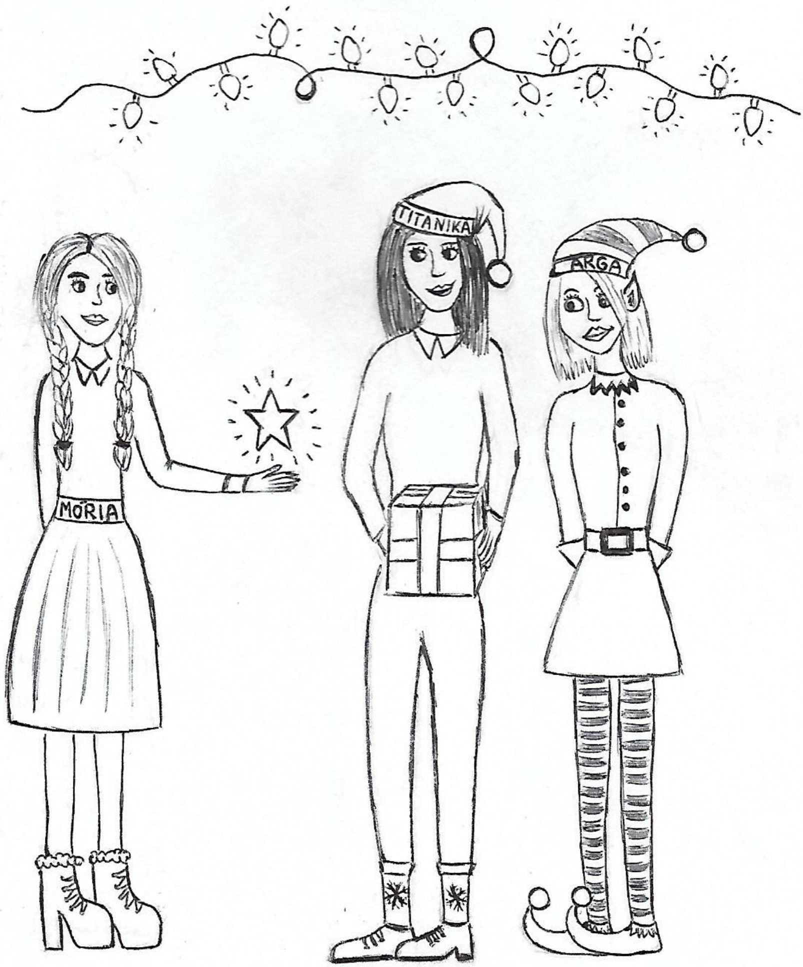
Korešpondenčný Matematický Seminár

MATIK

Číslo 3 – Ročník 32 matik.strom.sk



Ahojte!

Druhá séria *MATIK*a je úspešne za nami. Listy Ježiškovi (alebo rodičom), čo si na Vianoce želáte, máte dúfam poslané a vám neostáva nič iné ako čakať, ako to celé dopadne. Aj keď prázdniny sú už za dverami, snehu nám počasie nedoprialo, tak vás zasypeme aspoň my vzorovými riešeniami, komentármi, najlepšími riešiteľmi a v neposlednom rade výsledným poradím. Nemálo z vás môže očakávať pozvánku aj na vytúžené sústredenie. Ak ste ale netrpezliví a chcete nás stretnúť už skôr, tak väčšinu z nás budete môcť zastihnúť na tradičnom Stromáckom Maxiklube, o ktorom je viac info nižšie ;-).

Vaši milovaní vedúci *MATIK*a

Ako bolo

Lomihlav

Písal sa dátum 30. 11. a v priestoroch, ktoré nám poskytlo Gymnázium, Alejová 1, si prišlo na kúzelných 3960 sekúnd zasúťažiť a zmerať svoje matematické a logické schopnosti 50 zväčša štvorčlenných tímov zo všetkých končín Slovenska. Prvé miesto obsadil tím z Bajkalskej 20 v Bratislave, tesne za nimi sa na druhé miesto dostal tím z Bernolákovej 21 v Prešove a bronzovú medailu získali domáci – tím Gymnázia, Alejovej 1.

Celkové poradie, zadania úloh s riešeniami, ale aj fotky zo súťaže nájdete na našej stránke `matik.strom.sk` v sekcii Lomihlav.

Všetkým vám teda za účasť ďakujeme, víťazom srdečne gratulujeme a dúfame, že aj budúci rok si prídete zasúťažiť v takom hojnom počte.

Ako bude

Vianočný Maxiklub

Vianoce sa už nebezpečne rýchlo blížia, no vianočné prázdniny prichádzajú ešte skorej! Ak premýšľate nad tým, čo robiť s predprázdninovým voľným časom, neváhajte začať premýšľať o strávení sobotnejšieho poobedia na každoročnom Maxiklube! Stretneme sa 22. 12. o 14:30 v miestnosti SJSP19 na PF UPJŠ, Jesenná 5, Košice. Okrem seba nezabudnite doniesť aj vianočnú náladu a nejaké fajné jedlo, určite sa zíde :).

Vzorové riešenia 2. série úloh zimného semestra

1 opravovali **Matúš Masrna**, **Kubo Farbula** a **Dano Onduš** 66 r.

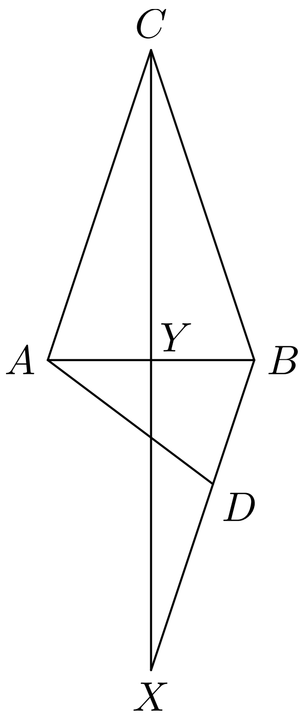
najkrajšie riešenia: Karol Jakubčák a Martin Šmilňák

Zadanie

Mláčka mala tvar rovnoramenného trojuholníka ABC so základňou AB a obsahom 12. Bod D sa nachádza v opačnej polrovine určenej priamkou AB ako bod C, pričom trojuholník DBA je podobný s trojuholníkom ABC. Výška trojuholníka ABC z bodu C pretína priamku BD v bode X. Aký je obsah trojuholníka XBC?

Riešenie

Najprv si urobme náčrt, pričom Y je päta výšky z bodu C:



Pozrime sa na trojuholníky XBY a CBY. Keďže trojuholník ABC je podobný s trojuholníkom DBA, tak $\sphericalangle ABC$ je rovnako veľký ako $\sphericalangle DBA$. $\sphericalangle CYB$ je rovnako veľký ako $\sphericalangle XYB$, a to 90 stupňov, pretože výška CY je kolmá na stranu AB. Strana YB je spoločná pre oba trojuholníky a keďže aj uhly, ktoré zviera so zvyšnými dvomi stranami sú rovnaké, tak podľa vety *usu* sú trojuholníky XBY a CBY zhodné. Keďže výška na základňu rozdeľuje rovnoramenný trojuholník na dva zhodné trojuholníky, tak trojuholník CBY má polovičný obsah oproti trojuholníku ABC, čiže 6. A keďže trojuholník XBY je zhodný s trojuholníkom CBY, tak má obsah tiež 6. Trojuholník XBC sa skladá z trojuholníkov XBY a CBY, preto je jeho obsah $6 + 6 = 12$.

Komentár

V tomto príklade bolo veľmi dôležité uvedomiť si podobnosť medzi trojuholníkmi ABC a DBA. Postupnosť písmen v podobnosti trojuholníkov je dôležitá vec, na ktorú netreba zabúdať. Základňou podobného rovnoramenného trojuholníka DBA bola úsečka DB a nie BA. Mnohí z vás riešili úlohu pre prípad, kde základňou je BA, avšak nakoľko je toto riešenie iného a jednoduchšieho zadania, neudeľovali sme za neho body. Pre úplnosť riešenia bolo zároveň potrebné uviesť dôvod, prečo je úsečka BX kolmá na úsečku AB, a zároveň prečo ju rozpoľuje.

2 opravovali **Kristín Mišlanová**, **Žanetka Semanišinová** a **Kubo Genči**

70 riešení

najkrajšie riešenia: Natália Poliačiková a Lucka Chladná

Zadanie

Počas sto dní každý zo šiestich koní jedol práve 75 dní. Koľko najviac a koľko najmenej mohlo byť dní, počas ktorých jedlo aspoň päť koní?

Riešenie

Úloha má dve časti, a to zistiť najväčší a najmenší počet dní, počas ktorých jedlo aspoň 5 koní. Nazvime takéto dni „dobré dni“. Pri každej z častí tejto úlohy najprv spočítame, aký by mohol byť počet dobrých dní teoreticky a následne overíme, že táto situácia naozaj môže nastať (to znamená, že nájdeme spôsob ako rozvrhnúť kone na dni tak, aby každý deň jedli navzájom rôzne kone).

Najväčší počet dní

Každý zo 6-tich koní bude jesť 75 dní, takže dokopy musíme rozdeliť $6 \cdot 75 = 450$ dávok krmiva – volajme ich radšej „koňodni“. Aby sme dosiahli čo najvyšší počet dobrých dní, chceme, aby v čo najviac dní jedlo 5 alebo 6 koní. Pre túto situáciu bude najlepšie skúsiť, aby v čo najviac dní jedlo práve 5 koní, pretože tak pokryjeme viac dní, ako keď pripustíme aj 6 konzumujúcich koní v jeden deň. Preto vydelíme koňodni, ktoré môžeme použiť, počtom koní konzumujúcich v jeden deň a dostaneme, že určite nedosiahneme vyšší počet dní ako $450/5 = 90$.

Rozmyslíme si, že kone naozaj vieme rozvrhnúť tak, aby sme mali 90 dobrých dní. To môžeme urobiť napr. tabuľkou, ale ukážeme si aj iný spôsob. Počas dobrých dní neje práve 1 kôň, takže za 6 dní sa vystriedajú všetky možné pätice koní. Zároveň vieme, že všetky kone budú jesť práve 5-krát za týchto 6 dní. Za 90 dní môžeme takto všetky pätice prestriedať $90/6 = 15$-krát, takže každý kôň bude jesť $5 \cdot 15 = 75$-krát. Počas zvyšných 10 dní už nebude jesť žiaden kôň.

Najmenší počet dní

Naopak, ak chceme minimalizovať počet dobrých dní, tak chceme, aby v čo najviac dní jedli práve 4 kone. Takto minieme čo najviac koňodní bez toho, aby sme získali nejaký dobrý deň. Ak by sme však chceli, aby každý deň jedli iba 4 kone, tak minieme 400 koňodní a zvýši nám 50 koňodní. So zvyšnými koňodňami sa nám však oplatí vytvárať dobré dni, v ktoré bude jesť čo najviac koní (to znamená 6), pretože takto minieme koňodni skôr. Keďže už teraz míňame každý deň 4 koňodni, tak to znamená, že budeme mať $50/(6-4) = 25$ dobrých dní. Naše riešenie teda vyzerá tak, že počas 25 dní bude jesť 6 koní každý deň a v ostatné dni iba 4 kone každý deň.

Ostáva si opäť rozmyslieť, že kone takto rozdeliť ide. Nech sú dni, keď bude jesť 6 koní, napríklad na konci nášho 100-dňového obdobia. Potom v každý z prvých 75 dní budú jesť práve 4 kone, čo znamená, že 2 kone každý deň vynecháme. Koľko je takýchto dvojíc? Môžeme vybrať prvého spomedzi 6 koní, druhého spomedzi 5 zvyšných koní a takto dostaneme $6 \cdot 5$ možností, lenže každá sa zopakuje aj v opačnom poradí. Dokopy preto máme $(6 \cdot 5)/2 = 15$ možností, ktoré rôzne dva kone môžu nejesť. To znamená, že za 15 dní prestriedame všetky štvorice koní, ktoré budú jesť, pričom každý kôň bude za túto dobu jesť práve 10-krát (premyslite si prečo). Všetky štvorice sa za 75 dní prestriedajú práve $75/15 = 5$-krát a posledných 25 dní budú jesť všetky kone. Takto dostávame, že každý kôň bude jesť práve $5 \cdot 10 + 25 = 75$-krát.

Komentár

Ako ste si iste všimli, úloha má niekoľko častí a všetky sú dôležité. Pomocou tabuľky či obrázka sa síce dá dobre odhadnúť, že počet dobrých dní, ktorý sa vám v nej podaril dosiahnuť je najvyšší/najnižší, ale dobre sa to dá zdôvodniť, až keď ukážete, že musíte koňodni deliť medzi nejaký počet koní na deň rovnomerne. Naopak, nestačí ani vypočítať, aký by mohol byť ideálny počet dobrých dní, ak nemáte rozmyslené, že kone sa takto rozdeliť aj naozaj dajú. Za obe tieto chyby potom samozrejme išli nejaké body dole.

3 opravovali **Kristín Mišlanová**, **Erik Novák** a **Jakub Mičko** 63 r.

najkrajšie riešenia: Miriam Horváthová a Barbora Baltovičová

Zadanie

Na oslave sú dievčatá a chlapci. Každý z 21 chlapcov na oslave pozná práve 4 dievčatá a každé dievča pozná práve 14 chlapcov (známosti sú obojstranné). Dokážte, že ľubovoľní dvaja chlapci majú aspoň dve spoločné známe.

Riešenie

Čo si najprv musíme uvedomiť je to, čo pre nás znamená, keď sú známosti obojstranné. Znamená to, že keď chlapec A pozná dievča B, tak aj dievča B pozná chlapca A. Celkový počet známostí zo strany chlapcov je teda rovnaký ako počet známostí zo strany dievčat.

Keďže vieme počet chlapcov (21) aj počet známostí každého chlapca (4), tak vieme vypočítať celkový počet známostí na oslave:

$$21 \cdot 4 = 84$$

Teraz, keďže vieme počet všetkých známostí a vieme počet známostí jedného dievčaťa (14), tak vieme vypočítať počet dievčat, ktoré museli byť na oslave:

$$\begin{aligned} 14 \cdot D &= 84 \\ 84 : 14 &= D \\ D &= 6 \end{aligned}$$

Zistili sme, že dievčat je 6. Označme si ich písmenami A až F. Povedzme, že chlapec X pozná dievčatá A, B, C a D. V takom prípade si akýkoľvek iný chlapec už môže zvoliť iba dve ním nepoznané dievčatá (E a F) a zvyšné dve si bude musieť vybrať spomedzi A, B, C a D, ktoré už chlapec X pozná. Každí dvaja chlapci teda budú mať aspoň dve spoločné známe.

Komentár

Úloha sa nám opravovala príjemne, pretože väčšina ste ju poňala veľmi dobre. :) Najčastejšia chyba tých, ktorí ju až tak dobre nepoňali (a boli im za to patrične strhnuté body) bola tá, že si zvolili jednu konkrétnu situáciu, pre ktorú ukázali, že to platí. To nám však nestačí - takéto úlohy treba vždy dokazovať všeobecne pre všetky možné prípady, ako sa môžu ľudia na oslave poznať.

4

opravovali **Peťo Kovács** a **Paťo Paľovčík**

najkrajšie riešenia: Miriam Horváthová a Karin Eštoková

71 riešení

Zadanie

Majme 5 prirodzených čísel väčších ako 1 a neprevyšujúcich 120, o ktorých vieme, že nie sú prvočísla. Dokážte, že vždy vieme vybrať dve z nich, ktorých najväčší spoločný deliteľ je väčší ako 1.

Riešenie

Každé zložené číslo je možné rozložiť na prvočísla. Dve čísla majú najväčší spoločný deliteľ 1 vtedy, keď nemajú vo svojich rozkladoch žiadne spoločné prvočíslo. Aby sme vedeli vybrať 5 čísel takých, aby každé dve z nich mali najväčší spoločný deliteľ 1, nesmeli by mať vo svojich rozkladoch žiadne spoločné prvočísla, čiže by tam muselo byť aspoň 5 rôznych prvočísel.

Päť najmenších prvočísel je 2, 3, 5, 7 a 11. Keďže vyberáme len zložené čísla, musia mať vo svojom rozklade aspoň 2 prvočísla. Ak by niektoré z vybraných čísel malo mať v rozklade iba prvočísla 11 a väčšie, bolo by to minimálne $11 \cdot 11 = 121$, čo je už viac než 120. To znamená, že každé z 5 vybraných čísel vo svojom rozklade musí mať aspoň jedno z prvočísel 2, 3, 5, 7. Tieto prvočísla sú len 4 a my vyberáme 5 čísel, čo z Dirichletovho princípu znamená, že aspoň jedno z prvočísel by muselo byť v rozklade dvoch vybraných čísel. Inými slovami, ak chceme do 5 čísel dať 4 prvočísla a všade aspoň jedno, musíme aspoň jedno prvočíslo použiť dvakrát.

Na začiatku sme si však ukázali, že na to, aby každé dve čísla z 5 vybraných mali najväčší spoločný deliteľ 1, nesmú mať vo svojich rozkladoch žiadne spoločné prvočísla, čo dosiahnuť nevieme. Preto medzi vybranými 5 číslami musia byť aspoň 2 čísla s najväčším spoločným deliteľom väčším ako 1.

Komentár

Úlohu väčšina z vás vyriešila dobre. Niektorí na to išli spôsobom, kde si značili, čísla ktoré sú deliteľné $2, 3, 5, 7$ a zistili, že do 120 je to každé číslo. Body sme museli stiahnuť hlavne riešeniam, kde ste vyskúšali iba nejakých konkrétnych 5 čísel a prípadne ste ani nezdôvodnili ich výber.

5 opravovali **Martin Števko** a **Lenka Hake**

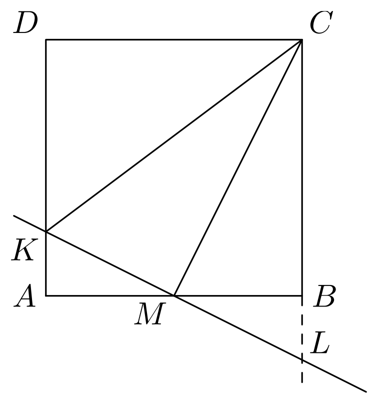
najkrajšie riešenia: Veronika Vodičková a Martin Šmilňák

76 riešení

Zadanie

Zaujímavý útvar vyzeral nasledovne: Vo štvorci $ABCD$ je stred strany AB označený ako M. Priamka kolmá na priamku MC prechádzajúca bodom M pretína stranu AD v bode K. Ukážte, že veľkosti uhlov BCM a KCM sú rovnaké.

Riešenie



Začnime tým, že si situáciu nakreslíme a doplníme úsečku KC. Okrem toho si vyznačme priesečník priamky CB s priamkou KM a pomenujme ho L.
$ABCD$ je štvorec, teda $\sphericalangle KAM$, $\sphericalangle CBM$ a $\sphericalangle LBM$ sú pravé. Podľa zadania je bod M stred strany AB, takže úsečky AM a BM sú rovnako dlhé. Všimnime si trojuholníky AMK a BML. Vieme, že sa zhodujú v dĺžke jednej strany, majú pravý uhol a veľkosť ďalšej dvojice prislúchajúcich uhlov je tiež rovnaká, keďže sú to vrcholové uhly. Z toho vyplýva, že trojuholníky AMK a BML sú zhodné (podľa vety *usu* o zhodnosti trojuholníkov). Potom sú aj ich dĺžky strán $|KM|$ a $|LM|$ zhodné.
Teraz sa pozrime na trojuholníky KMC a LMC. Strana MC je pre oba spoločná. Tiež už vieme, že $|KM|$ a $|LM|$ sa rovnajú. Podľa zadania je priamka MC kolmá na priamku KL, takže $\sphericalangle KMC$ aj $\sphericalangle LMC$ sú pravé. Vidíme, že trojuholníky KMC a LMC sa zhodujú v dĺžke dvoch dvojíc prislúchajúcich si strán a veľkosti uhla nimi zvieraného. Z toho vyplýva, že trojuholníky KMC a LMC sú zhodné (podľa vety *sus* o zhodnosti trojuholníkov). Preto platí aj $|\sphericalangle BCM| = |\sphericalangle KCM|$, čo sme chceli dokázať.

Komentár

Úloha sa dala riešiť viacerými spôsobmi. Najčastejšou spoločnou chybou bolo, že veľa z vás našlo bod L a dokonca správne odhadlo rovnoramennosť trojuholníka KCL, avšak čo už chýbalo, bol dôkaz tohto tvrdenia. Často ste stratili body aj za nedostatočný dôkaz zhodnosti alebo podobnosti dvojice trojuholníkov. Išlo ale o ťažšiu geometrickú úlohu a aj napriek tomu ste ju zvládli pomerne dobre, z čoho sa tešíme a dúfame, že aj nabudúce vám to pôjde aspoň takto, ak nie lepšie :).

6 opravovali **Lujza Milotová** a **Tomáš Kocák**

najkrajšie riešenia: Lucia Chladná a Jana Mašlejová

90 riešení

Zadanie

Koľko najmenej strelcov musíme umiestniť na šachovnicu 8×8 tak, aby každé políčko bolo ohrozené?

Riešenie

Strelci ohrozujú políčka po diagonálach - štyrmi smermi a iba na jednej farbe. Šachovnicu si rozdelíme na čierne a biele políčka. Aby bola ohrozená celá šachovnica, musia byť ohrozené všetky okrajové políčka. Strelec vie ohroziť maximálne 4 okrajové políčka (v smeroch v ktorých sa pohybuje). Okrajových políčok je dokopy 28 - 14 čiernych a 14 bielych. Na ohrozenie 14 okrajových políčok jednej farby potrebujeme aspoň štyroch strelcov. Traja alebo menej by nestačili, pretože by ohrozili najviac $3\cdot4=12$ políčok. Preto potrebujeme aspoň štyroch strelcov na čiernu farbu a štyroch na bielu, čiže aspoň 8 strelcov na ohrozenie všetkých políčok šachovnice.
Na druhej strane, ak umiestnime 8 strelcov na políčka piateho stĺpca šachovnice, ohrozíme tak všetky políčka. Toto rozmiestnenie nie je ani zďaleka jediné a existujú aj komplikovanejšie rozmiestnenia strelcov ako len dať všetkých do jedného stĺpca.

Komentár

Najčastejšou chybou, za ktorú sme strhávali body (dvojbodové riešenia), bolo to, že mnoho z vás považovalo spôsob umiestňovania strelcov tak, aby každý ohrozoval čo najviac políčok, za najlepší spôsob ukladania. Toto vám však nezaručuje, že práve vaše rozmiestnenie bude to najlepšie. Každý strelec, ktorého umiestnite na šachovnicu, totiž ovplyvňuje aj ostatné políčka tým, že niektoré políčka sa vďaka strelcovi môžu, ale nemusia, stať neatraktívnymi.
Navyše existujú aj dobré rozmiestnenia 8 strelcov, kde:

- sú štyria strelci na štyroch stredových políčkach (ich diagonály sa prekrývajú)
- ani jeden strelec nie je na žiadnom zo štyroch stredových políčok.

Teda aj napriek tomu, že nepoužijete strelcov, ktorí v danej chvíli ohrozujú najviac políčok, môžete nájsť optimálne rozloženie strelcov. Preto argument „obsaďme políčko, ktoré ohrozuje najviac políčok“ nemusí zaručovať to, že to lepšie už nepôjde.

Autori vzorových riešení: Žaneta Semanišinová, Florián Hatala, Martin Masrna, Kristína Mišlanová, Daniel Onduš, Jakub Genči, Zuzana Ontkovičová

Konečné poradie zimného semestra 32. ročníka

Poradie	Meno a priezvisko	Ročník	Škola	PS	1.	2.	3.	4.	5.	6.	CS
1.	Lucia Chladná	Z7	GAMČABA	54	9	9	9	9	9	9	**108**
2.	Michal Iľkovič	Z7	ZBPPGPO	52	9	9	9	9	9	-	**106**
3.	Richard Vodička	Z7	GAlejKE	54	9	5	9	9	9	3	**104**
4.	Samuel Osuský	Z8	ZDrJDMA	54	9	7	9	8	9	4	**103**
5.	Barbora Baltovičová	Z8	GAlejKE	54	9	5	9	9	9	-	**100**
6.	Eva Krajčiová	Z6	GAlejKE	45	9	9	9	9	9	9	**99**
7.	Adam Džavoronok	Z9	ZSlobKE	53	9	6	9	9	9	2	**97**
8.	Sara Gašparová	Z9	GABerSC	51	9	9	9	9	9	0	**96**
9. - 10.	Karin Eštoková	Z9	GMRŠKE	49	9	7	9	9	9	3	**95**
	Veronika Vodičková	Z7	GAlejKE	42	8	9	9	9	9	3	**95**
11.	Miriam Horváthová	Z9	ZKomeMI	46	8	4	9	9	8	9	**93**
12.	Ondrej Králik	Z7	GAlejKE	45	9	5	9	6	9	3	**92**
13.	Katarína Farbulová	Z7	GAlejKE	48	9	0	9	6	8	2	**91**
14.	Patrik Barnišin	Z7	ZBPPGPO	46	8	8	9	-	-	9	**89**
15.	Michal Židzik	Z9	ZJŠveHE	49	1	6	9	6	7	9	**87**
16.	Terézia Stanová	Z8	EGJAKKE	40	7	6	9	9	9	-	**86**
17.	Alex Fabrici	Z7	ZPAngKE	43	-	9	9	6	-	9	**85**
18.	Karol Jakubčák	Z9	ZKro4KE	37	9	6	9	9	9	4	**83**
19. - 21.	Tomáš Gaja	Z8	ZKro4KE	41	9	0	6	9	9	3	**80**
	Martin Šmilňák	Z8	GAlejKE	35	9	5	9	-	9	8	**80**
	Paulína Tkáčová	Z7	ZLevoSN	28	8	9	9	9	8	2	**80**
22. - 23.	Eduard Fedorčuk	Z8	EGJAKKE	32	9	6	9	9	7	-	**78**
	Natália Poliačiková	Z7	ZKro4KE	39	0	9	6	9	4	2	**78**
24.	Marek Horváth	Z7	GKonšPO	43	-	4	9	5	6	1	**77**
25. - 26.	Tomáš Kubrický	Z7	ZKro4KE	44	-	6	-	6	9	2	**76**
	Martin Kopčány	Z9	GJChaBR	50	1	6	9	-	8	2	**76**
27.	Matej Kundrík	Z8	ZKro4KE	41	9	4	9	7	-	2	**74**
28. - 29.	Štefan Vašak	Z9	ZKe30KE	42	1	6	9	9	3	3	**73**
	Nina Pacholská	Z7	ZKro4KE	38	-	5	1	9	9	2	**73**
30.	Olívia Jánošíková	Z8	ZKro4KE	22	7	6	9	9	9	2	**68**
31. - 32.	Ľubomír Vargovčík	Z9	ZKe30KE	30	1	6	9	9	9	3	**67**
	Oskar Hritz	Z9	ZPoliKE	20	9	9	9	9	8	3	**67**
33.	Adela Horváthová	Z8	ZDnepKE	34	1	7	9	4	6	3	**66**
34.	Ján Brajerčík	Z8	ZŠmerPO	32	6	9	5	6	3	2	**64**
35. - 36.	Bianka Gurská	Z8	GAlejKE	13	9	9	9	9	7	3	**63**
	Adam Bednář	Z9	EGJAKKE	17	9	7	9	9	9	3	**63**
37.	Patrik Sremaňák	Z9	ZKro4KE	29	-	5	9	9	9	-	**61**
38.	Branislav Ječim	Z8	ZOKožSN	27	8	0	9	6	6	2	**60**
39.	Jakub Kulka	Z9	GMRŠKE	37	-	3	9	8	-	2	**59**
40.	Richard Gerboc	Z9	ZŠtefHE	23	8	0	9	9	4	3	**56**
41.	Lukáš Jacko	Z7	ZKro4KE	28	0	4	5	6	4	2	**55**
42.	Jana Mašlejová	Z9	ZKúp2PO	23	0	6	9	5	2	9	**54**
43.	Matej Šoltés	Z8	GTrebKE	24	8	0	1	9	8	2	**53**
44. - 45.	Martin Dudjak	Z7	SMládPP	28	1	0	-	8	3	4	**52**
	Adam Lašan	Z7	ZK2Svit	0	7	9	9	9	9	2	**52**
46.	Matej Vojtaník	Z7	ZKro4KE	22	5	4	-	6	1	2	**46**
47.	Kalista Semancová	Z7	ZSNP1HE	23	1	3	6	4	0	2	**45**

Poradie	Meno a priezvisko	Ročník	Škola	PS	1.	2.	3.	4.	5.	6.	CS
48. - 50.	Alžbeta Klimentová	Z8	ZLNovKE	27	3	4	0	6	1	-	**41**
	Jakub Blišťan	Z8	GAlejKE	29	1	0	-	9	-	2	**41**
	Vladimír Bogusky	Z7	ZJuhVnT	28	1	-	6	0	0	0	**41**
51.	Vladimir Slanina	Z7	ZKro4KE	16	5	4	-	6	0	2	**39**
52.	Matúš Chovančák	Z7	ZKro4KE	18	8	-	-	-	-	2	**36**
53.	Viliam Karol Kubičár	Z7	ZOKožSN	16	1	6	1	0	3	2	**35**
54. - 55.	Erik Jochman	Z8	GAlejKE	19	1	0	1	3	6	1	**32**
	Filip Sabovčík	Z7	ZOKožSN	20	0	2	-	4	0	2	**32**
56.	Matúš Mandzák	Z8	ZKro4KE	16	-	4	-	9	-	2	**31**
57. - 59.	Ľubomíra Šenitková	Z7	GLipany	29	-	-	-	-	-	-	**29**
	Miriama Kmecová	Z7	ZKro4KE	18	1	-	-	0	4	2	**29**
	Zoe Kolarčíková	Z8	ZStanKE	29	-	-	-	-	-	-	**29**
60.	Viktória Števková	Z8	ZMRŠHLC	20	0	-	0	6	0	2	**28**
61. - 62.	Patrícia Gondášová	Z8	ZMRŠHLC	16	0	-	0	5	4	2	**27**
	Martin Šedovič	Z7	ZKro4KE	22	-	-	-	-	1	2	**27**
63.	Jakub Babík	Z7	ZKro4KE	10	0	-	-	6	0	-	**22**
64.	Peter Varga	Z7	ZKro4KE	17	-	-	-	-	-	2	**21**
65. - 66.	Samuel Čurma	Z9	ZJŠveHE	14	2	-	1	-	-	3	**20**
	Anežka Kasalová	Z9	KřeGPHA	20	-	-	-	-	-	-	**20**
67. - 69.	Eva Hricová	Z8	ZMRŠHLC	12	0	-	-	-	4	3	**19**
	Alžbeta Szabová	Z9	EGJAKKE	19	-	-	-	-	-	-	**19**
	Filip Olej	Z7	ZKro4KE	15	-	-	-	-	0	2	**19**
70.	Šimon Kirňák	Z8	ZOKožSN	15	-	-	-	0	1	2	**18**
71. - 74.	Tereza Kostiviarová	Z8	ZTSNPBB	17	-	-	-	-	-	-	**17**
	Ema Lola Škombárová	Z7	ZKro4KE	13	-	0	-	-	0	2	**17**
	Barbara Michalíková	Z9	ZKro4KE	17	-	-	-	-	-	-	**17**
	Tomáš Vitko	Z7	ZOKožSN	11	0	-	0	0	0	3	**17**
75. - 79.	Dávid Kepič	Z8	GAlejKE	16	-	-	-	-	-	-	**16**
	Henrietta Antožy	Z7	ZKro4KE	11	0	0	-	-	1	2	**16**
	Pavol, Alexander Komloš	Z8	ZKro4KE	5	-	-	-	-	9	2	**16**
	Tomáš Jakubec	Z7	ZOKožSN	14	0	1	0	0	0	0	**16**
	Maximiliána Ferencová	Z7	ZOKožSN	11	1	-	0	0	0	2	**16**
80. - 83.	Petra Chomová	Z8	ZKro4KE	8	-	-	6	-	-	0	**14**
	Alica Kvasňáková	Z8	ZOKožSN	14	-	-	-	-	-	-	**14**
	Lenka Palušáková	Z7	ZOKožSN	14	-	0	0	0	0	0	**14**
	Timotej Jakubov	Z9	ZŠtefHE	14	0	-	-	-	0	0	**14**
84. - 85.	Jakub Muller	Z8	GAlejKE	13	-	-	-	-	-	-	**13**
	Filip Fetyko	Z7	ZKro4KE	13	-	0	0	0	-	0	**13**
86. - 88.	Tomáš Vysoký	Z8	ZKro4KE	6	-	4	-	-	-	2	**12**
	Tereza Pažinová	Z8	ZKro4KE	7	-	4	1	-	-	-	**12**
	Eduard Lehocký	Z7	ZKro4KE	10	-	-	-	-	-	1	**12**
89. - 90.	Martin Kuchta	Z7	GAlejKE	11	-	-	-	-	-	-	**11**
	Alena Zavodníková	Z8	ZKro4KE	5	-	-	4	-	-	2	**11**
91. - 93.	Katarína Žiaková	Z9	GKukuPP	5	0	2	0	-	3	-	**10**
	Michal Kaško	Z7	ZKro4KE	10	-	-	-	-	-	-	**10**
	Sára Titková	Z6	ZJuhVnT	0	2	0	0	0	4	0	**10**
94.	Samuel Torhány	Z7	GAlejKE	0	0	0	-	0	4	1	**9**
95. - 96.	Barbara Birošová	Z9	ZOKožSN	2	-	0	-	-	3	2	**7**
	Jakub Imrich	Z7	ZKro4KE	0	-	2	-	1	-	2	**7**

Poradie	Meno a priezvisko	Ročník	Škola	PS	1.	2.	3.	4.	5.	6.	CS
97. - 98.	Silvia Čobanová	Z8	ZKro4KE	2	-	-	-	2	-	2	**6**
	Lucia Zajacová	Z9	ZOKožSN	1	-	-	-	-	3	2	**6**
99. - 102.	Miroslav Chodúr	Z8	ZMRŠHLC	2	0	-	-	0	1	2	**5**
	Ivonne Hančikovská	Z8	ZKro4KE	3	-	0	-	-	-	2	**5**
	Boris Pasterňak	Z8	ZKro4KE	1	-	-	-	3	1	-	**5**
	Adam Harmanský	Z8	ZKro4KE	2	-	2	-	-	-	1	**5**
103. - 106.	Daniel Miščík	Z7	ZKro4KE	2	-	-	-	-	-	1	**4**
	Tomáš Hamrák	Z9	ZOKožSN	0	-	-	-	2	-	2	**4**
	Juliána Dovalová	Z9	ZOKožSN	1	-	-	-	-	1	2	**4**
	Veronika Cipková	Z6	ZKro4KE	0	-	-	-	-	0	2	**4**
107. - 108.	Maximilian Bak	Z8	ZKro4KE	3	-	-	-	-	-	-	**3**
	Juraj Šuhaj	Z8	ZKro4KE	2	-	-	0	-	-	1	**3**
109.	Zuzana Benešová	Z7	ZKro4KE	2	-	-	-	-	0	0	**2**
110. - 111.	Emma Murdžáková	None	ZOKožSN	1	-	-	-	-	-	-	**1**
	Michal Chovančák	Z8	ZKro4KE	1	-	-	-	-	-	-	**1**
112. - 119.	Yarden Cohen	Z7	ZKro4KE	0	-	-	-	-	-	-	**0**
	Matěj Fober	Z7	ZJuhVnT	0	-	-	-	-	-	-	**0**
	Jakub Lukáč	Z7	ZJuhVnT	0	0	0	-	0	0	0	**0**
	Michal Dvořáček	Z8	ZKro4KE	0	-	-	0	0	-	0	**0**
	Juraj Pavolko	Z9	ZJuhVnT	0	-	-	-	-	-	-	**0**
	Tomáš Hasaj	Z8	ZOKožSN	0	0	-	-	-	-	-	**0**
	Oliver Hošík	Z8	ZOKožSN	0	-	0	-	-	-	-	**0**
	Viktor Barbuščák	Z8	ZOKožSN	0	-	-	-	-	-	0	**0**

Názov:	*MATIK* – korešpondenčný matematický seminár Číslo 3 • December 2018 • Zimný semester 32. ročníka
Internet:	`matik.strom.sk`
E-mail:	`matik@strom.sk`
Organizátor:	Univerzita Pavla Jozefa Šafárika v Košiciach, Prírodovedecká fakulta, Šrobárova 2, 041 54 Košice Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice

Organizačný poriadok korešpondenčných matematických seminárov Malynár, Matik, STROM je zaregistrovaný na Ministerstve školstva, vedy, výskumu a športu Slovenskej republiky pod číslom 2017/13750:2-10B0.

EURÓPSKA ÚNIA
Európsky sociálny fond
Európsky fond regionálneho rozvoja

OPERAČNÝ PROGRAM
ĽUDSKÉ ZDROJE

MINISTERSTVO ŠKOLSTVA, VEDY, VÝSKUMU A ŠPORTU SLOVENSKEJ REPUBLIKY

Tento projekt sa realizuje vďaka podpore z Európskeho sociálneho fondu a Európskeho fondu regionálneho rozvoja v rámci Operačného programu Ľudské zdroje

www.minedu.sk www.employment.gov.sk/sk/esf/ www.itakademia.sk