacej ako 40.

Teda sme zistili, že hľadané čísla môžu byť iba 25, 11, 3 a 1.

### *Komentár*

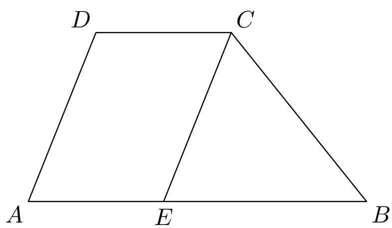
Úloha sama o sebe bola pre vás konceptuálne jednoduchá. Jediné chyby, ktoré sa vyskytli spočívali v nedostatočnom vysvetlení, prečo nejaká množina možností zahŕňa naozaj všetky možnosti.
Niekoľko z vás ešte, asi omylom, prišlo k výsledku, ktorý na prvý pohľad vyzeral správne, ale po bližšej inšpekcii porušoval jedno z pravidiel zo zadania. Vyplýva z toho teda iba to, že si treba zadanie prečítať viackrát, aby ste sa s úlohou poriadne zžili ;)

## 2

opravovali: **Gabriela Genčiová** a **Martin „Šmili“ Šmilňák** • 31 riešení
najkrajšie riešenia: Oliver Seman a Matej Válek

### *Zadanie*

Peťo bol privolaný ako pomocník na stavbu. Stavebný pozemok má tvar lichobežníka $ABCD$, ktorý je rozdelený úsečkou $CE$ na trojuholník a rovnobežník. Bod $F$ je stredom úsečky $CE$. Priamka $DF$ prechádza stredom úsečky $BE$. Obsah trojuholníka $CDE$ je $6\,\mathrm{m}^2$. Pomôžte Peťovi určiť obsah pozemku.



***Riešenie***

Lichobežník $ABCD$ si rozdelíme na menšie časti, ktorých obsah poznáme. Úsečka $DF$ rozdeľuje trojuholník $CDE$ na dva trojuholníky $FED$ a $FCD$. Obsahy týchto trojuholníkov sú rovnaké, lebo strany $FE$ a $FC$ majú rovnakú dĺžku, keďže $F$ je stredom úsečky $EC$. Zároveň majú spoločnú výšku na tieto strany, a to vzdialenosť priamky $EC$ od bodu $D$. Súčet ich obsahov je $6m^2$, teda oba majú obsah $3m^2$.

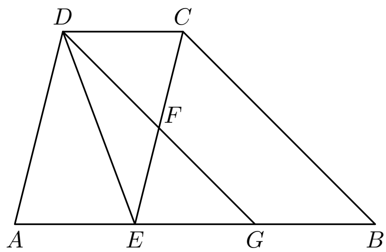
Priesečník priamky $DF$ a úsečky $EB$ si nazvime $G$. Trojuholníky $FCD$ a $FEG$ sú zhodné podľa vety USU, lebo:

- $|EF| = |CF|$, keďže $F$ je stredom úsečky $CE$
- $|\angle EFG| = |\angle CFD|$, keďže sú to vrcholové uhly
- $|\angle EGF| = |\angle CDF|$, keďže sú to striedavé uhly

Obsah trojuholníka $FEG$ je teda tiež $3m^2$. Úsečka $FG$ je strednou priečkou, lebo body $F$ a $G$ ležia v strede strán trojuholníka $EBC$. Stredné priečky delia trojuholník na štyri menšie trojuholníky s rovnakým obsahom. $\Delta FEG$ je jedným z nich, preto obsah $\Delta EBC$ je štvornásobkom obsahu $\Delta FEG$, čiže $12m^2$.

Úsečka $DE$ je uhlopriečkou rovnobežníka $AECD$, a teda ho delí na dva trojuholníky $AED$ a $CDE$ s rovnakým obsahom. Obsah $\Delta AED$ je preto tiež $6m^2$.

Obsah celého lichobežníka je súčtom obsahov trojuholníkov $AED$, $CDE$ a $EBC$, čiže $6m^2 + 6m^2 + 12m^2 = 24m^2$.




***Komentár***

Úlohu sa vám takmer všetkým podarilo správne vyriešiť, či už podobne, ako bolo napísané vzorové riešenie, alebo inými kreatívnymi spôsobmi, ktoré nás veľmi potešili.

Body sme strhávali hlavne ak ste zhodnosť trojuholníkov nedokázali, iba prehlásili. Najčastejšie to bola zhodnosť trojuholníkov $FCD$ a $FED$. Objavili sa aj riešenia, kde ste si lichobežník rozdelili na viacero rovnobežníkov, ale rovnako ako pri zhodnosti trojuholníkov, nevysvetlili ste poriadne, ako ste prišli na to, že to sú rovnobežníky, čo sa nemôže len tak prehlásiť o hocijakom štvoruholníku.

Nakoniec, by sme vás všetkých chceli poprosiť, do budúcna, ak riešite geometrickú úlohu, aj keď to nie je nutnosť, vždy pridajte do riešenia náčrt, pretože nám opravovateľom to neskutočne zjednodušuje prácu. :)

3 opravovali: **Lenka Hake** a **Adela Horváthová** 27 riešení
najkrajšie riešenie: Alenka Bálintová

## *Zadanie*

Peťo sa s kolegom Danom počas nudných dní hrajú hru. Na začiatku majú dve kôpky, na ktorých je 42 a 47 skrutiek. V jednom ťahu musí hráč zobrať jednu kôpku, zahodiť ju, a tú druhú rozdeliť na dve neprázdne kôpky. Ak niekto nevie urobiť žiaden ťah, prehral. Ako prvý je na ťahu Peťo. Kto má víťaznú stratégiu a aká je?

## *Riešenie*

Zamyslime sa najprv, za akých podmienok už hráč nevie spraviť žiadny ťah. Očividne, jediná neprázdna kôpka, ktorá sa už nedá ďalej deliť, je kôpka obsahujúca len 1 skrutku. Avšak, hráč vie takúto kôpku zahodiť, teda s určitosťou prehrá jedine vtedy, keď na začiatku jeho ťahu obe kôpky obsahujú po 1 skrutke. Cieľom akejkoľvek výhernej stratégie je preto v určitej chvíli odovzdať protihráčovi dve kôpky, každá práve po 1 skrutke.

Ako sa to ale dá dosiahnuť? Všimnime si, že 1 a 1 sú dve nepárne čísla. Môžu teda vzniknúť len rozdelením kôpky s párnym počtom skrutiek (v tomto prípade konkrétne 2), keďže súčet dvoch nepárnych čísel je vždy párny. Ďalej si môžeme všimnúť nasledovné:

- Ľubovoľné párne číslo sa dá vždy rozdeliť na dve. Takže, ak je na stole aspoň jedna kôpka s párnym počtom skrutiek, hráč vie vždy urobiť nejaký ťah.
- Kôpka s nepárnym počtom skrutiek sa dá rozdeliť jedine na dve kôpky s opačnou paritou, teda s párnym a nepárnym počtom skrutiek. To vyplýva z faktu, že nepárny súčet vieme získať jedine sčítaním párneho a nepárneho čísla (podobne ako párny súčet vieme získať len sčítaním dvoch párnych alebo dvoch nepárnych čísel).

Dobrou výhernou stratégiou by teda mohlo byť vždy zahodiť jednu kôpku tak, aby nám ostala kôpka s párnym počtom skrutiek a tú následne rozdeliť na dve nepárne kôpky. To sa dá zakaždým urobiť napr. tak, že kôpku rozdelíme na 1 a $n-1$ skrutiek, kde $n$ je počet skrutiek v pôvodnej kôpke (teda párne číslo). Protihráčovi takto po zahodení jednej, vždy ostane kôpka s nepárnym počtom skrutiek. To znamená, že mu buď ostane 1 a prehrá alebo ju rozdelí na nejaké kôpky s párnym a nepárnym počtom skrutiek. V tom prípade vie pôvodný hráč zahodiť nepárnu kôpku a opäť rozdeliť tú párnu na dve nepárne. Ak bude opakovať tento postup, celkový počet skrutiek sa bude neustále znižovať, až kým napokon nedostane kôpku s práve 2 skrutkami. Rozdelením tejto kôpky na 1 a 1, hráč ukončí hru.

Ako prvý je na ťahu Peťo a na začiatku má k dispozícii kôpky so 42 a 47 skrutkami. 42 je párne číslo, takže Peťo môže uplatniť vyššie opísanú víťaznú stratégiu, ak v prvom ťahu zahodí 47 a rozdelí 42 na dve nepárne čísla (napr. 1 a 41).

### *Komentár*

Veľa z vás výhernú stratégiu našlo a aj správne opísalo jej princíp, čo nás veľmi teší. Pri neúplných riešeniach bolo najčastejšou chybou to, že ste princíp ukázali na konkrétnom prípade, ale nedokázali, že funguje aj vo všeobecnosti. Nájsť si konkrétnu situáciu, ako pomôcku k riešeniu, je samozrejme fajn, treba však myslieť na to, že ak niečo platí pre jeden prípad, neznamená to, že to bude platiť aj pre všetky ostatné možnosti.

## 4

opravovali: **Lujza Milotová** a **Martin „Iskra“ Dudjak**

najkrajšie riešenia: Eva Krajčiová a Tomáš Sukeľ

27 riešení

### *Zadanie*

Na firemnom večierku počítač generoval čísla víťazov tomboly. Postupne generoval rôzne prvočísla, až kým nevygeneroval také, ktoré sa líšilo od nejakého už vygenerovaného o násobok 30. Koľko najviac čísel mohol vygenerovať?

### *Riešenie*

Na začiatok si všimnime, že na to, aby bol rozdiel dvoch čísel násobkom 30, musia mať obe tieto čísla rovnaký zvyšok po delení 30. Zároveň vieme, že obe čísla musia byť prvočísla. Budeme teda hľadať prvočísla s rôznymi zvyškami po delení 30, ktoré generoval počítač.

Pozrime sa teraz na to, ktoré zvyšky po delení 30 (zvyšky $0-29$) nemôže mať žiadne prvočíslo:

- zvyšok 0: Číslo bude deliteľné 30, takže nebude prvočíslo. Zvyšok 0 nevyhovuje.
- zvyšky $2n$:

  Ak $n = 1$, tak také prvočíslo existuje, a to 2.
  Ak $n \neq 1$, tak vieme číslo zapísať v tvare $30k + 2n = 2(15k + n)$, z čoho vidíme, že číslo bude párne a väčšie ako 2, a také prvočíslo neexistuje. Zvyšky $4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28$ nevyhovujú.

- zvyšky $3n$:

  Ak $n = 1$, tak také prvočíslo existuje, a to 3.
  Ak $n \neq 1$, tak vieme číslo zapísať v tvare $30k + 3n = 3(10k + n)$, z čoho vidíme, že číslo bude deliteľné 3 a väčšie ako 3, a také prvočíslo neexistuje. Zvyšky $6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27$ nevyhovujú.

- zvyšky $5n$:

  Ak $n = 1$, tak také prvočíslo existuje, a to 5.
  Ak $n \neq 1$, tak vieme číslo zapísať v tvare $30k + 5n = 5(6k + n)$, z čoho vidíme, že číslo bude deliteľné 5 a väčšie ako 5, a také prvočíslo neexistuje. Zvyšky $10, 15, 20, 25$ nevyhovujú.

Ostatné zvyšky $(1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29)$ vyhovujú, a tak počítač mohol vygenerovať napríklad tieto prvočísla s danými zvyškami: $31, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29$. Keďže máme 11 možných rôznych zvyškov, tak dvanáste vygenerované číslo by už muselo mať rovnaký zvyšok, ako niektoré z predchádzajúcich čísel. Čiže počítač by vygeneroval najviac 11 čísel a pri dvanástom čísle by sa zastavil.

### *Komentár*

Takmer všetky 9-bodové riešenia sa viac-menej podobali vzorovému riešeniu. Nejaké body sme vám museli strhnúť, keď ste počítali iba s konkrétnymi prvočíslami (nie so zvyškami), alebo keď ste nedostatočne vysvetlili, ktoré zvyšky riešeniu nevyhovujú a prečo.
Najväčším kameňom úrazu 0-bodových riešení bolo buď nesprávne pochopené zadanie, alebo počítanie iba s prvočíslami z nejakého rozmedzia. Určiť si počet zamestnancov firmy, ako nejaké veľké číslo síce funguje v reálnom živote, ale v matematických úlohách musíte rátať s tým, že firma môže mať nekonečný počet zamestnancov. :)

## 5

opravovali: **Patrik Paľovčík** a **Matúš Masrna**
najkrajšie riešenia: Eva Krajčiová a Richard Prikler

16 riešení

### *Zadanie*

Stavbári majú v chladničke na začiatku dňa tri typy obedov: sviečková, klobása a rezeň. Vždy, keď robotník otvorí chladničku, vyberie si z nej 2 obedy rôznych typov a vloží do nej obed tretieho typu. Robotníci chodia do chladničky kým môžu opakovať uvedený postup. Ak na konci dňa zvýši v chladničke iba jeden obed, donesie ho Dano Peťovi. Ukážte, že ak by sa Peťo ráno pozrel do chladničky, vedel by zistiť či mu Dano donesie obed a ak áno, aký typ obeda to bude, bez ohľadu na voľby jednotlivých robotníkov.

***Riešenie***

Každý robotník, ktorý príde k chladničke, zoberie po jednom obede z dvoch rôznych druhov a vloží tam jeden obed tretieho druhu. Tým sa teda počet každého druhu obeda zmení o 1, čiže počet každého z druhov obedov zmení svoju paritu. Na konci by Peťo mohol dostať obed iba v prípade, že z jedného druhu zvyšoval jeden kus a z tých druhých dvoch ani jeden. To znamená, že na konci má jeden druh inú paritu ako zvyšné dva. A keďže po každom príchode robotníka zmenia paritu všetky tri, tak ak mal na konci jeden z nich inú paritu ako zvyšné dva, musel ju mať inú aj na začiatku.

V prípade, že sa Peťo ráno pozrie do chladničky a uvidí, že všetky druhy majú rovnakú paritu kusov obedov, s istotou vie povedať, že mu Dano obed nedonesie. Avšak aj keď má jeden druh obeda inú paritu ako zvyšné dva, nevie vždy Peťo naisto povedať, či mu Dano obed donesie.

Predstavme si prípad, že sú ráno v chladničke 2 sviečkové, 1 klobása a 1 rezeň. Prvý robotník by si mohol zobrať jednu sviečkovú a jednu klobásu a doplniť jeden rezeň. Potom by druhý robotník zobral sviečkovú a rezeň a doplnil klobásu, tretí by zobral klobásu a rezeň a Peťovi by sa tak zvýšila sviečková.

Avšak prvý robotník by sa mohol rozhodnúť, že zoberie klobásu a rezeň výmenou za ďalšiu sviečkovú. V tom prípade by zostali v chladničke iba 3 sviečkové, čo by znamenalo, že Dano by Peťovi obed nedoniesol, pretože v chladničke nezostal iba jeden kus, ale zároveň robotníci už z nej ďalej nebudú nič brať.

Peťo teda nemusí vedieť každé ráno určiť, či mu ten deň Dano obed donesie alebo nie. Avšak za predpokladu, že by vedel, že ho dostane, vedel by presne určiť aj druh obeda, ktorý by dostal, pretože ak nejaký dostane, bude to vždy ten, ktorý mal na začiatku inú paritu ako zvyšné dva, bez ohľadu na voľby jednotlivých robotníkov.

***Komentár***

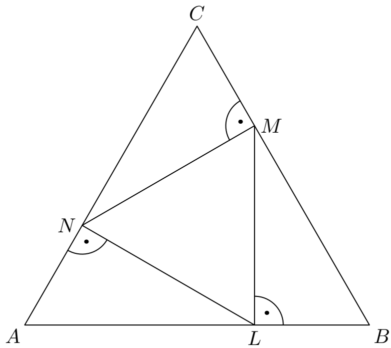
Túto úlohu neodovzdalo veľmi veľa riešiteľov, ale viacerým z vás sa ju podarilo pekne vyriešiť. Niektorí pekne vyriešili, že počty jedál nemôžu mať rovnakú paritu, ale neukázali prípad, kedy Peťo nevie, či dostane na konci dňa obed.

Častou chybou bolo, že ste ukázali, či to platí pre jeden alebo zopár konkrétnych prípadov, avšak to v úlohách tohto typu nestačí a treba dokázať, že dané tvrdenie platí pre všetky možnosti, prípadne ak neplatí, tak ukázať protipríklad. :)

## 6 opravovali: **Timea Szöllősová** a **Michal Masrna**
najkrajšie riešenie: Martina Osuská

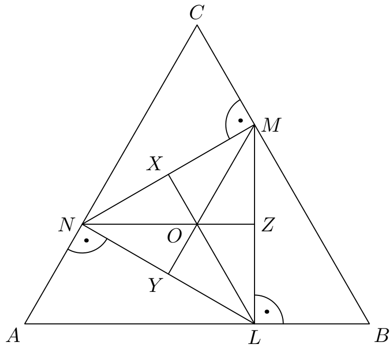
20 riešení

### *Zadanie*
Peťo nebol v poslednej dobe veľmi pracovne vyťažený, preto sa jeho šéf rozhodol dať mu za úlohu navrhnúť nové logo stavebnín. Peťov návrh mal tvar rovnostranného trojuholníka $ABC$ s bodmi $L$, $M$, $N$ ležiacimi postupne na stranách $AB$, $CB$, $CA$, tak, že $ML \perp AB$, $MN \perp CB$ a $LN \perp CA$. Peťo chce, aby bol trojuholník $LMN$ farebný, no nemôže si ale dovoliť minúť priveľa farby. Pomôžte Peťovi zistiť aká časť obsahu loga bude farebná.




### *Riešenie*
Na začiatok si uvedomme, že vďaka symetrii rovnostranného trojuholníka (na hociktorú z jeho strán ho „postavíme“, tak bude náš obrázok vyzerať rovnako), budú všetky tri pravouhlé trojuholníky zhodné. To tiež znamená, že trojuholník $LMN$ bude rovnostranný, keďže všetky tri jeho strany sú zhodné.

Do obrázka si doplňme výšky trojuholníka $LMN$ a ich päty si označme $X$, $Y$, $Z$ a ortocentrum $O$. Pozrime sa na trojuholník $LXN$ a jeho uhly: $\angle LXN = 90°$, $\angle XNL = 60°$, a teda $\angle NLX = 180 - 90 - 60 = 30°$. Teraz spravme to isté v trojuholníku $LOY$: $\angle OYL = 90°$, $\angle YLO = 30°$, a teda $\angle LOY = 180 - 90 - 30 = 60°$. Rovnakým spôsobom vieme zistiť, že aj trojuholník $NYO$ má rovnaké uhly. To znamená, že tieto dva trojuholníky sú podobné. Avšak všimnime si, že tieto dva trojuholníky majú spoločnú stranu $OY$, a teda sú zhodné. Označme si dĺžku strany $|LY| = |YN| = x$. Potom strana $LN$ má dĺžku $2x = |LY| + |YN|$.




Na záver sa ešte pozrime na uhly trojuholníka $ALN$: $\angle LNA = 90°$, $\angle NAL = 60°$, a teda $\angle ALN = 180 - 90 - 60 = 30°$. To znamená, že trojuholníky $LOY$ a $LNA$ sú podobné. A keďže ich strany $LN$ a $LY$ sú v pomere 2:1, tak ich obsahy sú v pomere 4:1. Označme si obsah trojuholníka $LOY$ ako $S$, potom trojuholník $ALN$ má obsah $4S$. Ako sme spomínali na začiatku, podľa symetrie vieme urobiť rovnaké úvahy aj pre otočený trojuholník $ABC$.

Trojuholník $LMN$ sa skladá zo šiestich trojuholníkov s obsahom $S$, čiže jeho obsah je $6S$. Trojuholník $ABC$ sa okrem šiestich trojuholníkov, ktoré má spoločné s trojuholníkom $LMN$, skladá aj z troch trojuholníkov s obsahmi $4S$, čiže jeho obsah bude $6S + 3 \cdot 4S = 18S$. Už máme obsahy oboch trojuholníkov $ABC$ aj $LMN$ vyjadrené pomocou $S$, čiže ich vieme porovnať a vidíme, že obsah trojuholníka $LMN$ je tretinou obsahu trojuholníka $ABC$.

### *Iné riešenie*

Rovnako ako v predošlom riešení, začneme uvedomením, že trojuholník $LMN$ je rovnostranný.

Všimnime si, že ak spojíme dva z našich pravouhlých trojuholníkov ich dlhšími odvesnami, vznikne nám rovnostranný trojuholník. Je to tak preto, lebo každý z nich má jeden uhol $60°$, druhý pravý (tie sa nám nasčítajú na priamy uhol) a jeden $30°$ $(180 - 90 - 60 = 30°)$ a tie sa nám sčítajú na tretí uhol o veľkosti $60°$. Čiže výsledný trojuholník bude naozaj rovnostranný, pričom strana, ktorou sme tieto trojuholníky spojili, bude jeho výška. Výška delí stranu rovnostranného trojuholníka na polovicu, z čoho vyplýva, že prepona každého pravouhlého trojuholníka bude dvojnásobkom jeho kratšej odvesny.

Pozrime sa na obvod trojuholníka $ABC$. Tvoria ho 3 kratšie odvesny pravouhlých trojuholníkov a 3 ich prepony. To znamená, že súčet dĺžok prepony pravouhlého trojuholníka a jeho kratšej odvesny bude rovný dĺžke strany trojuholníka $ABC$. Označme si dĺžku kratšej odvesny pravouhlého trojuholníka $x$. Potom je dĺžka prepony $2x$ a dĺžka strany trojuholníka $ABC$ $3x$. Podľa Pytagorovej vety je potom dlhšia odvesna pravouhlého trojuholníka rovná $x\sqrt{3}$ $(= \sqrt{(2x)^2 - x^2} = \sqrt{3x^2})$.

To znamená, že koeficient podobnosti rovnostranných trojuholníkov $ABC$ a $LMN$ je $\sqrt{3}$, čiže koeficient násobenia ich obsahov bude $\sqrt{3}^2 = 3$. Teda obsah trojuholníka $LMN$ je tretinou obsahu $ABC$.

### ***Komentár***

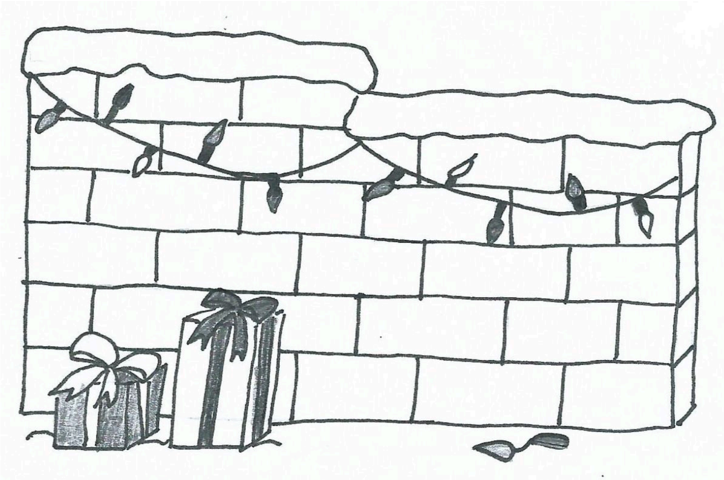
Ako vzorové riešenie napovedá, možností ako vyriešiť túto úlohu bolo viacero a nás veľmi potešilo, keď sme videli, že každý si našiel svoju unikátnu cestu k riešeniu. Či už ste sa vybrali cestou podobných trojuholníkov alebo Pytagorovej vety, je fajn sa na konci riešenia zamyslieť, či sa nedá nejako zjednodušiť, či ste nerobili niektoré kroky zbytočne (komplikovane) - občas si vďaka tomu ušetríte kopu písania a zároveň sa vaše riešenie stane prehľadnejším :)

Medzi najčastejšie chyby patrila úprava výrazov, či zámena podobnosti so zhodnosťou. Prvý typ chyby bol pritom pravdepodobne spôsobený hlavne nesprávnym prepísaním z papiera, na ktorom ste úlohu riešili, a preto si dávajte pozor, aby ste bodíky nestrácali takto zbytočne ;)

# *Konečné poradie zimného semestra 35. ročníka*

| Poradie | Meno a priezvisko | Ročník | Škola | PS | 1. | 2. | 3. | 4. | 5. | 6. | CS |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. - 4. | Oliver Seman | Z9 | GAlejKE | 54 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | **108** |
| | Martina Osuská | Z8 | ZDrJDMA | 54 | 9 | 9 | 9 | 9 | 5 | 9 | **108** |
| | Alenka Bálintová | Z8 | CZRZaZA | 54 | 9 | 9 | 9 | 5 | 9 | 9 | **108** |
| | Michal Vodička | Z8 | GAlejKE | 54 | 9 | 9 | 9 | 9 | 6 | 9 | **108** |
| 5. | Richard Prikler | Z8 | GJARMPO | 52 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | **106** |
| 6. | Eva Krajčiová | Z9 | GAlejKE | 48 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | **102** |
| 7. | Janka Urbánová | Z8 | GAlejKE | 52 | 9 | 9 | 9 | 4 | - | 9 | **101** |
| 8. | Natália Tkáčová | Z9 | ZLevoSN | 48 | 9 | 9 | 9 | 9 | 5 | 9 | **98** |
| 9. | Nina Hudáková | Z7 | GAlejKE | 48 | 9 | 2 | 9 | 3 | 9 | 8 | **95** |
| 10. | Ľuboš Šesták | Z7 | ZVývoBA | 39 | 9 | 9 | 7 | 9 | 2 | - | **84** |
| 11. | Tomáš Sukeľ | Z9 | ZJŠveHE | 30 | 9 | 9 | 9 | 9 | - | 9 | **75** |
| 12. | Sarah Klopstock | Z8 | ŠpMNDaG | 29 | 9 | 4 | 0 | 2 | 9 | 8 | **65** |
| 13. | Magdaléna Škriabová | Z7 | ZKro4KE | 40 | 9 | 6 | - | - | - | - | **61** |
| 14. | Radovan Milián | Z9 | ZKro4KE | 25 | 8 | 8 | - | 7 | - | 8 | **56** |
| 15. | Boris Köröš | Z8 | GAlejKE | 18 | 9 | 9 | 7 | - | - | 6 | **55** |
| 16. | Hana Hricová | Z7 | ZKro4KE | 27 | 9 | 9 | - | - | - | - | **54** |
| 17. | Marie Kasalová | Z7 | GTruhla | 44 | - | - | - | - | - | - | **44** |
| 18. | Ondrej Tóth | Z8 | GVaršZA | 37 | 2 | - | 0 | 4 | 0 | - | **43** |
| 19. - 21. | Ľudmila Krupová | Z9 | ZKro4KE | 20 | - | 6 | 9 | - | - | 5 | **40** |
| | Tomáš Boledovič | Z9 | CZNarBA | 30 | 3 | 7 | - | - | - | - | **40** |
| | Hana Sabová | Z8 | ZŠvermMI | 30 | 8 | - | - | 2 | - | - | **40** |
| 22. - 23. | Adam Ilčík | Z9 | ZKro4KE | 24 | 6 | 9 | - | - | - | - | **39** |
| | Barbora Brindžáková | Z7 | ZKro4KE | 39 | - | - | - | - | - | - | **39** |
| 24. | Barbora Menšíková | Z7 | ZKro4KE | 19 | 9 | - | 5 | - | - | - | **38** |
| 25. | Daniel Takáč | Z7 | GAlejKE | 35 | 1 | - | - | - | - | - | **36** |
| 26. - 27. | Oskar Cacara | Z9 | ZKro4KE | 21 | 4 | 1 | 9 | - | - | - | **35** |
| | Severín Karabinoš | Z8 | GAlejKE | 17 | 9 | - | 9 | - | - | - | **35** |
| 28. | Jakub Stramba | Z7 | ZKro4KE | 24 | 5 | - | - | 1 | - | - | **31** |
| 29. | Jakub Čaník | Z9 | GAlejKE | 30 | - | - | - | - | - | - | **30** |
| 30. - 31. | Matej Válek | Z9 | ZKro4KE | 16 | 4 | 9 | - | - | - | - | **29** |
| | Miriam Varechová | Z7 | ZKro4KE | 15 | 8 | - | 3 | - | - | - | **29** |
| 32. | Michal Válek | Z7 | ZKro4KE | 17 | 4 | 3 | - | - | - | - | **27** |
| 33. | Juraj Horňák | Z8 | ZKro4KE | 11 | 6 | 1 | 5 | 1 | - | - | **25** |
| 34. | Janka Ľochová | Z8 | GOpatKE | 15 | 3 | 3 | 1 | 0 | 1 | 0 | **24** |
| 35. | Anna Birková | Z7 | ZKro4KE | 17 | 3 | 1 | - | - | - | - | **22** |
| 36. | Šimon Škombár | Z8 | ZKro4KE | 20 | - | - | - | - | - | - | **20** |
| 37. | Bogdana Studenkova | Z9 | ZKro4KE | 14 | 3 | 2 | - | - | - | - | **19** |
| 38. - 39. | Gorazd Korečko | Z7 | ZKro4KE | 17 | 1 | - | - | - | 0 | - | **18** |
| | Dušan Ivan | Z9 | ZKro4KE | 9 | 4 | 5 | - | 0 | - | - | **18** |
| 40. - 44. | Ján Štiavnický | Z8 | ZKro4KE | 13 | 3 | - | 0 | 0 | - | 0 | **16** |
| | Marko Strompf | Z7 | ZKro4KE | 7 | 3 | - | 3 | - | - | - | **16** |
| | František Krč | Z7 | ZKro4KE | 16 | - | - | - | - | - | - | **16** |
| | Lukáš Hanes | Z9 | ZKro4KE | 2 | 5 | 9 | - | - | - | 0 | **16** |
| | Šimon Stripaj | Z9 | ZKro4KE | 1 | 8 | 7 | - | - | - | - | **16** |
| 45. - 46. | Nina Anna Betáková | Z9 | ZJŠveHE | 15 | - | - | - | - | - | - | **15** |

| Poradie | Meno a priezvisko | Ročník | Škola | PS | 1. | 2. | 3. | 4. | 5. | 6. | CS |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Martin Azari | Z7 | ZKro4KE | 12 | 1 | - | - | - | - | 1 | **15** |
| 47. - 48. | Michal Šarkan | Z8 | ZMRŠHLC | 14 | - | - | - | - | - | - | **14** |
| | Martin Vrba | Z8 | ZKro4KE | 14 | - | - | - | - | - | - | **14** |
| 49. | Simona Krošláková | Z9 | ZGogoTO | 13 | - | - | - | - | - | - | **13** |
| 50. | Samuel Györi | Z8 | ZKro4KE | 12 | - | - | - | - | - | - | **12** |
| 51. - 52. | René Ivan | Z7 | ZKro4KE | 9 | 2 | - | - | 0 | - | - | **11** |
| | Dorián Lovič | Z8 | ZKro4KE | 11 | - | - | - | 0 | 0 | - | **11** |
| 53. - 54. | Adam Kožuch | Z9 | ZGbelce | 6 | 1 | 1 | 0 | 0 | 2 | 0 | **10** |
| | Richard Orosz | Z7 | ZKro4KE | 7 | 1 | - | - | 1 | - | - | **10** |
| 55. - 57. | Šimon Varga | Z7 | ZKro4KE | 6 | 1 | - | 1 | - | - | - | **9** |
| | Dávid Györi | Z9 | ZKro4KE | 7 | 2 | - | - | - | - | - | **9** |
| | Šarlota Šustová | Z7 | ZKro4KE | 9 | 0 | - | - | 0 | - | - | **9** |
| 58. | Šimon Šima | Z8 | ZKro4KE | 7 | - | - | - | - | - | 1 | **8** |
| 59. | Gregor Pribičko | Z7 | ZKro4KE | 5 | - | 2 | - | - | - | - | **7** |
| 60. - 61. | Samuel Šimurda | Z7 | ZKro4KE | 5 | - | - | 1 | 0 | - | - | **6** |
| | Lukáš Dankanin | Z7 | ZKro4KE | 6 | - | - | - | - | - | - | **6** |
| 62. - 63. | Simon Jakub | Z8 | ZKro4KE | 5 | - | - | - | - | - | - | **5** |
| | Lenka Harmanska | Z6 | ZKro4KE | 0 | 3 | - | 1 | - | - | - | **5** |
| 64. | Tomáš Polomský | Z7 | ZKro4KE | 0 | - | - | - | 1 | 1 | - | **3** |
| 65. - 66. | Bronislava Hájasová | Z8 | ZGbelce | 0 | - | - | - | - | - | - | **0** |
| | Šimon Jurík | Z5 | ZKro4KE | 0 | 0 | - | - | - | - | - | **0** |




| | |
|---|---|
| **Názov:** | *MATIK* – korešpondenčný matematický seminár<br>Číslo 3 • December 2021 • Zimný semester 35. ročníka |
| **Web:** | `matik.strom.sk` |
| **E-mail:** | `matik@strom.sk` |
| **Riešenia:** | Prijímame odovzdaním na webe, poštou a len v prípade poruchy na adrese `riesenia@strom.sk` |
| **Organizátor:** | Univerzita Pavla Jozefa Šafárika v Košiciach,<br>Prírodovedecká fakulta, Šrobárova 2, 041 54 Košice<br>Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice |

*Organizačný poriadok korešpondenčných matematických seminárov Malynár, Matik, STROM je zaregistrovaný na Ministerstve školstva, vedy, výskumu a športu Slovenskej republiky pod číslom 2017/13750:2-10B0.*