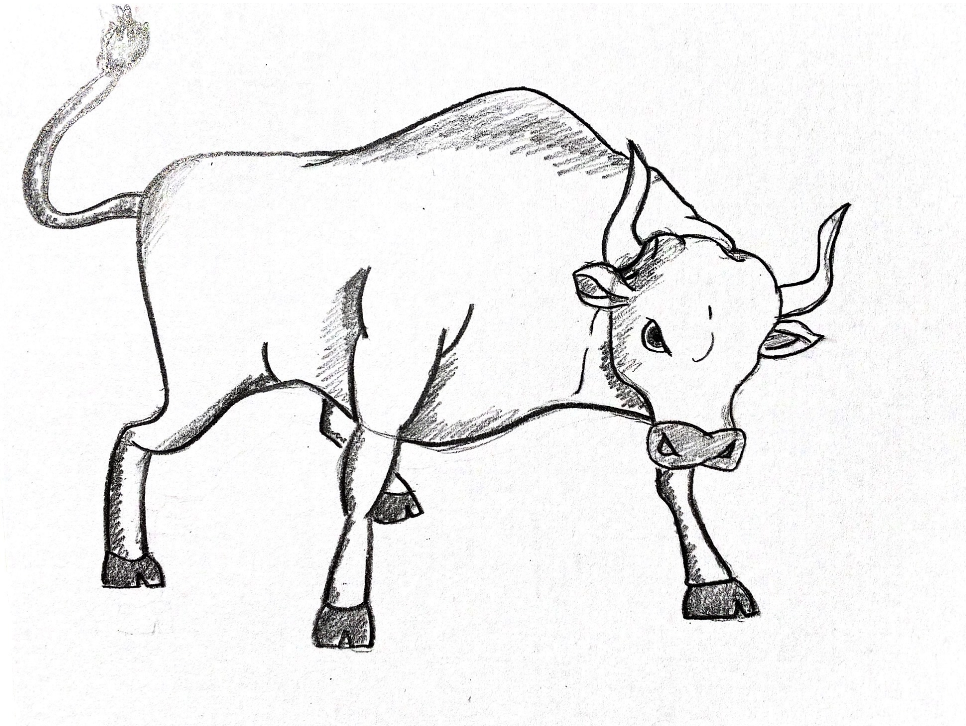
Korešpondenčný Matematický Seminár

MATIK

Číslo 5 — Ročník 34 matik.strom.sk



Ahoj!

Tvojmu pohľadu zjavne neuniklo ďalšie vydanie *MATIK*a, v ktorom nájdeš nielen poradie po prvej sérii tohto semestra, ale aj naše vzorové riešenia. Nezabúdaj však, že sme ešte len v polčase, tak určite nepoľavuj a pusti sa do druhej série. S radosťou očakávame Tvoje ďalšie riešenia!

vedúci *MATIK*a

2% z daní

Aj tento rok môžu vaši rodičia venovať 2% zo svojich daní verejnoprospešným organizáciám, ako sme my (dokonca niektorí až 3%).
Peniaze získané z 2% využívame na pokrytie časti nákladov spojených s aktivitami pre vás (kopírovanie časopisov, poštovné, ceny na súťažiach, aktivity na sústredeniach...).
Chceme vás preto poprosiť, aby ste rodičom, členom svojej blízkej aj vzdialenej rodiny, susedom a pokojne aj cudzím ľuďom na ulici porozprávali o našich aktivitách a poprosili ich, aby svojou troškou podporili našu dobrovoľnícku činnosť a pomohli tým skupine mladých cieľavedomých ľudí zabezpečujúcich chod týchto úžasných seminárov, ktoré tak zbožňujete. Porozprávajte im, čo pre vás znamená sústredenie, čo vám dáva riešenie úloh semináru, a vysvetlite im, že takto podporia aj váš rozvoj a prispejú k zmysluplnému tráveniu vášho voľného času.
Potrebné informácie o tom, ako darovať 2%, nájdete na stránke nášho združenia `https://zdruzenie.strom.sk/sk/zdruzenie/2percenta/` a radi vám odpovieme na ľubovoľné otázky ohľadom našej podpory aj mailom na `info@strom.sk`.
Ďakujeme!

Tábor mladých matematikov

Čo by to boli za prázdniny bez TMMka? To veru nevieme. No sme si istí, že tento rok to určite zistiť nechceme! Preto aj tento rok chystáme pre budúcich siedmakov ZŠ až budúcich druhákov SŠ Tábor mladých matematikov, ktorý sa bude konať **23. - 30. augusta 2021 v ŠvP Detvianska Huta**!
Pýtaš sa, čo je to TMM? Ide o 8-dňový pobyt nabitý zaujímavým programom, v ktorom nesmie chýbať zábava, matematika a príjemná spoločnosť. Pozvánku s podrobnými informáciami a prihlášku nájdeš na našich webových stránkach. Nezabudni však, že kapacita je obmedzená, preto s prihlásením nečakaj na poslednú chvíľu. Tešíme sa na Teba!

Vzorové riešenia 1. série úloh letného semestra

1 opravovali: **Števo Vašak** a **Lujza Milotová**

najkrajšie riešenia: Lukáš Jacko, Oliver Seman

38 riešení

Zadanie

Chulio a Vincenzo sú známi svojou záletnou povahou. Aby sa ich ženy o ničom od nikoho nedozvedeli, v niektoré dni každému klamú, zatiaľ čo zvyšné dni vravia pravdu. Chulio klame vždy len v stredu, sobotu a nedeľu a Vincenzo hovorí pravdu len v stredu, štvrtok a sobotu. Keď sa stretli v predsieni Palazzo di Arcobaleno, prebehol tento rozhovor:

- Chulio: Buongiorno! Včera som klamal!
- Vincenzo: Ciao! Aj ja!

Viete jednoznačne určiť, v ktorý deň prebehol tento rozhovor? Svoju odpoveď zdôvodnite.

Riešenie

Informácie zo zadania si zapíšeme do tabuľky (P znamená, že v daný deň hovorí daný človek pravdu a K znamená, že v daný deň klame):

	pondelok	utorok	streda	štvrtok	piatok	sobota	nedeľa
Chulio	P	P	K	P	P	K	K
Vincenzo	K	K	P	P	K	P	K

Zo zadania vieme, že Chulio aj Vincenzo tvrdia, že včera klamali. Pozrime sa, ako to funguje z ich pohľadu.

Môžem teda hovoriť pravdu alebo klamať. Ak hovorím pravdu, a teda včera som naozaj klamal, tak dnešný deň je P deň a včerajší deň musel byť K deň. Ak klamem, a teda včera som neklamal, ale hovoril som pravdu, tak dnešný deň je K deň a včerajší deň musel byť P deň.

Podľa tabuľky už ľahko určíme, v ktoré dni mohli Chulio a Vincenzo povedať svoje výroky:

Chulio:

- P deň, ktorému predchádza K deň: štvrtok, pondelok
- K deň, ktorému predchádza P deň: streda, sobota

Vincenzo:

- P deň, ktorému predchádza K deň: streda, sobota
- K deň, ktorému predchádza P deň: piatok, nedeľa

Teraz sa pozrime na to, kedy mohli odznieť výroky oboch chlapcov súčasne. Mohlo to tak byť v stredu alebo v sobotu. Zo zadaných informácií teda nedokážeme jednoznačne určiť, kedy sa rozhovor udial.

Komentár

Väčšina z vás zvládla úlohu na 9 bodov. Či už ste riešili úlohu spôsobom, ako vo vzorovom riešení, alebo ste rozoberali jednotlivé dni od pondelka až po nedeľu postupne, riešenia boli pekné. Veľa z vás však zabudlo na vysvetlenie faktu, že keď niekto dnes klame, tak včera musel hovoriť pravdu a naopak. Niektorí z vás tiež nedostatočne vysvetlili, prečo práve pondelok, štvrtok, streda a sobota vyhovujú Chuliovi a streda, sobota, piatok a nedeľa vyhovujú Vincenzovi. Často ste iba povedali, že to vyplýva z tabuľky. A tiež nezabúdajte pozorne čítať zadanie úlohy (pýtali sme sa, či vieme jednoznačne určiť deň, v ktorý rozhovor prebehol, nie, v ktoré dni mohol prebehnúť). :)

2

opravovali: **Martin „Kopy“ Kopčány** a **Ján Richnavský** 37 riešení

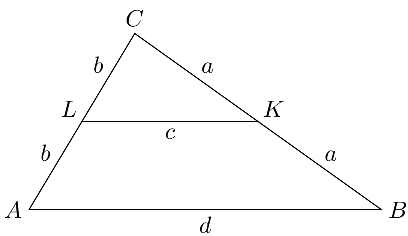
najkrajšie riešenia: všetky 9-bodové riešenia

Zadanie

Francesca dostala od Vincenza na výročie amulet s tromi tajnými prepážkami. Amulet má tvar trojuholníka ABC. Označme stredy strán CB a CA písmenami K a L. Prepážka s jedom pripraveným pre Biancu tvaru štvoruholníka $ABKL$ má obvod 10 cm a prepážka s fotkou Chulia tvaru trojuholníka KLC má obvod 6 cm. Aká je dĺžka tretej tajnej prepážky tvaru úsečky KL?

Riešenie

Bod K je stredom úsečky CB, z čoho vyplýva, že úsečky CK a BK majú rovnakú dĺžku, označme ju a. Podobne bod L je stredom úsečky CA, a teda úsečky CL a AL majú rovnakú dĺžku, označme ju b. Dĺžku úsečky KL označme c, dĺžku úsečky AB označme d.



Z obrázku vyplýva, že obvod štvoruholníka $ABKL$ sa rovná súčtu $a + b + c + d$ a obvod trojuholníka LKC sa rovná súčtu $a + b + c$.

Obvod štvoruholníka $ABKL$ je o 4 cm väčší ako obvod trojuholníka LKC, pričom je dlhší len o stranu d. Z toho vyplýva, že $d = 4\,\text{cm} = |AB|$.
Vieme, že úsečka KL je strednou priečkou trojuholníka ABC, pretože body K a L sú stredy jeho strán BC a AC. Z vlastností strednej priečky vieme, že dĺžka úsečky KL je rovná polovici dĺžky úsečky AB, a teda $|KL| = 2\,\text{cm}$.

Komentár

Väčšine z vás sa podarilo dopracovať sa k správnemu riešeniu, často sa však stalo, že ste nám nevysvetlili to, že KL je polovicou z AB preto, lebo je strednou priečkou. Nie je to také zjavné, ako by sa mohlo zdať, tak to nabudúce nezabudnite spomenúť :)
Okrem toho sme sa stretli ešte s riešeniami, ktoré predpokladali, že trojuholník ABC je rovnoramenný alebo rovnostranný, zadanie však toto netvrdilo. So zadaním úlohy preto treba zaobchádzať veľmi opatrne, aby ste odrazu neriešili niečo iné ;)

3

opravovali: **Róbert Sabovčík** a **Adel Horváthová**
najkrajšie riešenia: Richard Prikler, Katarína Ostertágová

31 riešení

Zadanie

Záhrada Palazzo di Arcobaleno je rozdelená na deväť záhonov oddelených chodníčkami a usporiadaných do štvorca 3×3. Niektoré záhony sú uzavreté pre verejnosť (zaznačené na plániku sivou farbou). Do každého záhonu v plániku sme vpísali číslo označujúce počet uzavretých záhonov (sivých políčok), s ktorými daný záhon susedí, či už chodníčkom alebo rohom. Na obrázku vidíte príklad, ako môže vyzerať plánik, v ktorom je súčet čísel v záhonoch 16. Zistite, koľko existuje rôznych možností, ako uzavrieť záhony, aby sme na plániku mali súčet čísel 17 (pričom uzavretia záhonov, ktoré vznikli otočením jedného uzavretia, rátame za tie isté).

2	1	2
3	2	2
1	2	1

Riešenie
Na plániku máme 3 rôzne druhy políčok (záhonov):

- 1 stredové políčko, ktoré susedí s ôsmimi políčkami, a teda jeho uzavretím sa nám k celkovému súčtu pripočíta 8
- 4 rohové políčka, ktoré susedia s tromi políčkami, teda ich uzavretím pripočítame 3 k celkovému súčtu
- 4 políčka v stredoch strán, ktoré susedia s piatimi políčkami, teda ich uzavretím pripočítame 5 k celkovému súčtu

Vieme teda, že k celkovému súčtu vieme pridávať len čísla 3, 5 a 8, pomocou ktorých potrebujeme získať súčet 17. Zároveň platí, že 3 a 5 môžeme zarátať maximálne 4-krát a 8 najviac raz.
Číslo 17 je prvočíslo, takže ho použitím iba rovnakých druhov políčok nedostaneme (pretože 17 nie je deliteľné tromi, piatimi ani ôsmimi).
Keďže 17 nie je deliteľné tromi, vieme, že ju len z políčok s počtom 3 záhony neposkladáme, preto musíme použiť aspoň jedno z políčok s počtom 5 alebo 8. Čísla 5, 8 a 17 majú po delení tromi rovnaký zvyšok, a to 2. Číslo 3 má po delení tromi zvyšok 0, to znamená, že nech ho prirátame k akémukoľvek číslu, zvyšok tohto súčtu po delení tromi nezmení. Ak by sme uzavreli práve 2 políčka s počtom 5 alebo 8 (čiže súčet týchto políčok by bol 10, 13 alebo 16), tak by bol zvyšok celkového súčtu po delení tromi 1 (a preto by sme nemohli dostať celkový súčet 17, ten dáva zvyšok 2). Ak by sme takéto políčka uzavreli 3 (čiže súčet týchto políčok by bol 15, 18, 21 alebo 24), tak by bol zvyšok súčtu po delení tromi 0 (a preto by sme nemohli dostať celkový súčet 17, ten dáva zvyšok 2). Ak by sme takéto políčka uzavreli aspoň 4, tak by bol najmenší možný súčet $4 \cdot 5 = 20$, čo je viac ako 17. Z tohto zistíme, že chceme uzavrieť práve jedno z políčok, ktoré k súčtu pridávajú 5 alebo 8.
Keďže vieme, že musíme uzavrieť práve jedno z políčok, ktoré pridávajú 5 a 8, tak nám z toho vyplývajú 2 možnosti:

- Ak uzavrieme 1 stredové políčko, tak nám ostane súčet 9, ktorý doplníme troma rohovými políčkami.
- Ak uzavrieme 1 políčko v strede strany ostane nám súčet 12, ktorý získame uzavretím všetkých 4 rohových políčok.

Podstatné je ešte povedať, že hoci v oboch prípadoch vieme zvoliť rozličné políčka (máme napríklad 4 políčka, ktoré sú v stredoch strán), tak sa všetky rátajú len za jednu možnosť, pretože vedia vzniknúť otočením jedného uzavretia. Týmto sme teda ukázali, že máme presne dve riešenia, ktoré sú popísané vyššie.

Komentár

Takmer všetci ste našli obe správne možnosti, čo nás samozrejme veľmi teší. Najčastejším (takmer jediným) problémom však bolo to, že ste neukázali, že možnosti, ktoré ste našli sú skutočne tie jediné správne. V tejto úlohe to bolo síce očividné, a preto ste mohli mať pocit, že aj zbytočné, no to bohužiaľ nie je platný argument :D. Nabudúce preto myslite na to, že súčasťou riešenia je aj ukázanie toho, že to je to jediné správne.

4

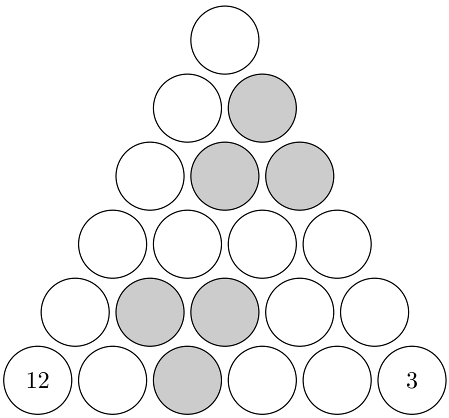
opravovali: **Dano Onduš** a **Bia Gurská**

najkrajšie riešenia: Martina Osuská, Ondrej Králik

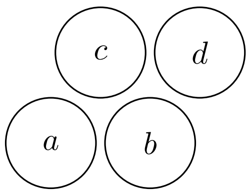
27 riešení

Zadanie

Obrus, do ktorého Francesca vyšíva, má tvar trojuholníka zloženého z kruhov ako na obrázku. Francesca chce vyšiť do každého kruhu toľko kvietkov, aby bol počet kvietkov v každej trojici kruhov, ktoré tvoria malý trojuholník (na obrázku vidíte vyfarbené príklady dvoch takých trojuholníkov) deliteľný piatimi. Do kruhov v dolných rohoch jej však ráno od zlosti Bianca vyšila 12 kvietkov a 3 kvietky. Aké rôzne počty kvietkov môže Francesca vyšiť do najvrchnejšieho kruhu? Nájdite všetky možnosti.

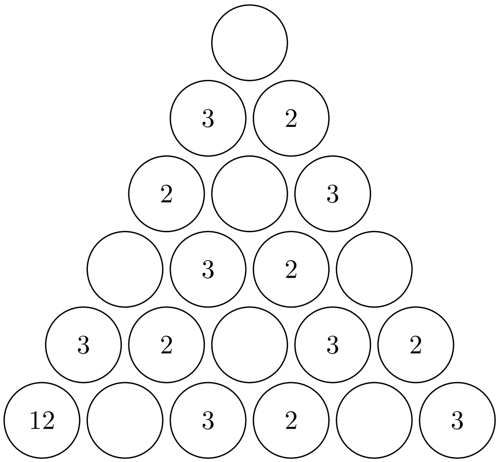


Riešenie



Ak si vyberieme štyri susediace kruhy (po 2 z jedného radu), vytvoria 2 trojuholníky, acb a cbd, ako na obrázku. Tieto trojuholníky majú spoločné kruhy b, c . To znamená, že aby oba tieto trojuholníky mali súčet kvietkov deliteľný 5, kruhy a,d majú rovnaký zvyšok po delení 5. Toto platí, pretože v oboch trojuholníkoch bude súčet zvyškov kruhov c, b, teda potrebujeme prirátať rovnaký zvyšok, aby sme dostali číslo deliteľné piatimi.

Pozrime sa na takéto 4 kruhy v ľavom dolnom rohu. V tejto štvorici je vľavo dole kruh s 12 kvietkami. Z toho vieme, že kruh vpravo hore bude mať rovnaký zvyšok po delení piatimi ako 12, čo je 2. Teraz môžeme nájsť ďalšiu štvoricu, v ktorej sa vyskytuje tento kruh so zvyškom 2, vďaka čomu nájdeme ďalší kruh so zvyškom 2. Týmto spôsobom vieme nájsť všetky kruhy, ktoré nám dajú zvyšok 2.
Rovnakú metódu použijeme aj pri štvorici v pravom dolnom rohu, kde poznáme kruh so zvyškom 3. Opäť vieme rovnakým postupom nájsť všetky kruhy, ktoré nám dajú zvyšok 3.



Ako vidno z obrázka, po doplnení ostal v každom trojuholníku práve jeden prázdny kruh. Rovnako je stále prázdny aj najvrchnejší kruh. Súčet zvyškov v každom trojuholníku je zatiaľ 5 (lebo $2 + 3 = 5$). To znamená, že do prázdnych kruhov v trojuholníkoch musí ísť len také číslo, ktoré je tiež násobkom 5, aby bol súčet deliteľný piatimi. Teraz sme už vyplnili aj najvrchnejší kruh a zistili sme, že tam musí byť počet kvietkov, ktorý je deliteľný piatimi.

Komentár

Takmer všetci ste našli správny výsledok, čo nás teší. Ak ste mali podobné riešenie ako v časopise, najčastejšie ste body stratili vtedy, ak ste nedostatočne vysvetlili prečo kruhy oproti sebe v štvoruholníku majú rovnaký zvyšok. Niektorí z vás skúšali aj všetky kombinácie zvyškov v trojuholníku vľavo dole. V takom prípade však musíte vyskúšať naozaj všetky možnosti, (čo by tu nemal byť problém, keďže ich je len päť ;)).

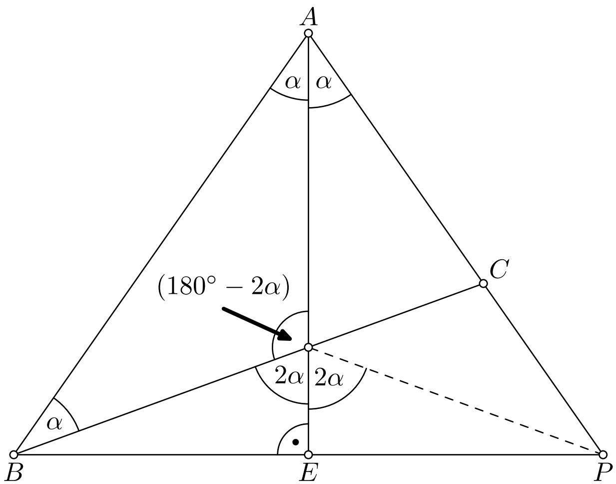
5 opravovali: **Sara Gašparová** a **Timka Szöllősová** 27 riešení
najkrajšie riešenia: Marek Horváth, Katka Farbulová

Zadanie

Biancina mama Zita je už stará a potrebuje sa každé ráno prejsť do Parco Innamorato. Jej bežná trasa má tvar trojuholníka ABC, v ktorom uhol CAB je dvakrát väčší ako uhol ABC a zároveň uhol ABC je menší ako 45 stupňov. Os uhla CAB pretína stranu BC v bode D. Bod E leží na priamke AD, ale mimo trojuholníka ABC tak, že veľkosť uhla BEA je 90 stupňov. Keď predĺžime úsečky AC a BE na priamky, tak sa pretnú v bode P. Koľkokrát väčší je uhol BDP ako uhol ABC?

Riešenie

Najskôr si označme veľkosť uhla ABC ako α. Keďže je uhol BAC dvakrát väčší ako uhol ABC a jeho os, priamka AD, delí tento uhol na dve zhodné časti, bude platiť, že $|\sphericalangle BAD| = |\sphericalangle CAD| = \alpha$. Podľa uhlov BAD a ABD v trojuholníku ABD vieme dopočítať $|\sphericalangle ADB| = 180° - \alpha - \alpha = 180° - 2\alpha$ a následne aj jeho susedný uhol $|\sphericalangle EDB| = 2\alpha$.



Trojuholníky ABE a APE majú zhodnú stranu AE, uhol pri vrchole A (α) aj uhol pri vrchole E (90° - keďže uhol BEA je pravý a bod P leží na polpriamke BE). Z toho vyplýva, že trojuholníky ABE a APE sú zhodné podľa vety *usu*. Úsečka PE je preto zhodná s BE. Pre trojuholníky DBE a DPE teda platí, že $|PE| = |BE|$, $|\sphericalangle BED| = |\sphericalangle PED|$ a majú zhodnú stranu ED. Z toho vyplýva, že trojuholníky DBE a DPE sú zhodné podľa vety *sus*.
Čiže uhol BDE je rovnaký ako uhol PDE, teda 2α. Zlúčením týchto uhlov vznikne uhol BDP, ktorý bude veľký 4α. Teda uhol BDP je 4-krát väčší ako uhol ABC.

Komentár

Takmer všetkým, ktorí úlohu odovzdali, sa podarilo nájsť správne riešenie. Väčšina z vás na to išla cez zhodnosť trojuholníkov alebo len dopočítavala uhly. Našli sa však aj takí, ktorí riešili príklad pomocou trojuholníku s konkrétnymi uhlami.
Takéto riešenia musíme ohodnotiť menším počtom bodov, keďže to nedokazujú pre všetky trojuholníky (s neznámym uhlom), ale len pre pár konkrétne, vami vybrané, trojuholníky. Vtedy riešenie nedokazuje, že bude vždy platiť, a preto sa tomu skúste vyvarovať - napriek tomu, že úvahy pomocou konkrétnych uhlov vás môžu naviesť na správnu myšlienku :)

6

opravoval: **Kubo Genči**
najkrajšie riešenia: Alenka Bálintová, Vladimír Slanina

18 riešení

Zadanie

Chulio a Vincenzo sa pohádali a rozhodli sa svoj spor vyriešiť súbojom myslí. Hrajú teda hru, kde od mamy Zity dostanú obrázok s $n \geq 3$ bodmi a k úsečkami s koncovými bodmi v týchto bodoch. Najprv Chulio vyberie dva z týchto bodov a označí ich A a B a položí kamienok na bod A. Potom hru začína ťahom Vincenzo – jeho ťah vyzerá tak, že posunie kameň po nejakej úsečke do jej druhého koncového bodu. Nasleduje Chuliov ťah – zmaže jednu z úsečiek z obrázka. V týchto ťahoch sa postupne striedajú. Ak sa kamienok po nejakom počte ťahov presunie do bodu B, tak vyhrá Vincenzo a naopak vyhrá Chulio. Pri zadanej hodnote n, aké je najväčšie možné k také, že Chulio vie vždy vyhrať?

Riešenie

Keďže hľadáme najväčšie možné k, pri ktorom vie vyhrať Chulio, pozrime sa na hru, kde sú spojené úsečkou každé dva body. V takom prípade Chulio zvolí body A a B a položí kamienok na bod A. Keďže sú spojené navzájom všetky body, tak sú spojené aj A a B, a teda Vincenzo v prvom ťahu môže posunúť kamienok z bodu A do bodu B, vďaka čomu vyhrá.
Čo ak by na obrázku chýbala iba 1 úsečka? V takom prípade Chulio zvolí body, medzi ktorými úsečka nevedie, ako body A a B (ináč to dopadne ako v hre vyššie). Vincenzo potom musí posunúť kamienok na nejaký iný bod. Tento bod už je spojený s bodom B, avšak túto úsečku Chulio môže vzápätí zmazať. Tým pádom sa Vincenzo bude musieť posunúť na ďalší bod. Toto môžu opakovať dovtedy, kým do bodu B nebude viesť žiadna úsečka. Ak Vincenzo v priebehu hry posunie kamienok do bodu, z ktorého už nevedie úsečka do bodu B, Chulio môže odstrániť ľubovoľnú úsečku vedúcu do bodu B. Vincenzo zjavne v takejto hre nemôže vyhrať, pretože príde o všetky úsečky vedúce do bodu B predtým, než sa tam dostane.

Vieme teda, že k je rovné maximálnemu počtu úsečiek mínus 1. Aký je však maximálny počet úsečiek? Z každého bodu (máme ich n) vedie úsečka do ostatných $n-1$ bodov. Nesmieme však zabúdať, že úsečka má dva konce a my ju potrebujeme započítať iba raz. Maximálny počet úsečiek je preto $\frac{n(n-1)}{2}$. Z toho vyplýva, že maximálna hodnota k je $\frac{n(n-1)}{2} - 1$.

Komentár

Najčastejšou chybou bolo to, že ste uvažovali, že Vincenzo vždy posunie kamienok na bod, z ktorého vedie úsečka do bodu B. Je to síce intuitívne, no touto úvahou predpokladáte, že Vincenzo bude hrať podľa nejakej stratégie. Keďže však hľadáte víťaznú stratégiu pre Chulia, tá musí fungovať nech Vincenzo hrá akokoľvek (aj keď by vždy urobil úplne náhodný ťah). Preto bolo nutné spomenúť aspoň to, že v takom prípade môže Chulio zmazať úplne ľubovoľnú úsečku. Toto je dôvod, kvôli ktorému väčšina z vás prišla o bod.

Autori vzorových riešení: Erik Berta, Viktória Brezinová, Martin Albert Gbúr, Patrik Paľovčík, Róbert Sabovčík, Žaneta Semanišinová, Timea Szöllősová

Zadania 2. série úloh letného semestra

Riešenia pošlite najnekôr do **3. mája 2021**

Úloha 1

Prednedávnom si ešte traja bratia Chulio, Vincenzo a Giovanni Tortelliniovci rozdeľovali rodinné peniaze v pomere $4:5:6$*, najmenej dostával mladý Chulio a najviac najstarší Giovanni. Po tom, ako Giovanniho našli mŕtveho vo vlastnej komnate, Chulio navrhol, že si Giovanniho časť rozdelia s Vincenzom na polovice. Vincenzo však trval na tom, aby si aj túto časť rozdelili nerovnomerne ako zvyčajne, teda v pomere* $4:5$*. Vincenzo by totiž podľa Chuliovho návrhu dostal o* 4000 *lýr menej ako podľa svojho. Koľko peňazí má dokopy rodina Tortelliniovcov?*

Úloha 2

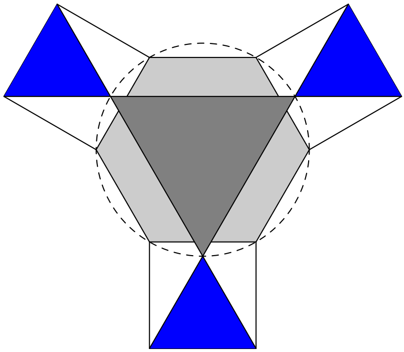
Na maškarné bály v Palazzo di Arcobaleno je každý rok pozvaných 21 *hostí. Na posledných dvoch báloch sa zakaždým rozdelili do troch sál po sedem hostí. Ukážte, že niektorí traja hostia boli na oboch báloch spolu v jednej sále.*

Úloha 3

Bianca prišla na to, že ju Vincenzo podvádza a tak sa s ním pohádala, že lietali taniere. Konkrétne lietal jeden tanier tvaru 101*-uholníka. Najprv hodila tanier o zem Bianca a tým ho rozdelila pozdĺž ľubovoľnej uhlopriečky (Bianca aj Vincenzo vedia vždy hodiť tanier tak, aby sa rozdelil pozdĺž nimi zvolenej uhlopriečky) na dva mnohouholníky. Následne Vincenzo zobral zo zeme jeden z črepov tvaru mnohouholníka a znova ho hodom o zem roztrieštil na dva mnohouholníkové črepy pozdĺž ním zvolenej uhlopriečky. Takto striedavo hádžu črepy o zem, pričom hádku prehrá ten, kto už nemôže rozbiť žiaden črep. Kto z nich má vyhrávajúcu stratégiu a akú? Svoju odpoveď zdôvodnite.*

Úloha 4

Na obrázku vidíte plán Palazzo di Arcobaleno zložený z pravidelných mnohouholníkov. Sála na prízemí tvaru šesťuholníka a jedáleň na prvom poschodí tvaru tmavosivého trojuholníka sú vpísané do tej istej kružnice. Každá z troch rovnakých komnát tvaru modrého trojuholníka má obsah 17*. Určte obsah jedálne.*



Úloha 5

Pali si do zošita na nočnom stolíku po každej epizóde zapisuje, koľkokrát už Francesca podviedla Chulia. Prvé dve čísla, ktoré napísal sú 1 *a* 1*. Každé nasledujúce číslo, ktoré si zapísal, bolo súčinom predchádzajúcich dvoch zvýšeným o* 1*. To znamená, že číslo, čo si napísal po tretej epizóde je* $1 \cdot 1 + 1 = 2$*. Ukážte, že číslo, čo si napísal po* 2020*-tej epizóde, nie je deliteľné číslom* 4*.*

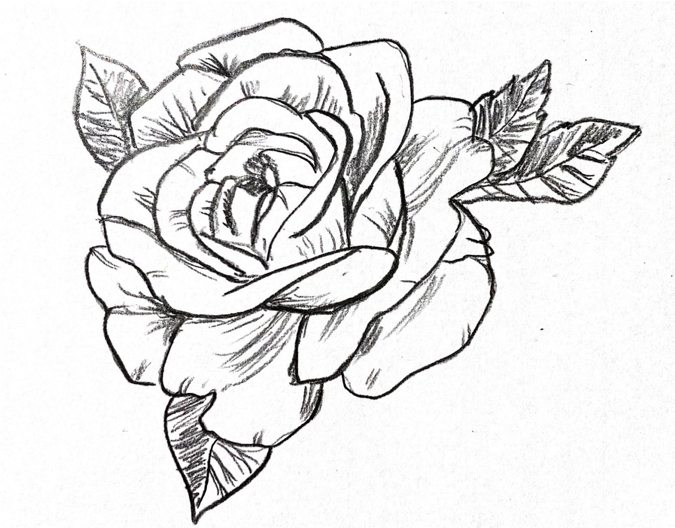
Úloha 6

Vo finále 23tej série sa Vincenzo dozvedá, že Bianca ho podviedla a rozhodol sa zavraždiť ju, rovnako ako posla tejto správy – Chulia. Naháňajú sa teda po obvode kruhovej sály, pričom Vincenzo obehne celú sálu za 360 *sekúnd. Bianca beží dvakrát rýchlejšie ako Vincenzo a Chulio beží trikrát rýchlejšie ako Vincenzo. Začínajú z rovnakého miesta a behajú, pokým sa znovu všetci traja nestretnú na tom istom mieste. Akú dlhú dobu dokopy za tento čas bol trojuholník Vincenzo-Bianca-Chulio ostrouhlý?*

Poradie po 1. sérii letného semestra

Poradie	Meno a priezvisko	Ročník	Škola	1.	2.	3.	4.	5.	6.	CS
1. - 6.	Lucia Chladná	Z9	GAMČABA	9	9	9	9	9	9	54
	Richard Prikler	Z7	GJARMPO	9	9	9	9	9	-	54
	Martina Osuska	Z7	ZDrJDMA	9	9	9	9	9	8	54
	Oliver Seman	Z8	GAlejKE	9	9	9	9	9	-	54
	Eva Krajčiová	Z8	GAlejKE	9	9	7	9	9	9	54
	Martin Franek	Z8	GsvFHZA	9	9	9	7	9	9	54
7.	Tomáš Kubrický	Z9	ZKro4KE	8	9	9	9	9	9	53
8. - 11.	Vladimír Slanina	Z9	ZKro4KE	9	9	7	9	9	9	52
	Matúš Libák	Z9	GAlejKE	8	9	9	9	9	8	52
	Richard Vodička	Z9	GAlejKE	8	9	9	9	9	8	52
	Michal Vodička	Z7	GAlejKE	7	8	9	9	9	8	52

Poradie	Meno a priezvisko	Ročník	Škola	1.	2.	3.	4.	5.	6.	CS
12. - 13.	Ondrej Tóth	Z7	GVaršZA	9	9	9	8	-	7	51
	Ondrej Králik	Z9	GAlejKE	9	9	7	9	9	8	51
14.	Alenka Bálintová	Z7	CZRZaZA	8	4	7	8	9	9	50
15. - 16.	Marek Horváth	Z9	GKonšPO	7	9	7	9	9	8	49
	Veronika Vodičková	Z9	GAlejKE	9	9	9	5	9	8	49
17.	Natália Tkáčová	Z8	ZLevoSN	9	7	7	3	9	7	46
18. - 20.	Katarína Farbulová	Z9	GAlejKE	9	9	9	9	9	-	45
	Paulína Tkáčová	Z9	ZLevoSN	9	9	7	3	9	8	45
	Janka Urbánová	Z7	GAlejKE	9	6	6	6	9	6	45
21. - 22.	Lukáš Jacko	Z9	ZKro4KE	9	9	7	9	9	-	43
	Soňa Grofčíková	Z7	ZLNovKE	9	9	7	-	9	-	43
23.	Maxima Bednarčíková	Z9	GAlejKE	8	9	9	5	9	-	40
24.	Katarína Ostertágová	Z8	CENADA	9	9	9	9	-	-	36
25.	Sarah Klopstock	Z7	ŠpMNDaG	9	3	6	2	3	-	32
26.	Martin Dudjak	Z9	SMládPP	9	9	-	6	6	-	30
27.	Janka Ľochová	Z7	GOpatKE	8	8	2	2	-	-	28
28. - 30.	Natália Poliačiková	Z9	ZKro4KE	9	9	9	-	-	-	27
	Emma Stajančová	Z7	ZPečoNV	9	9	-	-	-	-	27
	Zuzana Beňová	Z7	ZFKráZC	0	9	-	-	9	-	27
31. - 33.	Ľubomíra Šenitková	Z9	GLipany	7	9	0	6	-	4	26
	Boris Köröš	Z7	GAlejKE	8	9	-	-	-	-	26
	Hana Sabová	Z7	2. ZŠ	6	6	7	-	-	-	26
34.	Kalista Semancová	Z9	ZSNP1HE	9	1	7	-	7	-	24
35.	Radovan Milián	Z8	ZKro4KE	9	6	4	-	3	-	22
36.	Lenka Prevužňáková	Z7	ZPečoNV	5	2	-	-	2	-	14
37.	Tereza Spustová	Z9	Gym. J. Tranovského	4	-	-	-	-	-	4
38.	Tatiana Mizeráková	Z7	ZPečoNV	0	1	-	-	-	-	2



Názov:	*MATIK* – korešpondenčný matematický seminár Číslo 5 • Apríl 2021 • Letný semester 34. ročníka
Internet:	`matik.strom.sk`
E-mail:	`matik@strom.sk`
Riešenia:	Prijímame poštou, na webe a v prípade poruchy na `riesenia@strom.sk`
Organizátor:	Univerzita Pavla Jozefa Šafárika v Košiciach, Prírodovedecká fakulta, Šrobárova 2, 041 54 Košice Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice

Organizačný poriadok korešpondenčných matematických seminárov Malynár, Matik, STROM je zaregistrovaný na Ministerstve školstva, vedy, výskumu a športu Slovenskej republiky pod číslom 2017/13750:2-10B0.

EURÓPSKA ÚNIA
Európsky sociálny fond
Európsky fond regionálneho rozvoja

OPERAČNÝ PROGRAM
ĽUDSKÉ ZDROJE

MINISTERSTVO ŠKOLSTVA, VEDY, VÝSKUMU A ŠPORTU SLOVENSKEJ REPUBLIKY

Tento projekt sa realizuje vďaka podpore z Európskeho sociálneho fondu a Európskeho fondu regionálneho rozvoja v rámci Operačného programu Ľudské zdroje

www.minedu.sk www.employment.gov.sk/sk/esf/ www.itakademia.sk