

MATIK

ČÍSLO 1 – ROČNÍK 31

<https://matik.strom.sk>



Ahojte!

Čas letných prázdnin je za nami a čaká nas krutá realita. Nezúfajte však, keďže opäť prichádza náš obľúbený *MATIK*. Neváhajte si potrápiť hlavy nad pár príkladmi a pustite sa do rátania. Pre najúspešnejších z vás máme opäť sľubovanú odmenu, a to týždňové sústredenie, z ktorého si určite odnesiete kopec nezabudnuteľných zážitkov. Prajeme vám veľa úspechov pri riešení a tešíme sa na vás na sústredení!

Vaši milovaní vedúci *MATIK*a.

Ako bolo

Sústredenie

Koncom školského roka sa na letnom zámku v Danišovciach zišli 4 vznešené rody. Vtedy však ešte nemohli tušiť, čo ich už onedlho bude všetky spájať. Bol to odpor voči kráľovi, ktorý v poslednej dobe začal vydávať tie najnezmyslupnejšie zákony. Že piecť chlieb z piesku? Kto to kedy počul! Rody však dlho neotálali a spoločnými silami sa im podarilo nádejnému následníkovi trónu pomôcť kráľa zvrhnúť, čím započali v svojich dejinách novú kapitolu. Ako to všetko nakoniec dopadlo ostane už len v kronikách rodov, ktoré za pomoci zubu času jedného dňa zmiznú do nenávratna.

Tábor mladých matematikov

Uprostred augusta sa nám naskytna jedinečná možnosť úteku z prázdninovej nudy v podobe Tábora Mladých Matematikov v rekreačnom zariadení Lúčka-Potoky. Na všetkých účastníkov však čakalo nemilé prekvapenie, pretože život v armáde bol tvrdá drina. Pod velením generála Romana Súdka a podplukovníka Tibora Resta sa však začali plniť zvláštne, protivládne pokyny. Avšak rázna ruka ministerky ihneď zakročila a zmätky sa začali. Nový generál T. Rest okamžite započal hon na Ivana Luciusa Mináta, ktorý všetky tie pochybné pokyny posielal. Zatknúť sa ho podarilo až pri zostupe z Minčola a on nám objasnil, prečo proti vláde bojuje. Mladým vojakom bolo čoraz jasnejšie, že sa budú musieť rozhodnúť, či veria svojej vláde alebo Minátovým tvrdeniam o tom, že vláda chce zaviesť despotický režim. Zakrátko však vyšlo najavo, že Minát neklamal. Vojenský výcvik našťastie nevyšiel navnivoč a vládu sa podarilo zvrhnúť a v krajine opäť zavládla spravodlivosť.

Ako bude

Výlet

Nedokážeš vydržať, kým príde ďalšie sústredko? Potom je tu pre teba jesenný výlet, kde sa môžeš stretnúť s ľuďmi, ktorých vídavaš dvakrát za rok a užiť si s nimi kopec zábavy! Pravdepodobne by si čakal nejakú informáciu o mieste a čase konania, no ako býva zvykom, to sa v tejto chvíli ešte nevie. Preto pozorne sleduj Facebookovú stránku alebo <http://matik.strom.sk>. Tešíme sa na teba! :)

Pravidlá súťaže

Priebeh

Korešpondenčný matematický seminár *MATIK* je súťaž pre žiakov siedmeho až deviatego ročníka základných škôl, resp. sekundy až kvarty osemročných gymnázií. Zapojiť sa môžu aj mladší. *MATIK* prebieha korešpondenčnou formou – počas zimnej aj letnej časti dostaneš dve série po 6 úloh, ktoré vyjdú naraz v septembri a vo februári. Riešenia tých úloh, ktoré sa ti podarí vyriešiť, a tých, kde prídeš aspoň na časť riešenia, pošli do uvedeného termínu na našu adresu alebo ich nahraj pod svojim profilom na našej webovej stránke. My ich opravíme, obodujeme a zostavíme poradie všetkých riešiteľov. Opravené riešenia úloh spolu s ďalším číslom časopisu, v ktorom nájdeš správne riešenia a poradie, dostaneš do školy, alebo ich nájdeš na našej webovej stránke. A ak sa budeš snažiť a skončíš medzi najlepšími, môžeš sa tešiť na 6-dňové sústredenie v peknom prostredí nabité zaujímavým programom, športom, hrami, matikou a skvelými kamarátmi. Zúčastňujú sa ho riešitelia korešpondenčných sérií na základe poradia po sériách danej časti ročníka.

Registrácia

Korešpondenčný matematický seminár *MATIK* je jednou z aktivít národného projektu IT Akadémia - vzdelávanie pre 21. storočie (<https://itakademia.sk>). Pred tým ako odošleš prvé príklady (poštou, alebo elektronicky), je preto potrebné, aby si sa na túto aktivitu prihlásil.

Ak si sa zapojil do niektorej z našich aktivít v rámci národného projektu, tak už máš konto na portáli <https://registracia.itakademia.sk>. V takomto prípade stačí, ak sa prihlásiš na aktivitu Korešpondenčný matematický seminár *MATIK* na tomto portáli.

Ak ešte nie si registrovaný v projekte, vyplň nám kontaktné údaje v dotazníku, ktorý nájdeš na stránke seminára a my ti konto vytvoríme.

Registrácia je povinná, ak chceš, aby tvoje riešenia boli opravené. Vďaka tomu, že seminár je jednou z aktivít projektu, sú všetky aktivity v rámci neho pre teba bezplatné, a tak, ak sa budeš snažiť, budeš sa môcť zúčastniť sústredenia v Danišovciach bezplatne a pre najlepších troch riešiteľov sú pripravené knižné poukážky.

S registráciou nech ti pomôžu rodičia, alebo učiteľ v škole. V prípade, že máš ty alebo tvoji rodičia, resp. učitelia akékoľvek otázky k registrácii, neváhajte nás kontaktovať e-mailom na sutaze@itakademia.sk.

Bodovanie

Za správne vyriešenú úlohu získaš 9 bodov, za čiastočne správne alebo neúplné riešenie primerane menej. Do celkového poradia sa započítavajú body za:

deviataci, kvarta: všetky vyriešené úlohy

ôsmaci, tercia: päť najlepšie vyriešených úloh plus minimum z týchto piatich úloh

siedmáci, sekunda: päť najlepšie vyriešených úloh plus maximum z týchto piatich úloh

Primáni, šiestaci a mladší budú hodnotení rovnako ako siedmáci.

Príklad

Traja bratia, deviatok Vlado, ôsmak Jaro a siedmak Marcel vyriešili všetky úlohy úplne rovnako (zhodou náhod, že) – za 3, 2, 4, 1, 5 a 4 body. Vlado potom získal $3 + 2 + 4 + 1 + 5 + 4 = 19$ bodov, Jaro $(3 + 2 + 4 + 5 + 4) + 2 = 20$ bodov a Marcel $(3 + 2 + 4 + 5 + 4) + 5 = 23$ bodov. Jasně, nie?

Ako písať riešenie

Úlohy rieš samostatne, neodpisuj a nikomu ani nedávaj odpisovať, pretože za to **budeme strhávať body**. Výsledok úlohy, aj keď je správny, nestačí. Tvoje riešenie musí obsahovať podrobný **myšlienkový postup** – vysvetlenie, ako si pri riešení úlohy postupoval. Riešenie každej úlohy píš na samostatný papier formátu A4, ak je na viacerých listoch, zopni ich. Texty zadaní opisovať nemusíš. Každé riešenie musí mať v hlavičke **Tvoje meno, triedu, školu a číslo úlohy**. Riešenia posielať na adresu:

Združenie STROM, PF UPJŠ, Jesenná 5, 041 54 Košice.

Pod odosielateľa uveď výrazne „*MATIK*“.

Riešenia môžeš taktiež nahrávať pomocou účtu na našej webovej stránke <https://matik.strom.sk>. Všetky riešenia môžeš odovzdávať do 20:00. Dbaj na presné **dodržanie termínu** odovzdania, či už budeš riešenia posielať poštou alebo nahrávať na našej stránke (za oneskorenie ti **budeme strhávať body**). V prípade, že na našej stránke nastanú nejaké problémy, tak je tu možnosť poslať nám riešenia aj na našu adresu riesenia@strom.sk (riešenia budú prijaté a opravené len v prípade, že tvoj profil je kompletne vyplnený).

Registrácia na našej stránke funguje ako ekvivalent vyplnenia prihlášky do nášho semináru. Ak sa na našej stránke nezaregistruješ, tak sa môže stať, že o tebe nebudeme mať dostatok informácií. To môže dopadnúť napríklad tak, že ti nebudeme môcť poslať späť tvoje opravené úlohy alebo tvoje hodnotenia nebude možné zobrazit' v poradí. Dokonca sa môže stať, že ťa nebudeme môcť kontaktovať v prípade, že získaš možnosť sa zúčastniť sústreďenia.

Webová stránka

Ak máš nejaké otázky na nás alebo k zadaniam, tak neváhaj navštíviť naše webové stránky. Pri každom príklade je diskusia, ktorá slúži na to, aby si sa mohol opýtať na nejasnosti ohľadom zadaní. Ak ťa zaujíma niečo o našom seminári (či už tomto alebo o tom pre starších/mladších) alebo by si len chcel pokecať s kamarátmi či zorganizovať nejakú akciu, tak sa neboj a zapoj sa do debaty na našom webe. Ďalšia možnosť, ako nás kontaktovať, je mailom na adresu matik@strom.sk.

Zadania 1. série úloh zimného semestra

Riešenia pošlite najneskôr do **23. októbra 2017**

Nezabudni si vytvoriť či aktualizovať profil na <https://matik.strom.sk>.

„Lodi sa konečne podarilo vyplávať na hladinu širého oceána. Celá posádka Striebornej čereble sa uvoľnila a prvýkrát za dnešný deň si spoločne pripila. Kapitánov opičiak však zaujímal iný postoj. Kľčovito sa pridržal najvyššieho stážňa a so strachom v očiach hľadel na vlny. Samotný kapitán medzičasom dopil zvyšok fľaše rumu, ktorú si podávali, a vrátil sa k rutinnému pridelovaniu rozkazov jednotlivým členom posádky. Opičiaka si nevšimol, myslel si, že sa ako zvyčajne strčil čo najhlbšie za niektorú z debien v podpalubí.

Tentokrát mala loď namierené do Severného mora, kde mali piráti v úmysle prepadnúť konvoj zabezpečujúci bezpečný odvoz dovozových vzácností do Škandinávie, o ktorom sa prednedávnom od svojho spoľahlivého zdroja dozvedeli, že nebude chránený tak, ako zvyčajne. Napokon, aj piráti, ktorí inak konali na vlastné päsťe, sa niekedy potrebovali spriahnuť s ľuďmi žijúcimi za hranicou zákona (teda z ich pohľadu), hoci sa k tomu pred inými bandami, či už otvorene alebo skryto nepriateľskými, priznávali neradi. Teraz ale nesedeli muži v krčme na pobreží, ani sa nepoflakovali po nestrážených zátokách.

Čelili problému, s ktorým nerátali. To, čo z diaľky vyzeralo ako bezvýznamná bárka, bolo v skutočnosti čosi omnoho nebezpečnejšie. Priblížila sa dlhá, štíhla, obratná loď, ktorá síce nebola vybavená ani jediným kanónom, ale zato plná chlapíkov so svetlými vlasmi a očami modrými ako obloha, ktorí pôsobili vrtko, no stále mocne. Posádka sa musela pripraviť na boj. Kormidelník spolu s väčšinou mužov odbehol do podpalubia k sudom s pušným prachom a delám. Zatiaľ ho na korme vystriedal prvý dôstojník, ktorý mu pramálo dôveroval, čo sa odvahy týkalo. Okrem toho na lodi stáli vzpriamene iba sám kapitán a nad ním v koši bystrozraký černocho, ktorý videl ako jastrab, aj keď ho kúpil ešte kapitánov predchodca pred bezmála 22 rokmi. Posádka štíhlej lode sa zachytila o zábradlie Striebornej čereble a jeden po druhom sa piati mladí muži vyšvihli na palubu. Nemali však ani šable, ani tesáky a, ako sa zdalo, ani úmysel niekomu ublížiť. Boli to, ako si kapitán všimol, ešte len chlapi.

– Nestrieľať! – zvolal kapitán. Hrmot horúčkovitej práce ozývajúci sa z podpalubia utíchol.

– Všetci muži na palubu! – Piráti, zvyknutí poslúchať kapitána na slovo, sa v priebehu pár okamihov zoradili pred ním a pred vysmiatejmi laganmi. Ako vysvitlo, mladíkom sa podarilo spojzdrniť pôvodný drakkar, na ktorý naďabali na plytčine v opustenej oblasti. Avšak samozvaný vodca skupiny, ktorý svojpomocne loď s veľkou dávkou šťastia opravil, si vybral do posádky iných, ktorých takisto ako pôvodných zaprisahal, aby nebodaj niečo nevyzradili.

Piráti chceli, prirodzene, vedieť, kde sa nachádza tá skrýša, kam by si v čase núdze

mohli dočasne odložiť loď a kde by ju nikto nenašiel. Chlapci sa začali prekrikovať o dušu spasenú. Nuž prvý dôstojník, na kapitánov pokyn, samozrejme, musel použiť hrozbu násilia, aby z nich čosi rozumného dostal.

Úloha 1

Zo všetkých piatich chlapcov iba jeden vie, kde našli drakkar. Avšak ani pri výsluchu nevravia všetci pravdu. Vyplašení pohľadom na nablýskanú čepel každý utrásil jednu vetu. V poradí títo povedali:

1. Ja som ten, kto vie, kde bol drakkar.
2. Ten, kto vie, kde bol drakkar, ešte nebol vypočutý.
3. Ja nie som ten, čo vie, kde bol drakkar.
4. Ten, kto vie, kde bol drakkar, prehovoril ako druhý v poradí.
5. Jeden z prvých dvoch vie, kde sa drakkar našiel.

Až po zistení počtu, koľko z nich klamalo, vedeli piráti s istotou určiť, ktorý chlapec vie, kde bol drakkar. Kto to vie?

Muži po chvíli začali reptáť, že si pripadajú ako zbabelci vypočúvajúc takýchto výrastkov, a tak drakkar dostal šancu vrátiť sa ta, odkiaľ prišiel. Chlapci sa príležitosti chopili a čoskoro z nich nebolo viac než bodka na obzore.“

Kapitán sa zhlboka nadýchol a o svoj myšlienkový pochod nadobro prišiel. Keby nebola posádka Striebornej čereble taká otrlá, prišlo by im z pachov tohto miesta zle. Potkany, smrad z výkalov a stony odsúdených dotvárali atmosféru miesta, ktorému sa po celý čas snažili vyhnúť. Kráľovské námorné väzenie hlásal hrdo názov, ktorý bolo badať na každej uniforme strážnika ba i na každých dverách, akoby im aj toto muselo pripomínať bezútešnosť situácie, do ktorej sa dostali. O niekoľko dní bude ich život ukončený pred zrakmi panstva i spodiny tejto páchnucej suchozemskej diery známej ako Londýn, hlavné mesto celučického sveta.



Ich jedinou záchranou pred neblahým koncom, nehodným takých úspešných mužov, za akých sa posádka Striebornej čereble považovala, bol útek. Na omilostenie nemohli ani pomyslieť. Britská koruna vyhlásila tvrdé opatrenia voči tomu, čo oni nazývali pirátstvom, a tak by žiaden právnik nezahodil svoju česť v procese, ktorý by mu aj tak priniesol len výsmech, potupu a verejnú nenávisť. Pomoc od obyvateľov žijúcich mimo väzenie tiež neočakávali, a tak spriadali plány na to, ako sa odtiaľto dostať.

Ich bujaré povahy, hodiace sa na morský život plný dobrodružstva, im však nedovolili dlho sa sústrediť na činnosť tak nudnú, akou bolo premýšľanie. Ich zvyčajné kratochvíle, pitie a spievanie piesní tak oplzlých, že pri nich každému poctivému občanovi tvár vzplanie od rozpakov, prevádzkovať nemohli. O to sa starala hŕstka strážnikov hliadkujúcich na chodbách. A tak si vymysleli inú zábavu. Pretláčali sa.

Úloha 2

V pretláčacom turnaji sú štyria piráti a každý sa pretláča s každým práve raz. Pirát získa za výhru 3 body, za remízu 1 bod a za prehru 0 bodov. Aký je najmenší počet bodov, ktorý môže mať pirát na konci turnaja, pričom bude mať stále viac bodov ako všetci ostatní piráti? Ukážte, ako vie tento počet bodov získať a nezabudnite odôvodniť, prečo menej bodov už mať určite nemôže.

„– Pripravte sa na náraz – zvrieskol ktosi a už o pár sekúnd to prišlo. Najprv bolo cítiť silný otras, potom začali vzduchom lietať triesky a nakoniec prišlo to, čo každý očakával, loď sa začala potápať.

– Na breh a vytiahnite loď, kým sa celkom potopí – zakričal ten istý hlas. Jack mal silné podozrenie, že to bol nový prvý dôstojník, ktorý sa snažil zapôsobiť na kapitána. No čo sa dalo robiť? Rozkaz bol rozkaz, ako vám občas musel pripomenúť kapitánov mocný hlas, hrubý a mocný po rokoch strávených na mori. A tak Jack vyskočil. S týmto životom chcel skončiť už dávno. Chcel sa usadiť, nájsť si prácu, založiť rodinu. Raz to aj vyskúšal, no vydržal tak žiť len pár mesiacov. Volanie mora bolo silnejšie, a tak bol dnes tu. Ťahal Striebornú čereblu na akýsi z ostrovov v Atlantickom oceáne, kdesi blízko Azorských ostrovov, kde sa chystali napadnúť akúsi pevnosťku chudobnú na stráže, no zato bohatú na zásoby zlata a šperkov.

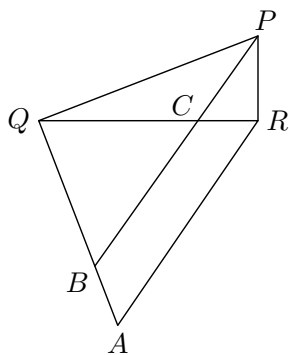
Po pár minútach zápasu s vlnami a tiažou lode sa im ju podarilo vytiahnuť na súš, a tak sa lodný tesár mohol dať do jej obhliadky a zistiť, ako dlho mu bude trvať loď opraviť. Jack mal medzičasom nájsť drevo na prístrešky, aby ich búrka, ktorá ich na tento bohmi i mapami zabudnutý ostrov zaviedla, nadobro nezlikvidovala. Prvý dôstojník, muž, ktorého Jack zo srdca neznášal, však zabudol na jednu dôležitú vec. Na skalnatom ostrovčeku, ako bol tento, je dreva asi toľko, ako abstinentov na palube lode. Totiž bol tu jeden. Jack nepil už 8 rokov, odkedy v jednom opileckom záchvate, tak bežnom medzi námorníkmi a ľuďmi zdržujúcimi sa dlho mimo civilizovanú spoločnosť, zneúčtil istú dámu z lepšej spoločnosti.

– Jedľa? – počuoval sa, keď poďišiel bližšie. Nechápal, ako sa tu, na takmer

holých skalách a piesku, dokázala udržať statná zo 10 metrov vysoká jedľa, aké tak často vídal na pobreží Škandinávie. No predsa bola tu a lákala Jacka, aby spoza opaska vytiahol sekeru a pustil sa do práce. No v tom si uvedomil, že z jednej jedle by prístrešok nepostavil ani najšikovnejší stolár, a tak sa chystal odísť v duchu sa pripravujúc na reakciu na jeho zlyhanie. No v tom ho upútal hrubý konár, na ktorom bol vyrezaný zvláštny obrazec.

Úloha 3

Obrazec mal nasledujúci tvar ako na obrázku a Jack, ktorý mal dobré matematické vzdelanie vedel, že o ňom platí toto: $|QR| = |QA|$, uhly AQP a PRQ sú pravé a PC je os uhla QPR . Ukážte, že úsečka BC je rovnobežná s úsečkou AR a že trojuholník QBC je rovnoramenný.



Jack však už nebol tým uznávaným akademikom ako kedysi, a tak ho tento nález nepotešil o nič viac ako to, keď o chvíľu zistil, že stúpil na kostru človeka, ktorý tu umrel, súdiac podľa stavu pozostatkov, kedysi dávno. A tak sa Jack otočil a pomalým krokom sa vracal k lodi.“ Prudké zatrasenie ho prebudilo a Jack zistil, že sa mu myšlienky vzdialili od plánovaného útoku. Nechcel to však pred ostatnými dať najavo, a tak po chvíli vyhrkol, čo mu prvé prišlo na um.

– Použijeme starú dobrú hrubú silu, – nakriatol Jack konverzáciu, aby prerušil apatické ticho, do ktorého jeho druhovia upadali.

– Čo presne tým myslíš? – opáčil mu starší brat, akoby

nevedel.

– Mreže môžeme roztláčiť, stráže pobiť a potom, keď už budeme vonku, sa nám voľajaká suchozemská krysa do cesty neodváži postaviť, – mienil Jack, hoci vedel, že tadiaľ cesta nevedie.

– Viem, že tu v prachu celý ti už nevelím, ale aj tak sklapni, Jack, – prehovoril kapitán. – Dobré vieš, že všetci rozmýšľame, ako odtiaľto ujsť. Ale prísť na dobré riešenie, to je už o inom. Stráže nepremôžeme, sú ozbrojené, a my máme iba, síce vetrom ošlahané, ale predsa len holé ruky. Stráží je podistým viac, ako tu vidíme. Budova je obkolesená tvrdými chlapmi. V meste sú žandári. Dajú sa podplatiť lacno, ale my nemáme ani deravý groš, takže by nás veľmi rýchlo dovedli naspäť. Navyše, v týchto handrách každý trhan vidí, kam patríme. Nemáme kontakt na ľudí vonku. Vôbec nie. Okrem toho, aj keby sme boli schopní presúvať sa mestom nepozorovane, kam by sme sa podeli? Loď nám zhabali, vzhľadom na jej vynikajúci stav predpokladám, že čoskoro už na nej bude viditeľný aj sviatočný sprievod kráľovskej rodiny. Odísť po súši nemáme kam, umreli by sme od hladu, ľuďom by sme sa na oči nemohli ukázať. – Pokračoval, až mu tvár sčervenala bezmocnou zlosťou.

– Zase pomôže hrubá sila, – nedal sa odbiť Jack. – Vlámeme sa do lacného krámu s hábmi, kupca polahky omráčime, potiahneme si dačo na seba a bude. Hneď sa budeme môcť ľuďom pokojne ukazovať. Keď aj hotovosť budú v tom obchode držať, môžeme sa ako pocestní najesť v hocktorom hostinci, ba aj nocľah si zaplatiť. A potom už uvidíme, čo a ako. Veď všetci dobre vieme, že ne jeden takzvaný poctivý občan videl naše operácie ako prínosné, ba až nevyhnutné. Pôjde to, verte mi.

– Ba veru si mi ty rojko! – zvolal kapitán. – Či ty poznáš, kde v tejto diere handry predávajú? Nepoznáš, v Londýne si nikdy nebol, inak by si už dávno bol pod zámkom a možno tvojou vinou aj my ostatní. Náhodne sa ulicami ponevierať nemôžeme, iba že by sme chceli ešte viac slávy tomuto nenásytnému štátu dopriať bez ohľadu na vlastné krky. Slušné hostince sa neponúkajú hocikomu, kto príde s neprázdnyim vreckom, a tie ostatné sú domovom kadekoho, aj ľudí (a keby len ľudí...) zničených, ošklbaných. Ako iste aj ty vieš, ne jeden občan vie, že to my sme ho na mizinu priviedli, o rodinu pripravili, a každý takýto je teraz, keď sme zraniteľní, nebezpečnosťou, ktorému sa nemôžeme vystaviť. A aj tak by sa všetko toto dostalo k slovu až potom, ako by sme sa dostali z tejto páchnucej väznice, no my sa nevieme dostať ani z našej malej cely. Už ti zapína, človeče?! Nežijeme v rozprávke o suchozemskom Krysofilaksovi, s ktorým mali zbabelí ľudia z miest problémy, no námorník sa s nim poráтал jedným ťahom. Stojíme tvárou v tvár reálnym hrozbám, ktoré nás môžu stáť naše jediné životy. A vôbec, nemá ti osviežiť pamäť? Lebo ty si podľa mňa už ani na túto detskú povedačku nespomenieš, nieto ešte, aký problém bolo treba riešiť.

Úloha 4

Je možné zložiť dvestohlavého draka mečom z kráľovskej zbrojnice, ak ho môžeme použiť nasledovnými tromi spôsobmi? Sekom sa dá naraz odseknúť drakovi 48 hláv, ale 33 nových mu narastie. Šmykom sa dá odťat 21 hláv a žiadna nová nenarastie. Fikom sa odsekne len jedna hlava a ešte narastie 7 nových. Každý manéver sa dá použiť iba vtedy, keď má drak dostatočný počet hláv. Keď drak príde o všetky svoje hlavy, nové mu už nenarastú. Svoje riešenie poriadne odôvodnite.

– Chrysophylax Bohatý – ozval sa Jack, ktorý vedel čítať, – nás už od útleho veku učí, že iba slabosi, ako boli zženštilí kráľovi rytieri, si myslia, že skutočné problémy je niekedy v živote možné riešiť nenáročným uvažovaním. V skutočnosti ale draka, ktorý ohrozoval celú krajinu, porazil chrabrý námorník bez zdĺhavého plánovania hrubou silou. Nič iné nepotreboval, iba silu a odvahu použiť ju a použiť ju hneď. Hlavy hore! Či ste nevideli, ako sa triasli tým dozorcom, čo na nás majú pozor dávať, kolená, keď videli naše svaly? A to nie je iba o pretlačaní. Sami viete, že aj potom, ako vám šabla päťkrát spadne do morskej vody, neomylné usmrťí kohokolvek, ak ju vedie pevná ruka? Silu teda už máme. Ešte vám odvahy chýba. Kedysi by som si nepomyslel, že práve svojim druhom budem také niečo hovoriť.

Jim už nedokázal počúvať žvásty, ktoré vychádzali z úst jeho mladšieho brata.

Kapitánov hlas už nebral vážne, keďže mu nič nemohol spraviť. Snažil sa zmieriť s budúcnosťou, ktorú považoval za neodvratnú. Pritom sa mu myseľ zatúlala k spomienkam, ktoré by iným prichodili desivé, no Jimovi priniesli pokoj do duše:

„Dni ubiehali rýchlo, rýchlejšie, než by sa bol Jim nazdal, keď presvedčil Jacka, aby s ním šiel na more. Očakával, že bude utiahnutý ako doma, že bude nesvoj lipnúť na bratovi, čo by Jimovi bolo nepríjemné, ale s tým sa zmieril. Jednak chcel Jackovi ukázať svet a povytiahnuť sa pred ním, že on už ten svet pozná, a jednak bola pravda to, čo tvrdil aj zvyšku posádky, najmä kapitánovi, že potrebujú sčítanú hlavu na svoje výpravy. Ibaže Jack sa vyfarbil celkom inak. Sčítaný síce bol, to je fakt, ale okrem toho sa správal ku kapitánovi ako jeho poníženy poskok, no k ostatným členom posádky, vrátane prvého dôstojníka a Jima, bol povýšenecký a neobyčajne papulnatý.

Kuchár Bob na to reagoval obzvlášť zle. Dovtedy si ho vážili všetci, dokonca ani kapitán si nedovolil mu chrstnúť do tváre úplne hocičo, lebo mal prirodzený rešpekt k tomu, kto mu mohol namiesto chutného obeda predložiť niečo staré a zhnité podľa svojho rozmaru a koho nechcel stratiť, pretože Bob, tiež rozumne nenaplnňajúc svoje vyhrážky a neservirujúc odpad, varil vskutku výborne. Teda aspoň v porovnaní s tým, čo piráti zažili v zájazdnych hostincoch a kdeakých iných putikách. Teraz však tu bol Jack, ktorý vždy našiel chybu na hociktorom jedle. Bolo mäso? Tak bolo, údajne, na kašu. Boli ryby? Tak tie už boli aj včera. Bola nejaká zelenina, na mori vzácnosť, ľahko sa pokazí? Tak bola skysnutá a ani psovi nehodná. Zase mäso? Tak tentoraz bolo ako podošva.

Jack sa v kritike vyžíval. Bob zatiaľ ticho trpel. Nevydržalo to tak dlho. Potreboval sa vyrozprávať, nuž zašiel za Jimom a poriadne jeho brata pokarhal. Vraj je to jazyčná, nevychovaná, neokrôchaná, nehanebná stupidná sviňa, ktorá mala zostať pekne blízko k materej sukni a nie sa k riadnym chlapom pchať. Jim už síce začínal byť toho istého názoru, ale povedal si, že jeho rodinu takto nikto spomínať nebude a nechal sa počuť, že to Bob je neschopný kuchár a Jack je nie jazyčný ale úprimný, že Jack nie je hlúpy, ale veľmi inteligentný a rozhladený, preto mu robí problém komunikácia s inými pirátmi a preto mu tí nerozumejú, že kapusta sa ozaj nedala jesť a Jack nie je nevychovaný, ale ešte nestratil chuť a preto cíti, že ťulpas Bob si zamenil kyslú kapustu so skysnutou, že Jack nie je nevychovaný, ale pochádza z rodiny poctivého usadlíka, nuž nie je od prvého dňa privyknutý na more, a napokon, že nie Jack, ale Bob je tá sviňa, ktorá si k celej posádke dovoľuje stokrát viac, než si môže.

Jack, ktorý si práve veselo rýpal do mužov, ktorí po boji dávali do poriadku podpalubie, sám ani prstom nepohnúc, začul, že ho brat spomína, nuž vybehol aj v takejto nočnej hodine na palubu. Oproti Jimovi tam stál kuchár, roztrasený ako osika a červený ako drahý holandský tulipán, na ktorého nebol príjemný pohľad. Keď zbadal Jacka, zmizli mu dúhovky, točil sa čelom vzad, spravil niekoľko krokov k zábradliu, pevne ho uchopil a celou silou sa vymrštil vpred.

– Muž cez palubu! – zvriskol z plného hrdla kormidelník, ktorý už nestihol zasiahnuť. Od tej chvíle už nikdy o starom dobrom kuchárovi neprehovoril, lebo Bobovi pomoci nebolo. Jack a Jim ešte deň nerozprávali vôbec, iba so zvesenými hlavami vykonávali, čo kapitán nakázal. Jack sa vrátil do pôvodného stavu, v ktorom ho Jim už dobre poznal, utiahol sa a hrdo sa ozýval iba vtedy, keď šlo o jeho znalosti. Ako napríklad vtedy, keď bolo treba zistiť kód od trezoru, kam si Bob ukladal svoj podiel z každého zisku Striebornej čereble. V nepoužívanej nádobe na popol našli muži pri prehladávaní Bobovej kuchyne narýchlo načmáranú poznámku.

Úloha 5

Na poskladanom papieri stálo: Heslo je prirodzené číslo, ktoré neobsahuje nulu. Keď k tomuto heslu pripočítam všetky ďalšie rôzne čísla, ktoré môžu vzniknúť prehádzaním číslic môjho hesla, dostanem 4218. Jack mužom dychtiacim po odpovedi chcel povedať aspoň aké najmenšie a aké najväčšie číslo mohol kuchár použiť. Aké to boli?

Trezor zostal zamknutý aj naďalej, veď heslo bolo záhadou a skúšať tolko možností sa nechcelo nikomu z mužov (zvlášť, keď im ani Jack nevedel povedať, koľko ich je). Preto sa následne rozhodla posádka, na pamiatku jeho neblahého konca, Bobovo bohatstvo hodiť za ním do jeho hrobu, ktorým boli pokojné vlny nočného mora.“ Ticho rušené len krikom ostatných väzňov sa pomaly objavilo v cele posádky Striebornej čereble. Nikto sa neozval a všetci ostali zahanbení pravdivosťou slov, ktoré Jack vyriekol. Dokonca aj opičiak, inokedy vreštiac celé hodiny, zmĺkol.

– Máš pravdu, Jack – ozval sa po chvíli kapitán. – Pred pár rokmi by sme ani moment nerozmyšľali a ušli z tejto páchnucej stoky. Bohatstvo, ktoré sme nadobudli, z nás spravilo mäkkých, slabých ľudí. Kedy ste sa naposledy pobili holými rukami len tak pre radosť, čo?

– ...

– Myslel som si. Musíme si priznať pravdu, že už nie sme tými mužmi, ktorí boli postrachom všetkých morí, tými, ktorých sa aj samotný kráľ pirátov obával. Jack má pravdu. Musíme utiecť a musíme utiecť dnes, kým ešte nie sme celkom zoslabnutí z toho hnusu, ktorým nás tu krmia. Takže pýtam sa, kto ide so mnou? Kto sa nechce už viac krčiť v cele a čakať na pomoc od niektorého z bohov? Kto je ochotný riskovať svoj život na ceste za slobodou? Kto chce byť opäť pirátom?

Piráti však nepočítali s tým, že búrlivý hluk vyvolaný kapitánovou rečou nezostane bez odozvy. Celá čata vojakov zrazu vbehla do cely a začala mlátiť palicami hlava-nehlava. Aj napriek urputnému vzdoru pirátov posilnených slovami o odvahe a sile však utrpeli krutú bitku.

– Vidíte, ja som to celý čas vravel, proti strážam jednoducho nevyhráme, – ozval sa prvý dôstojník. A pochybnosti sa opäť rozložili v hlavách väzňov. Dokonca aj udatný Jack uznal pravdivosť jeho tvrdení, potvrdených predchádzajúcou ukážkou vojenskej sily a brutality.

– Hrubá sila nám nepomôže, ostáva nám len jediné, – povedal kapitán a s prosbou v očiach sa obrátil na najmúdrejšieho člena posádky Willa. – Vymysli niečo, prosím.
 – Dobre – odtušil Will – no najprv sa musím zbaviť toho, čo ťaží moju myseľ už pekných pár rokov. Túto úlohu mi zadal kapitán Hákonoha ešte dávno na ostrove Tortuga a uistil ma, že po jej vyriešení sa dostanem do jeho posádky, posádky najmúdrejších pirátov brázdiacich svetové moria.

Úloha 6

Na začiatku sú na papieri napísané čísla $1, 2, \dots, n$. V každom ťahu si môžeme vybrať dve ľubovoľné čísla, ktorých aritmetický priemer je celočíselný, preškrtnúť ich a napísať na papier daný priemer. Dokážte, že pre každé $n \geq 3$ vieme postupovať tak, že na konci ostane na papieri len jedno nepreškrtnuté číslo.

(Aritmetický priemer dvoch čísel je ich súčet predelený dvomi.)

Will sa z úlohou trápil už niekoľko rokov a tak mu jej riešenie nenapadlo ani teraz. Po dvoch dňoch sústavného uvažovania bol však vyrušený. Nie posádkou lode, ale dupotom stráží prichádzajúcich si pre ňu.

– Postavte sa! – vyštekol kapitán stráží – pred smrťou vás chce vidieť kňaz! Za mnou! Kňaz sedel v malej miestnosti, kde sa piráti ledva vošli. Po tom, ako si dal dole kapucňu, sa objavil všetkým na tvárach udivený výraz.

– Kapitán Hákonoha, ste to vy?

Zadania 2. série úloh zimného semestra

Riešenia pošlite najneskôr do **27. novembra 2017**

„Will rozmýšľal, ako sa dostal to tejto nanajvyš nepríjemnej situácie. Neslýchané. Učenec z Oxfordu, muž dobrého mena z váženej rodiny, pred ktorým ležalo množstvo úspechov na akademickom poli, musel trčať tu. V krčme, ktorú navštevovali len námorníci, opilci alebo iní muži pochybnej povesti. Isto, bol tu kvôli peniazom, ktoré nutne potreboval na dokončenie jeho najnovších výskumov. No vonkocom nechápal, prečo mu jeho priateľ, na ktorého rady sa doteraz zakaždým mohol spoľahnúť, odporučil vyhľadať istého Boba, ktorý vraj vedel o práci nenáročnej, avšak veľmi výnosnej.

Ktosi prudko otvoril dvere a vpustil do putiky čerstvý nočný vzduch, ktorý odtiaľ zmizol dávno predtým, ako sem Will došiel. Vo dverách sa zjavila silueta malého, vetrom ošľahaného muža. Ten sa rozhlíadal a po chvíli vošiel dovnútra zabuchnúc za sebou dvere pohybom tak prirodzeným, že ho musel predviesť najmenej stokrát.

– Je tu William Oldman? – skríčal hromovým hlasom a po ustráchanom – Áno – , ktoré Will ledva vyriekol, sa k nemu začal náhlivo blížiť. Prisadol si a objednal si tri korbele piva, ktoré vypil ešte skôr, ako sa Will spamätal zo šoku, ktorý práve zažil.

– Počúvaj ma, Will.

– Áno?

– Chceš si zarobiť?

– Áno.

– Výborne, ideš teda so mnou.

– Ale kam? – pokúsil sa namietať Will.

No Bob na jeho námietky nedbal ani v najmenšom, zdrapil ho za ruku a rezko viedol davom v krčme, potom na ulici a nakoniec v prístave, až kým nedošli k lodi so smiešnym názvom: Strieborná Čerebľa. Myslel si, že dostane chvíľku na vydýchanie, no to ho už zdrapil ďalší pár rúk, ktorý ho odniesol ku kapitánovi.

– Si učenc? – začal kapitán bez okolkov.

– Áno.

– Kedže už od Boba viem, že si chceš zarobiť, tak pre nás vyrieš tento problém. A ešte jedna vec, – dodal kapitán, – dúfam, že ti neprekáža život na mori, lebo za odlivu vyplávame.

Úloha 1

Ukážte, že medzi každou skupinou 8 prirodzených čísel, ktorej súčet je 20, je vždy nejaká skupina čísel, ktorej súčet je 4.

Will sa pozrel na úlohu, ktorú mu kapitán zadal, no nebol schopný rozmýšľania, jeho život sa práve otočil celkom naruby, a tak nevediac, čo robiť, len sedel a slzami máčal papier s jeho priepustkou na slobodu.“

– Som, kto som, – odpovedala sediaca postava šumiacemu hlúčkiku.

– A to? – horlil Jack.

– Som človek. Nič ľudské mi cudzie neprichodí.

– No neviem, či nám tento tu na niečo bude... – podpichol Jack. – To skôr hrubá sila...

– Nechaj s ním hovoriť Willa! – prerušil ho kapitán. – On sa s ním vraj pozná.

– Prosím! – urazene odsekol Jack.

– Ehm, – začal Will, – ste to teda vy?

– Som to ja.

– Ale myslíte tým kapitána Hákonohu?

– Ten, na koho myslíš, ešte je medzi živými.

– Dobre, čiže nejaká nádej ešte je... – vydýchol si kapitán, ktorý už nadobúdala dojem, že osoba s kapučnou je skutočne kňazom alebo ešte niečo horšie.

– Aký ste si istý? – pokračoval strategicky Will, tváriac sa, že jeho rozhovor nebol prerušený.

– Taký istý som si, že som, ako, že myslím.

– Som úprimne rád, že som v ťažkej chvíli stretol mysliaceho tvora, – poznamenal Will, nadobudnúc medzičasom úplnú istotu, že kapitána Hákonohu identifikoval neomylné. Niekoľkým pirátom sa tvármi prehnala zlostná reakcia, ale zachovali ticho.

– Nutne myslím, ak pochybujem, – ozval sa tajomný muž, prvýkrát bez otázky, – ale ja nepochybujem.

- Prosím vás, povedzte nám, prečo tu sme, – snažil sa neodbáčať od témy Will, ktorý už začínal pochybovať.
- Ja viem!
- Áno? A čo že viete?
- Viem, prečo ste tu.
- Prečo teda?
- Pozri sa do mláky vody a uvidíš, – upozornil Willa, že ešte stále majú na sebe všetci rovnošaty rizikových väzňov.
- Uvidím seba.
- Nech sa tak stane!
- Prosím?
- Bárs by ste ešte niekedy uvideli vodu, – hrubo naznačil Willovi, aké základné podmienky pre jeho život sú v tejto situácii v ohrození.
- K veci! – zavrčal Jack. Pôvodne mal v úmysle sa ovládať, ale už to nevydržal. – Nebudem sa vás pýtať, prečo tu sme. Pramálo ma zaujíma aj to, prečo ste tu vy alebo ako sa stať súčasťou vašej prominentnej posádky. Odpovedzte mi na niečo iné: Ako môžeme ujsť?
- Aká až vzdialená ti môže zákona byť litera?
- O čom to, sakra, trepete?
- Nemôžete, – dostal Jack odpoveď sprevádzanú posledným pohľadom plným hlbokého opovrhnutia. Človek sa obrátil smerom k Willovi, s primitívnymi nemal chuti sa rozprávať. Will vedel, od ktorého konca ísť na Hákonohu.
- Pamätáte si ešte na hádanku, ktorú ste mi položili, keď som chcel s vami brázdiť svetové moria?
- Hádanku?
- Nespomínate si? Na začiatku sú na papieri...
- Aha, iste! – prerušil Willa. – No v ten deň ti mlieko tieklo po brade.
- Takto si k tebe bude dovoľovať? – oboril sa na Willa Jack.
- Mladosť pochabosť, – pokračoval neznámy, – no aj na psa, čo už o všetky zmysly prišiel, palica sa nájde. Veru si výnimkou nebol ani ty.
- Chápem. Dozviem sa aspoň teraz odpoveď?
- Tak jablko od stromu ďaleko nepadlo... – zamrmlal, Willov otec mal povestť typu, ktorý pchal nos do každej dostupnej aj nedostupnej škáry.
- Povedzme, že... – vzal si čas na zamyslenie, – od tvojich dní sa otázka zmenila.
- Vypočujem si teda ekvivalentný problém?
- Nech je tak, na tvoje pranie!

Úloha 2

Problém znel: Na obrázku je trojuholník ABC , v ktorom $|\sphericalangle ABC| = 72^\circ$ a $|\sphericalangle CAB| = 84^\circ$. Bod E leží na úsečke AB tak, že úsečka EC rozdeľuje uhol BCA na dva zhodné. Bod F leží na polpriamke CA za bodom A . Bod D leží na polpriamke CB tak, že DA rozdeľuje uhol BAF na zhodné uhly. Dokážte, že $|AD| = |CE|$.

Pri týchto slovách prvý dôstojník Tom, už predtým spokojne odfukujúc, zachrápal. Zatiaľ sa mu myseľ vnorila do hlbokkej minulosti.

„Najstarším človekom na lodi bol Tom. Bol pravou rukou už druhého kapitána po sebe a aj jeho vlastná pravá ruka pamätala ešte časy, keď hore v koši postával mladý, svalnatý murín a nie šlachovitý tieň starca. Nad loďou zakrúžil akýsi operenec.

– Čajka! Pobrežie je blízko! – skríkol otrok.

– Horkýže čajka! Toto je stopercentný orol! – zavolať Tom. – A pobrežie je tak blízko, že ho aj sám vidím, a to bez ďalekohľadu, – zahundral si ešte, tentokrát len pre seba. Síce nebol celkom spokojný so službami černocho, jemu to ešte toleroval. No prednedávnom sa k posádke pridala akýsi holobriadok, ktorému Tom ani na meno nemohol prísť, iba vychcaným, panovačným žobrákom ho menoval, to všetko od chvíle, keď o život prišiel jeho dôverník, neborák Bob. Vždy, keď Tomovi niečo zmizlo z truhlice, ktorú si nechával otvorenú, lebo bol tej mienky, že muži si k nemu majú sami úctu vybudovať, keď im je prvým dôstojníkom a, na dôvažok, starejším, obvinil Jacka. Kedysi, keď mu nohy dostala flaša tvrdého, povedal si, že aspoň zdravej zábave poslúžila. Teraz si začal nožom robiť značky, pokiaľ mu ešte siaha hladina, a vo chvíli, keď ju našiel čo i len o štvrt palca nižšie, hrubo vynadal Jackovi, i keď zo zásady výhradne v jeho neprítomnosti. Jeho prítomnosti sa starostlivo vyhýbal.

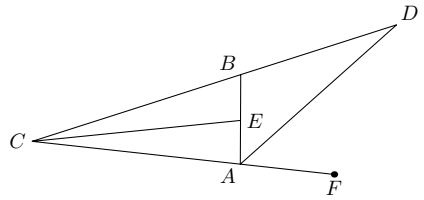
I keď Tom svojmu priateľovi Bobovi určite nebol nepodobný, nevyšimol si jeden podstatný rozdiel. Boba sa pred Jackom ostatní zastávali, no teraz, keď už aj tak Jack skrotol a škodil Tomovi prevažne v jeho predstavách, sa pomaly s nevôľou obracala na Toma celá posádka. Tom sa zase raz vrátil vo svojej mysli k dňu, ktorý sa stal Bobovi osudným.

– Siedmy november! – pripomenul mu vnútorný hlas, ktorý mu znel celkom ako Jackov. Už dokonca aj Jim, pirát v najproduktívnejšom veku, podozrieval Toma, že nejako na staré kolená zhlúpol a vo všeobecnosti sa zopsul. Zamyslel sa, kedy sa vlastne na palubu Striebornej čereble dostal po prvý raz.

– Bolo to vo štvrtok štrnásteho! – hneď počul Jacka, hoci mu nešlo do hlavy, odkiaľ by to asi tak Jack mohol vedieť. Ale týmto problémom sa mu nechcelo zaoberať. Ani na prvú plavbu sa mu spomienky nevideli pekné, natoľko sa mu už Čerebľa odcudzila.

Najmä odkedy sa tohto roku v najhorúcejšom lete údajne musela nanovo namaľovať a celá posádka uviazla v púštnom meste o osem dní dlhšie, než pôvodne plánovala. V skutočnosti bola Bobova smrť iba posledným klincom do rakvy, keď sa Striebornej čerebli otočil Tom chrbtom naposledy. Už sa neobzrel.

Strieborná čerebľa sa pomaly blížila k pobrežiu. Maják ju upozornil, kde presne



sa nachádza prístav, tomu sa piráti, pochopiteľne, obozretne vyhli. V domovskej krajine (piráti vskutku nemali domova, ale Tom bol obzvlášť zmlada zapáleným vlastencom) sa mal prvý dôstojník neobyčajne na pozore, či proti nemu náhodou niekto nestrojí úklady, ktorých sa čím ďalej, tým viac bál.

Síce to boli nezmyselné obavy, ale svojím spôsobom sa mal prečo. Bol vysoký, mal neobvyklo modré oči a vyznačoval sa nezameniteľnou horlivosťou, nadchol sa pre hocičo, čo práve nebolo dôležité, a nadšenie nikdy rýchlo neopadlo. Tom nemal potrebu spytovať si svedomie. Nikdy to nerobil. Bol presvedčený o svojej pravde. Okrem toho v sebe choval hlbokú nenávisť k faktom. Správali sa k nemu totiž nepriateľsky.

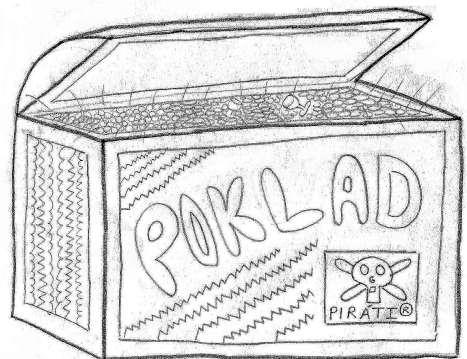
Loď zakotvila a posádka ju opustila, s výnimkou toho chlapa, ktorý bol poverený držať tej noci stráž. Tradične sa vyberal losom. Ten padol na kormidelníka, ktorý sa bez reptania rozlúčil s ostatnými. Piráti zamierili do blízkej dediny, no Tom sa vydal opačným smerom, aby sa im už nemusel pozeráť do očí. Prechádzal sa po kamenitej pláži a zatiaľ sa všade naokolo stmievalo. V šere si všimol kameň, na ktorom boli ryhy. Zdvihol ho, pretože mu pripomínali portrét jeho idola, nepísaného vládcu východných morí, známeho medzi svojimi uctievačmi pod mnohými menami. S úsmevom na perách si ho vložil do torby.

Pritom si ne všimol, že na odvrátnej strane kameňa sedela lienka. Vyplašená náhlou tmou obratne našla najkratšiu cestu von z torby a hybaj hore, smerom k slnku. Slnko už bolo pod horizontom, to ale lienka nevedela a vyliezla Tomovi priamo na jeho statný nos. Keby bol niektorý z jeho známych nablízku, isto by sa postážoval, že za to Strieborná čerebľa môže. Ale nebol, nuž si Tom nechal svoje nezmysly pre seba.

Lienka opustila jeho nos a zmizla v dialke. Aby sa kameň nenazdal, že mu to bude zazlievať, vytiahol ho Tom z torby a pobozkal. Následne ho vrátil do torby, v ktorej držal všetky svoje cennosti, lebo podľa jeho zmýšľania šlo o jediný úkryt bezpečný pred dlhými prstami kohokoľvek, kto pochádzal z Čereble.

Tom si povedal, že musí ísť skontrolovať, či je loď poctivo strážená. Aj keď ju nemal v láske, bol ňou celkom posadnutý. Otočil sa naspäť a pridal do kroku. Rezkou chôdzou sa dostal až k miestu, kde mala kotviť Strieborná čerebľa. Tam aj stála, opustená, bolo vidno iba svetlo jediného lampáša zapáleného na samom brehu.

Toma pochytilo podozrenie, že kormidelník sa šiel flákať a iba sa tu naňho snaží hrať lacné divadlo, preto podišiel bližšie. Videl, že sa mýlil, kormidelník



sedel pri svetle lampy a nad čímsi sa skláňal. Tom si ale nemohol takú chybu pripustiť, a teda sa radšej odvrátil, aby nečelil dôkazom.

V ďalšej chvíli sa rozhodol, že si nejaké dôkazy aspoň pre seba samého obstará aj on. Vrátil sa v nádeji, že sa kormidelník venuje niečomu nekalému, z čoho ho bude môcť viniť a čím si ukáže, že táto pirátska banda už s ním nefahá za jeden koniec, i keď s posledným uvedeným súhlasila aj banda samotná.

Úloha 3

Kormidelník si obzeral svoj podiel z najnovšieho lupu. Jeho súčasťou boli aj štyri strieborné mince neznámej meny: jednokoruna, dvojkoruna, trojkoruna a päťkoruna. Kormidelník očakával, že budú vážiť po poradí 1, 2, 3 a 5 gramov. Od svojich druhov sa však dozvedel, že hmotnosť jednej z nich sa o niečo líši od predpokladanej hmotnosti, hoci ostatné zodpovedajú presne. Ako má kormidelník zistiť pomocou rovnoramenných váh bez závaží, ktorá minca nemá predpovedanú hmotnosť? Na miskách váh sa môžu objaviť iba zmienené mince a kormidelník má z každej hodnoty práve jeden spomínaný kus. Do riešenia napíšte postup, ako má kormidelník vážiť, aby to s istotou zistil.

Tom sa nazdal, že má, čo hľadal, a spokojne sa odkradol do dediny:“

– Will, čo si sa už dočista pomiatol?! – ozvala sa celá posádka, keď zistili, že ten šialenec sa problému ozaj chystá venovať, očividne si neuvedomujúc, že musia čo najrýchlejšie prísť na to, ako utiecť. Tom sa strhol, náhle prebudený.

– Ideme, s týmto bláznom v kapucni nehodno strácať čas! – dodal Jack a po tichom súhlase od kapitána vyviedol sklamaných mužov na chodbu, kde ich už čakali stráže. Cesta naspäť do cely prebehla v hrobovom tichu, každý si čoraz viac uvedomoval prítomnosť šibenice, ktorú už začali stavať.

– Teraz! – zaznel zrazu kapitánov výkrik. Posádka Striebornej Čereble, zvyknutá poslúchať jeho rozkazy neváhala ani chvíľu a vrhla sa na strážnikov. Tí boli prudkosťou a rýchlosťou útoku zaskočení, a tak nekládli výrazný odpor. Boli premožení, odzbrojení a priviazaní vo voľných celách na chodbe.

Piráti vybehli z dverí na nádvorie, kde prekvapili malú skupinku vydesených, očividne neskúsených vojakov prizeraajúcich sa stavbe šibenice. Ozbrojení ukoristenými zbraňami a odetí v nových uniformách pribehli k bráne.

Bill bol mladý. Mal 17 rokov a prácu strážcu väznice mu nanútil otec. Bill nebol ochotný riskovať život, a tak by bránu isto otvoril. Dnes mu však matka omylom spiekla praženicu, a tak musel Bill s ukrutnými bolesťami brucha ostať doma a v službe ho vystriedal Johannes, nemecký legionár s vyše tridsaťročnými skúsenosťami s bojom.

A tak sa dlhým väznením zoslabnutí piráti pustili do boja s ostrielanými vojakmi na čele s mužom prezývaným Piratjäger, lovec pirátov. Pirátov však hnalo niečo oveľa mocnejšie, túžba po slobode. Každý z nich vydal za 3 strážnikov, ktorých

však nanešťastie bolo o celú stovku viac, mali najnovšie muškety, z ktorých z hradieb utečencov ostreľovali, a tak ich počty preriedili tak veľmi, že aj Jack uznal, že vzdanie sa je ich jediná nádej.

O 24 hodín neskôr ich prišli zobrať strážnici aby im ponúkli posledné jedlo pred smrťou. Namiesto hrdej bandy, ktorú tu viedli prvýkrát však videli iba hŕstku blúzniacich, modliacich sa, zlomených ľudí. Jack si zúrivo búšil rukami do nôh, Jim len ležal a stonal, kapitán sníval o lepších časoch, o časoch, ktoré patrili pirátom. A Will? Will stále dookola blabotal.

– Peniaze som potreboval na vyriešenie tohto a to ma priviedlo až sem. Peniaze som potreboval na vyriešenie tohto a to ma priviedlo až sem. Peniaze som potreboval na vyriešenie tohto a to ma priviedlo až sem. Peniaze som potreboval na vyriešenie tohto a to ma priviedlo až sem.

Úloha 4

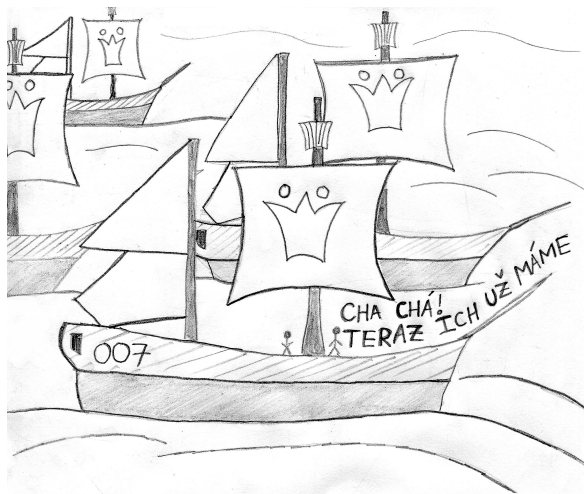
Šúčin piatich prvočísel je šesticiferné číslo v tvare \overline{ABCABC} , kde A , B a C sú cifry (napríklad číslo 123123 je v takomto tvare). Zistite hodnotu A , B a C , ak viete, že jedno z týchto piatich prvočísel je 491. Nájdite všetky možnosti a odôvodnite, že iné neexistujú.

Posledné jedlo bolo delikátne, no každý už myslel na blížiacu sa smrť a tak zostali taniere plné a čaše nedopité. Po večeri sa odobrali na poslednú noc, ktorú prežijú na tomto svete.

„Kormidelník sa zobudil ako stále s východom slnka, ktorého lúče začali postupne prenikať do jeho kajuty. Cítil slanú vôňu mora, kolísanie lode i vrzganie dreva. No jedna vec bola predsa inak. Nepočul ruch taký typický pre plavbu po mori. Nik nekričal na námorníkov rozkazy, nik si nespieva oplzlé piesne a nik nekľaje. Dokonca nebolo počuť ani škrek kapitánovho opičiaciaka. Celá loď bola v akomsi nemom očakávaní.

Zarazený týmito zisteniami začal kormidelník opatrne vychádzať zo svojej kajuty. Prešiel

po tichých chodbách až sa nakoniec dostal na hlavnú palubu, kde bola zhromaždená takmer celá posádka a ticho pozerala na obzor. Sprvu nechápal, čo mohlo vyvolať



tolko záujmu u jeho druhov. Plavili sa po opustenej časti oceána, zem nebola isto na blízku. Nič iné, čo by zaujalo celú posádku, si predstaviť nevedel. Podišiel teda bližšie a vtom to zbadal.

Na obzore sa črtali lode. Na tom by nebolo nič neobvyklé, ak by sa neplavili časťou oceána, kde len málokedy niekto zavíta, a ak by tieto lode nepatrili k flotile Britského impéria. Prekvapený výkrik mu ostal zaseknutý v hrdle vysušenom včerajšími oslavami a pitím rumu. Nedokázal pochopiť, prečo je tu celá flotila. Jedna hliadkujúca loď, to by ešte šlo, no poslať do tejto bohmi zabudnutej časti sveta celú flotilu asi desiatich lodí bolo plytvanie. Ak by teda nevedeli, že tu narazia práve na Striebornú Čereblu. Ale to by znamenalo...Na možnosť zrady niektorého z členov posádky nehcel ani pomyslieť. Z úvah ho vytrhol kapitánov hlas.

– Chlapci, nechcem, aby ste robili hlúposti. Proti toľkým lodiam víťazstvo nevybojujeme a zo súše máme šance ujsť, zatiaľ čo z vodného hrobu sa ešte nikto nedostal. Je jasné, že medzi nami je zradca, no to sa ukáže až neskôr. Nehľadajte ho teraz na vlastnú päsť a radšej sa pokojne vzdajte, nechcem dnes oplakávať vaše životy.

A tak čakali. O hodnú chvíľu k nim priplávala prvá z lodí. Kráľovskí vojaci vbehli na palubu, pozatýkali posádku a obsadili loď. Po chvíli obdržali rozkazy, že kormidelník, Tom a kapitán sa majú hlásiť v kapitánovej kajute.

Ako postupovali lodou, videli, že dôstojníci námorných síl Jej veličenstva si žijú v prepychu, o akom sa ani kapitánovi nesnívalo. Keď vošli do kapitánskej kajuty, uchvátilo ich bohaté zdobenie zlatom, perlami a drahými drevami. Po tom, ako sa za nimi zabuchli dvere, mali čas poobzerať si aj toho, čo si ich nechal zavolať. Kapitán sedel aj so svojím prvým dôstojníkom sklonený nad partičkou akejsi zvláštnej hry.

Úloha 5

Kapitán a dôstojník hrajú hru na plániku 5×5 (kapitán začína). V ťahoch sa striedajú, pričom kapitán vo svojom ťahu vyfarbí jednotkový štvorček (svojou farbou) a dôstojník vyfarbí 3×1 obdĺžnik (svojou farbou). Už zafarbené políčka sa nedajú farbiť znovu. Hra končí, keď dôstojník už nevie urobiť ťah – zvyšné nevyfarbené políčka vtedy zafarbí kapitán. Vyhráva ten z nich, ktorý má na konci hry viac políčok vyfarbených svojou farbou. Rozhodnite, či existuje pre niektorého z nich výherná stratégia.

(Výhernou stratégiou rozumieme návod, ako má hráč hrať, aby vždy vyhral, nech ten druhý hrá akokoľvek.)

Hra skončila pomerne rýchlo, a tak konečne začuli kapitánov hlas.

– Vy ste boli posledná pirátska loď, ktorá sa plavila v tejto časti sveta. Čas pirátov končí, koruna opäť vyhrala.“

Po masakri zostalo v cele okrem stále nie celkom zdomácneného zvieraťa pol tučta pirátov. Jeden po druhom horko-ťažko zaspali, považujúc svoj spoločný koniec za neodvratnú záležitosť, rozhodnutí padnúť vyspatí, nie s kruhmi pod očami, typickými pre ťažko pracujúcu chudobu.

Iba kormidelník bol stále hore, spať mu nedal nôž, ktorý si po večeri uschoval. Čakal dlho-predlho, ale nakoniec zaspal aj kapitánov opičiak, ktorý dozaista vycítil, že sa na jeho pána čosi zlého chystá. Keď to kormidelník zbadal, pomodlil sa, vytiahol si spoza nohavíc nôž a s natrénovanou presnosťou si ho vrazil do srdca.

Nad ránom všetkých pobudili ľudia, ktorí podľa odevu patrili ku Kráľovskému námornému väzeniu, ale ktorých ešte piráti nevideli. Všetci dozorcovia ich úctivo pozdravili a jeden z nich odomkol celu, kde sa práve zo zeme zviechali piráti. V mene kráľa zhabali údajne nezákonne nadobudnutý majetok, to jest opicu, a následne za sebou dvere zase rázne zabuchli.

O necelú hodinu neskôr zastal pred väznicou voz na prepravu odsúdencov. Šlo o jednoduchú vodorovnú plochu, z ktorej trčal k nebu jediný neopracovaný stĺp. Voz ťahal sám jeden vôl, ktorého viedol nie pohonič, ale chlapec, syn tesára, ktorý staval šibenicu. Tak kázala obyčaj toho cechu, tak sa robilo už odnepamäti.

Stráže vyviedli piatich zoschnutých, zoslabnutých, zahanbených chlapov z ich cely a nechali najmladšieho spomedzi seba upratať po kormidelníkovej mŕtvoľe. Väzňov vyviedli z budovy a nechali ich vyliezť na voz, kde ich pripútali k stĺpu. Nemali najmenej šance na útek. Takto sa, nasledovaní žandármi, vydali na cestu mestom. Po niekoľkých dlhých chvíľach, ktoré pirátom vyplňali náhodní okoloidúci, ktorí vedeli, čo sa deje, a z boku na prevážaných pľuli, ba podaktorí aj hádzali kamene, dorazili na popravisko. Stála tam stavba, ktorá mala svojmu účelu poslúžiť iba raz. Zo šibenice viselo šesť slučiek, no kat, keď videl prichádzajúci sprievod, jednu odviazal a ponechal si.

Pred šibenicou postával menší dav. Menší preto, lebo títo odsúdenci, keď brádzili svetové moria, prepádali iba lode bohatých obchodníkov a kráľovského námorníctva, nikdy nie malých kupcov či rybárov, preto ich pospolitý ľud nepoznal, a tí, čo ich poznali, ich činnosť považovali za záslužnú, lebo vraj ukazovali pánom, kde sú ich hranice.

Piráti po jednom vystupovali po schodíkoch na šibenicu a po jednom im na hrdlá kat zakladal slučky. Prvý vystúpil Will. Neuvažoval jasne. V posledný deň svojho života nenašiel nič uspokojivejšie, než bezcieľne hľadanie pravidelností v tom, čo práve videl, bez ohľadu na to, že aj keby učinil objav storočia, odniesol by si ho so sebou do hrobu, ak by teda v nejakom mal byť pochovaný. A práve videl šibenicu.

Úloha 6

Šibenica mala pôdorys v tvare lichobežníka $ABCD$ so základňami AB a CD (ktoré sú rovnobežné), pričom uhlopriečky AC a BD sú na seba kolmé. Ďalej uhly BAC a BDC boli zhodné. Aritmetický priemer dĺžok základní lichobežníka bol rovný 8. Aký bol obsah celého lichobežníka $ABCD$?

(Aritmetický priemer dĺžok dvoch strán je ich súčet predelený dvomi.)

Druhý bol na rade kapitán. Ako jediný z pirátov plakal. Plakal za minulosťou, za príležitosťami, za pokladmi, za vydesenými tvármi námorníkov, za vôňou zmesi

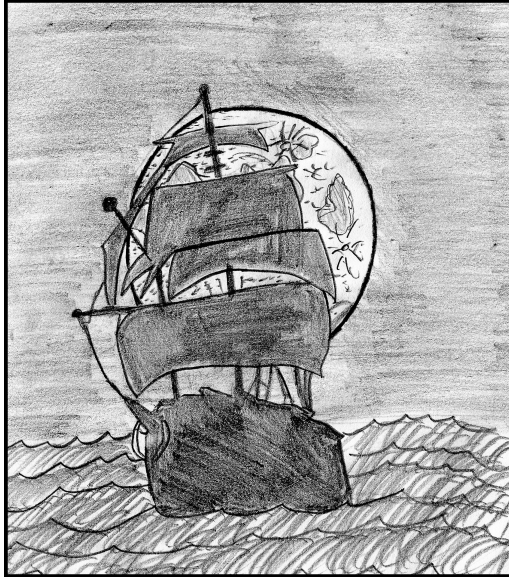
mora, pušného prachu a rumu. Pozrel sa do diaľky a videl admirálov aj veliteľov iných pirátov, ktorí mu teraz pripadali ako zberba. A títo všetci sa smiali práve jemu, ktorý do kaše dostal posádku, ktorá verne poslúchala jeho rozkazy. Vtedy sa zamyslel. Čo ak to tak nebolo? Čo ak si to iba nahováral? Veď jeden človek si vzburu, ktorá sa proti nemu chystá, nevšimne, ak už prišiel aj o posledného, na koho by sa mohol spoľahnúť. Možno to skutočne nebola iba jeho chyba...

Nasledoval Jim. Bol v pravom slova zmysle zničený. Za ostatný rok sa toho udialo príliš veľa. Prišiel od lodného kuchára. Prestalo sa mu dariť, dokonca sa začal obzerat po inom zdroji obživy, než bol pirátsky chlebič, ale skôr, než by niektorý zo svojich plánov uskutočnil, bol pod zámkou. Ako keby toho nebolo dosť, v predposledný deň svojho života si otvoril ústa na mladšieho brata a na ďalšie ráno našiel vedľa seba ležať telo mŕtveho druhu. Bolo to zlé, veľmi zlé, ale Jim vedel, že horšie to už nestihne byť.

Prvý dôstojník Tom zdolal niekoľko nízkych schodov ako ďalší v poradí. Na rozdiel od ostatných sa bál smrti. Triasol sa ako osika a kat ho musel na šibenicu vytiahnuť vlastnou silou, inak by ho tam nebol dostal. Našťastie bol Tom aj pri svojej výške už podvyživený a vychudnutý. Následne ho kat otočil tvárou k davu.

Pred davom však stál ešte Jack, s odovzdaním v očiach čakajúc na svoj koniec. Zdvihol hlavu k Tomovi, aby sa naňho naposledy mohol zamračiť, ale Tom sa naňho neďíval. Jack mu nežičil mnoho dobrého, aj keď si z duše prial, aby kapitán, ktorému nikdy nevypovedal poslušnosť, bol pochovaný čo najďôstojnejšie. Podobne želel aj Willovi, avšak v jeho prípade si nebol istý, že má rodinu, ktorá o jeho odchode vie a mohla by sa postarať o telesné pozostatky. On sám a Jim nemali, čo sa tohto týka, v čo dúfať, pretože o rodinných príslušníkoch prišli dávno pri veľkej povodni. O ich mŕtvoly sa nepostarali, o smrti sa síce dozvedeli, ale z tretej ruky a o niekoľko rokov neskôr. Jack teda otvoril oči dokorán a blysol nimi ešte raz po Tomovi. Zazdalo sa mu, že Tom si to všimol a že mu dokonca preletel tvárou letmý úškrn. Hlboko znechutený vystúpil hore a nechal si nasadiť na krk povraz.

Neviditeľnú bariéru medzi odsúdenými a prizerajúcimi sa nahradila viditeľná bariéra tvorená žandármi, lebo majstrov syn a učeň vola aj s vozom medzičasom odviezol preč. Kat uchopil páku, ktorou sa otvárali padacie dvierka pod šibenicom. Obzrel sa doľava, na stene radnice, ktorá stála hrd oproti kostolu, boli snečné hodiny. Tresty smrti odjakživa vykonával na pravé poludnie. Dav zatajil dych, no zrazu ním prerazil hlučný, rýchly koč. Zastavil priamo pri šibenici, Tom si sňal slučku a naskočil do koča. Kočič pohнал kone a stratil sa v spleti londýnskych uličiek. – Zradca, – pošepol Jack za hlasného úderu zvona a stratil vedomie.



Názov: *MATIK* – korešpondenčný matematický seminár
 Číslo 1 • September 2017 • Zimný semester 31. ročníka

Internet: <https://matik.strom.sk>

E-mail: matik@strom.sk

Organizátor: Univerzita Pavla Jozefa Šafárika v Košiciach,
 Prírodovedecká fakulta, Šrobárova 2, 041 54 Košice
 Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice

Organizačný poriadok korešpondenčných matematických seminárov Malynár, Matik, STROM je zaregistrovaný na Ministerstve školstva, vedy, výskumu a športu Slovenskej republiky pod číslom 2016-9485/41562:71-10E0.