

MATIK

ČÍSLO 4 — ROČNÍK 27

INTERNET <http://matik.strom.sk>



Ahojte!

Škola v plnom prúde, sústredenie už len v spomienkach. Avšak nové číslo *MATIKa* sa zas a znova dostalo do Vašich nedočkávaných rúk. Tak rýchlo bežte riešiť úlohy, nech sa môžete tešiť na ďalší týždeň plný zábavy. Držíme palce pri riešení.

Vaši obľúbení vedúci *MATIKa*

Výlet Spolu so začiatkom letnej série prichádza aj nová séria výletov so skvelými hrami a ešte lepšími vedúcimi. Najbližší taký výlet je naplánovaný na 22. marca, tak sledujte <http://strom.sk/vylety>, facebook skupinu, fórum na našej stránke, alebo sa pýtajte svojich vedúcich na ďalšie informácie. Zatiaľ si to zapíšte do kalendára! :)

O nás

Seminár *MATIK*, organizovaný Združením STROM, je korešpondenčná matematická súťaž určená žiakom siedmeho až deviatego ročníka základných škôl resp. sekundy až kvarty osemročných gymnázií. Každý školský rok čakajú na riešiteľov dva semestre, v ktorých dostanú zadania dvoch sérií príkladov. Tí najlepší potom zažijú 6-dňové sústredenie plné matematiky, ale aj zábavy. Sústredenia na konci semestrov majú byť pre deti odmenou a zároveň motiváciou pokračovať v riešení matematických seminárov.

Seminár je organizovaný prevažne študentmi stredných a vysokých škôl, ktorí majú záujem o matematiku. Samotná korešpondenčná časť je v priebehu roka doplňovaná rôznymi akciami. Každoročne organizujeme matematickú jednodňovú súťaž pre štvorčlenné družstvá – Lomihlav, ale aj zábavné hry, výlety alebo športové stretnutia. Naším cieľom je ukázať deťom krásu matematiky, niekedy aj netradičným a hravým spôsobom. Preto dúfame, že náš seminár a s ním spojené akcie si nájdú svojich stálych nadšencov v radoch žiakov, ale aj podporovateľov v radoch učiteľov.

A ináč... Ak sa chceš dozvedieť niečo o seminároch pre mladších alebo starších ako *MATIK*, máš nejasnosti v zadaniach, opravených riešeniach, alebo ťa zaujíma niečo iné, neboj sa opýtať na našej adrese. Otázky k úlohám ideálne smeruj na našu emailovú adresu. Budeme radi, keď nám pošleš vlastný príspevok do časopisu alebo napíšeš len tak, ako sa ti páči *MATIK*. Papierovú poštu pre nás nezabudni vždy označiť heslom „MATIK“, maily nám môžeš posielat' na adresu matik@strom.sk.

<http://matik.strom.sk> Tak to je naša webová stránka. Nájdeš na nej skoro všetko, aj to, čo by si možno ani nečakal. Dozvieš sa informácie o *MATIKu*, najnovšie novinky, uvidíš zadania ešte skôr, ako ti prídu do školy alebo domov. Na našom fóre si môžeš popísať s kamarátmi zo sústredení, s ktorými sa bežne nestretávaš. Okrem toho na stránke nájdeš aktuálne poradie, ale aj staršie čísla *MATIKa*, fotky zo sústredení, informácie o súťaži Lomihlav a o výletoch. Tak neváhaj a skoč na našu stránku. Tešíme sa na tvoj príspevok na fóre...

2% z daní

Blíži sa obdobie, kedy vaši rodičia môžu venovať 2% zo svojich daní verejno-prospešným organizáciám ako sme my. Ako všetkým, aj nám sa peniaze zídu. Využijeme ich na pokrytie nákladov spojených s aktivitami pre vás (kopírovanie časopisov, poštovné, aktivity na sústreďení, ...). Chceme Vás preto poprosiť, aby ste rodičom, súrodencom, tetám, strýkom, babkám, dedkom, susedom, cudzím ľuďom na ulici porozprávali o našich aktivitách a poprosili ich, či by svojou troškou nepodporili našu dobrovoľnícku činnosť. Všetky potrebné informácie nájdete na našej stránke <http://zdruzenie.strom.sk>, kde si stačí kliknúť na banner 2%. Ďakujeme!

Organizátori *MATIKa*

Pravidlá súťaže

Priebeh. Korešpondenčný matematický seminár *MATIK* je súťaž pre žiakov siedmeho až deviatego ročníka základných škôl, resp. sekundy až kvarty osemročných gymnázií. Zapojiť sa môžu aj mladší (im však odporúčame seminár Malynár – viac o ňom sa dozviete na stránke <http://malynar.strom.sk>). *MATIK* prebieha korešpondenčnou formou – počas jednej časti (jedného polroka) dostaneš dve série po 6 úloh, ktoré vyjdú naraz na začiatku polroka. Riešenia tých úloh, ktoré sa ti podarí vyriešiť, alebo prídeš aspoň na časť riešenia, pošli do uvedeného termínu na našu adresu. Riešenia posielaj aj s celým tvojim postupom (ako si úlohu riešil a prečo je to tvoje riešenie správne), pretože len za výsledok spravidla dostaneš len málo bodov. My ich opravíme, obodujeme a zostavíme poradie všetkých riešiteľov. Opravené riešenia úloh spolu s ďalším číslom časopisu, v ktorom nájdeš správne riešenia a poradie, dostaneš do školy. A ak sa budeš snažiť a skončíš medzi najlepšími, môžeš sa tešiť na 6-dňové sústreďenie v peknom prostredí nabité zaujímavým programom, športom, hrami, matikou a skvelými kamarátmi. Sústreďenie je určené pre riešiteľov seminára *MATIK*, ktorí sa v konečnom poradí umiestnili do 32. miesta.

Bodovanie. Za správne vyriešenú úlohu, ktorú zašleš aj s celým tvojim postupom pri riešení (korektným vysvetlením, prečo je tvoje riešenie správne) získaš 9 bodov, za čiastočne správne alebo neúplné riešenie primerane menej. Do celkového poradia sa započítavajú body za:

deviataci, kvarta: všetky vyriešené úlohy

ôsmaci, tercia: päť najlepšie vyriešených úloh plus minimum z týchto piatich úloh

siedmaci, sekunda: päť najlepšie vyriešených úloh plus maximum z týchto piatich úloh

Primáni, šiestaci a mladší budú hodnotení rovnako ako siedmaci.

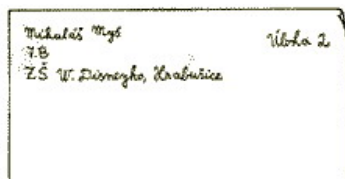
Príklad. Traja bratia, deviatak Vlado, ôsmak Jaro a siedmak Marcel, vyriešili všetky úlohy úplne rovnako (zhodou náhod, že) – za 3, 2, 4, 1, 5 a 4 body. Vlado potom získal $3 + 2 + 4 + 1 + 5 + 4 = 19$ bodov, Jaro $(3 + \underline{2} + 4 + 5 + 4) + 2 = 20$ bodov a Marcel $(3 + 2 + 4 + 5 + \underline{4}) + 5 = 23$ bodov. Jasně, nie?

Ako písať riešenie? Úlohy rieš samostatne, neodpisuj ani nikomu nedávaj odpisovať, pretože za to budeme strhávať body. Výsledok úlohy, aj keď je správny, nestačí. Tvoje písomné riešenie musí obsahovať podrobný **myšlienkový postup** – vysvetlenie, ako si pri riešení úlohy postupoval. Riešenie každej úlohy píš na samostatný papier formátu A4, ak je na viacerých listoch, zopni ich. Texty zadaní odpisovať nemusíš. Každý list riešenia musí mať v hlavičke Tvoje meno, triedu, školu a číslo úlohy. Riešenia posielaj na adresu:

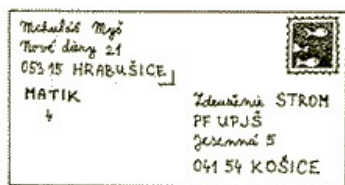
Združenie STROM, PF UPJŠ Jesenná 5, 041 54 Košice.

Pod odosielateľa uved' výrazne „MATIK.“ K prvým riešeniam nezabudni pridať **vyplnenú prihlášku** (alebo jej kópiu).

Riešenia môžeš posielat' aj mailom. Posielaj ich na adresu riesenia@strom.sk, pričom do predmetu správy uved' *MATIK*. Všetky riešenia môžeš poslat' v jednej správe do dňa termínu série do 20.00. Dbaj na presné **dodržanie termínu** odoslania, či už budeš riešenia posielat' poštou alebo mailom (za oneskorenie ti môžeme strhnúť nejaké body).



Riešenie



Obálka

Zadania 1. série úloh

Riešenia pošlite najneskôr **17. marca 2014**

„Sestra, je už pripravený?“

„Áno.“

„Výborne, môžeme teda začať.“

Kroky sa pomaly blížili ku mne.

„Ako ste spali?“

Vo dverách sa objavila silueta tučného doktora. O ďalšej bezsennej noci sa mi nechcelo rozprávať, čo som jasne naznačil prevalením očnými bulvami.

„Rozprávajte. . .“

„Bol som loď ako každá iná. Vietor v plachtách a voda v podpalubí. Tak vyzeral môj život, kým nezačala vojna. Dnes som mal namierené do sektoru E102. Armáda tresiek začínala mať prevahu, preto ma bojové delfíny zavolali na pomoc.“

Úloha 1. *Tresky a delfíny mali za sebou už 2 ťažké bitky. Dokopy v týchto bitkách padlo 13 bojovníkov. V prvej bitke padlo rovnako veľa bojovníkov na oboch stranách. V druhej bitke padlo viac bojovníkov ako v prvej. Delfínov padlo v druhej bitke 2-krát viac ako tresiek. Koľko bojovníkov z jednotlivých armád padlo v každej bitke?*

Žiaľ, sadol som na zlé lietadlo. Cesta mala trvať 8 hodín. V lietadle som dostal časopis Plachetníčky a šunkovú bagetu. Keď som na 15 minút zaspal, niekto mi tú bagetu zjedol. Toalety nevyzerali práve vábne, no ako moja materská loď vždy vravela, keď musíš, tak musíš. Odrazu som pocítil, ako lietadlo náhle začalo klesať. Dvere sa zablokovali a ucítil som silný náraz. Po chvíli všetko ustalo a ja som mohol otvoriť dvere. Predo mnou bol iný svet. Všetci však vyzerali ako ja. Už som to raz videl. Vo sne.

Úloha 2. *Na ostrove žili 2 kmene ľudí: pravdovravci (vždy hovoria pravdu) a klamári (vždy klamú). Cestou som stretol 2 ľudí. Prvého som sa opýtal: „Ste obaja pravdovravci?“ Po jeho odpovedi som nedokázal určiť, ku ktorým kmeňom patria. Opýtal som sa ho teda ešte raz: „Ste obaja z rovnakého kmeňa?“ Po tejto odpovedi som už dokázal určiť, z akých kmeňov sú. Z akých kmeňov boli?*

Dost' morbidny sen. Už som vravel, že všetci vyzerali ako ja? Bolo to dost' depresívne. Farmári, predavači, dokonca aj obsluha v kaviarni. Po 4 dňoch blúdenia som konečne narazil na niekoho iného. Predo mnou stálo veľké ružové prasiatko. Skoro som odpadol, keď sa ma spýtalo, že čo čumím. Po krátkom rozhovore sme došli k problému, ktorý prasiatko už dlhšiu dobu trápil.

Úloha 3. Ukážte, že ak p aj $p + 2$ sú prvočísla väčšie ako 3, tak potom $p + 1$ je násobkom 6.



Po vyriešení tohto problému sa mi prasiatko poďakovalo veselým krochkaním a ja som pokračoval s dobrým pocitom, že na tejto planéte existujú aj iné stvorenia. No po ďalších 4 dňoch bol dobrý pocit zase preč. Došiel som do mesta, v ktorom som sa pokúšal čo najrýchlejšie nájsť stanicu.

Úloha 4. Ulice sú na mape mesta zakreslené úsečkami do tvaru štvorca $ABCD$ so stranou dĺžky a . Nová ulica, ktorú predstavuje úsečka HG , pretína ulice CD a BC v bodoch F a E , pričom body H a G ležia na polpriamkach AD a AB . Bod F leží v strede ulice CD a bod E leží na ulici BC tak, že $|BE| : |EC| = 2 : 1$. Koľkokrát je súčet obsahov trojuholníkov EBG a DFH väčší ako obsah trojuholníka FEC ?

Odpoveď ma ale vlastne vôbec nezaujímala. Jediné, čo ma zaujímalo, bolo, kde sa nachádza železničná stanica. Zamyslel som sa.“

„Pokračujte, prosím!“ ozval sa doktor po dlhej odmlke.

Zahľbil som sa späť do spomienok. „Kráčal som ulicami mesta a hľadal stanicu. Chcel som čo najrýchlejšie vypadnúť. Po dobrej hodine hľadania som ju konečne našiel. Vošiel som do starej ošarpanej budovy stanice, kde som z rozhlasu započul útržok hlásenia. „... stojí na nástupišti 2 koľaj 9.“ Bolo mi jedno kam ten vlak smeruje, chcel som ísť preč, niekam, kde budem jedinečný, nie ako všetci ostatní. Rýchlo som nasadol na vlak a sadol som si do kupé. Na prvej zastávke pristúpil akýsi čudessný tvor. Predstavila sa ako Bet z Melmaku.

Úloha 5. *Zvyšok cesty sme trávili hraním hry. Začínal som a striedali sme sa v ťahoch. V každom ťahu si hráč vyberie číslo z intervalu od 2 po 9 (vrátane). Po každom ťahu sa spočíta súčin všetkých čísel, ktoré zatiaľ hráči vybrali. Ak tento súčin prevýši 1000, tak ten, čo vyberal posledné číslo vyhral. Napríklad prvý vyberie 3, druhý 6, prvý 8, druhý 9. Súčin je $3 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 9 = 1296$, teda druhý hráč vyhral (pred jeho ťahom totiž súčin ešte nebol väčší ako 1000). Zistite, ako mám hrať, aby som porazil Bet.*

Keď sa mi konečne podarilo vyhrať, Bet sa veľmi nahnevala a skôr ako som stihol čokoľvek povedať, ocitol som sa pred dverami kupé so zlomenou rukou. Tak som si išiel sadnúť k niekomu inému, v dobrej viere, že mi neublíži. Po krátkej prechádzke vlakom som si našiel miesto vo vozni číslo 4 pri milej staršej pani. Myslel som, že si pospím, ale ledva som si stihol sadnúť a pani sa mi prihovorila. Začala mi rozprávať o sebe a svojich deťoch a ich deťoch. Nemal som čo iné robiť, tak som sa započúval. Veľa som toho zistil, ale stále ma jedna vec trápila, a to, koľko môže mať tá pani rokov. Bolo mi trápne sa opýtať.

Úloha 6. *Mám dost informácií na to, aby som to zistil. Táto pani má dvoch vnukov a má najviac 99 rokov. Keď pred jej vek napíšeme vek jedného z jej vnukov, dostaneme štvorciferné číslo, ktoré je deliteľné vekom tohto vnuka. Vynásobením vekov všetkých troch dostaneme to isté štvorciferné číslo. Koľko rokov má pani?*

Kolesá vlaku hlasno zapískali. Zastali sme na konečnej stanici. Vystúpil som. Ocitol som sa v mojej rodnej dedine. Hneď som vedel kam mám ísť.“

Zadania 2. série úloh

Úlohy pošlite najneskôr **5. mája 2014**

„Vybral som sa do prístavu, kde som vyrastal. Cestu do prístavu som si dobre pamätal. Prístav som vôbec nespoznával. Padala z neho omietka, vnútri ani živej duše a mólo bolo deravé. Povedal som si, že keď už som tu, tak si aspoň trochu zajazdím po zátok. Ponoril som trup do vody a zapol motory. Nič sa nedeje. Ako je možné, že sa nič nedeje? Nefungujú mi motory? Mám diery v trupe? Zrazu som na hladine zahliadol svoj obraz. Môj život sa obracal v základoch. Vtedy som to zistil. Celý môj život bola lož. Ja nie som loď. Zrazu ma myklo. Ocitol som sa v nemocnici.

Úloha 1. *V nemocničnej izbe má každý pacient aspoň 5 kamarátov (kamarátstva sú vzájomné). Zdôvodnite, že niekoľkým pacientom vieme posteľe uložiť do aspoň 6-členného radu tak, že každý dvaja susedia sú kamaráti.*

Mal som veľa času premýšľať. Premýšľal som nad životom, nad sebou, nad všetkým, čo som zažil. Zrazu mi nič nedávalo zmysel. Vtedy mi to napadlo. Jediný spôsob, ako by môj život mohol znova nadobudnúť zmysel, je spraviť niečo veľkolepé, niečo, čo si zapamätá celý svet. Rozhodol som sa letieť do vesmíru. Odpojil som si hadičky a v nemocničnom plášti som vyšiel z nemocnice. Potreboval som raketu. Na ulici som stretol dvoch dôveryhodne vyzerajúcich ľudí s čiapkami z albalu. Vedel som, že to budú moji inžinieri.

Úloha 2. *Home a Lesak idú postaviť vesmírnu raketu. „Meh,“ povedal Home „ty postavíš polovicu takej rakety za tri dni.“ Lesak sa nedal. „To je pravda, ale ty postavíš za osem hodín toľko, čo ja za šesťnásť.“ Nakoniec raketu stavali spoločne. Ako dlho im trvalo postaviť celú raketu?*

Raketa sa zdala byť pripravená. Mala iba jednu chybu. Naozaj som nechcel, aby si ma zapamätali ako hrdinu, ktorý lieta v motýlej rakete. Skúsil som namietat, ale Home vyzeral, že sa dobre baví. Potom ukázal na druhú stranu, kde stavali druhú raketu. Zatiaľ nebola pripravená, pretože Home s Lesákom ešte nedoriešili jednu záležitosť.

Úloha 3. *Vysvetlite Homeovi a Lesákovi, prečo je súčet dĺžok uhlopriečok v ľubovoľnej rakete tvaru štvoruholníka menší ako súčet dĺžok jeho strán.*

Za ďalšie 3 dni bola raketa pripravená. Bola hodná hrdinu mojich rozmerov. Homeovi a Lesákovi som bol taký vďačný, že som im od radosti daroval všetko, čo som mal: 4 medené mince, ohnutú spinku a štiknutý lístok na autobus. Nechápal som, prečo sa tvárili tak kyslo. Štart prebehol pokojne, no cesta vesmírom už taká pokojná nebola. Myslím, že sa to stalo v nedeľu ráno. Ucítil som obrovskú silu, ktorá ma priťahovala. Zrazu som preletel akousi fialovozelenou dierou v tvare štvorca.

Úloha 4. *Obsah štvorcovej fialovozelenej diery, ktorou som preletel, je vyjadrený v m^2 celým číslom, ktorého číslice sú len 0 a 8. Môže byť strana tohto štvorca v metroch vyjadrená celým číslom? Svoju odpoveď zdôvodnite.*

Toto mi len tak prebleslo hlavou. Nemal som však čas zaoberať sa nejakou vesmírnou matematikou. Priblížil som sa k planéte, ružovej a mäkučkovej. Nastal čas pristátia. Pristátie bolo mäkučké ako do vatičky. Planéta bola totiž celá z cukrovej vaty. Nemohol som sa jej nabažiť. Po hodine som sa už nemohol ani pohnúť.

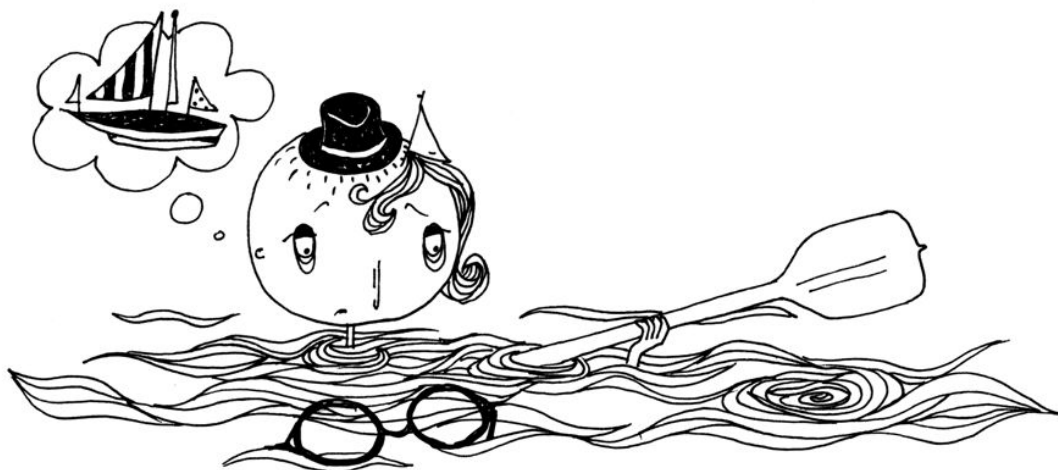
Úloha 5. *Ležal som v diere v tvare rovnobežníka ABCD takej, že jej strana AD má dĺžku 10. Os uhla BAD pretína stranu CD v bode X tak, že obsah lichobežníka ABCX je dvojnásobkom obsahu trojuholníka AXD. Vypočítajte obvod tohto rovnobežníka, ktorý som vyjedol.*

Keď som tam ležal, v hlave sa mi premietalo všetko, čo sa za posledné dni udialo. Začal som uvažovať nad tým, ako asi vyzerám. Ak bol môj pradedo z otcovej strany potkan, babička bola ihla a moja matka bola loď. . . Tak to budem asi morský ježko! Konečne som pochopil, kto som.

Úloha 6. *Ako asi vyzerám? Mám kružnicovú schránku, na ktorej je 10 rôznych bodov. Medzi týmito 10 bodmi vedú moje pichliače – mám ich 45, sú to úsečky a každá je zafarbená buď modrolososovou alebo červenodúhovou farbou. Nie sú ale zafarbené hocijako – každý trojuholník, ktorý má vrcholy v mojich 10 bodoch, má aspoň jednu stranu červenodúhovú. Dokážte, že potom existujú také 4 body (z mojich 10), že všetky úsečky medzi nimi sú červenodúhové. Čo ak budem mať bodov len 9 a pichliačov len 36?*

Zamieril som teda tam, kde som smeroval celý čas. Tak som teda tu, v šatni na plavárni a pred vami všetkými teraz slávnostne sľubujem, že túto školu dokončím s červeným diplomom, alebo umriem snahou!“

„Myslím, že na dnes toho už bolo dost!“ povedal pán v bielom plášti a jeho silueta sa mi stratila z očí.



Za podporu a spoluprácu ďakujeme:



Korešpondenčný matematický seminár **MATIK**

Číslo 4 • Letná časť 27. ročníka (2013/14) • Vychádza 3. februára 2014

Internet: <http://matik.strom.sk> • E-mail: matik@strom.sk

Vydáva: Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice 1

Internet: <http://www.strom.sk> • E-mail: zdruzenie@strom.sk

Ak chceš riešiť náš seminár,

nezabudni spolu s vyriešenými úlohami tejto série poslať aj **vyplnenú prihlášku**, aby sme Ti vedeli poslať opravené riešenia. Telefónne číslo a mobil potrebujeme, aby sme Ťa vedeli rýchlo kontaktovať, napr. kvôli sústredeniu. Prihlášky sú dve, podeľ sa so spolužiakom alebo súrodencom, ktorý chce tiež riešiť. Opravené riešenia sa zvyčajne zasielajú na adresu školy.

Prihláška do seminára *MATIK*– 2013/2014

Meno a priezvisko: Trieda:

Adresa školy:

Adresa domov:

Telefón domov alebo mobil:

e-m@il:

Opravené riešenia chcem dostávať na adresu školy domov*

*Ak chceš riešenia dostávať domov, zašli nám s každou sériou aj obálku s nalepenou známku v hodnote 0,60 Eur (list do 100g) a napísanou adresou. Ak sú tvoje riešenia obsiahlejšie, radšej nalep známku v hodnote 0,80 Eur (list do 500g).

Ak chceš riešiť náš seminár,

nezabudni spolu s vyriešenými úlohami tejto série poslať aj **vyplnenú prihlášku**, aby sme Ti vedeli poslať opravené riešenia. Telefónne číslo a mobil potrebujeme, aby sme Ťa vedeli rýchlo kontaktovať, napr. kvôli sústredeniu. Prihlášky sú dve, podeľ sa so spolužiakom alebo súrodencom, ktorý chce tiež riešiť. Opravené riešenia sa zvyčajne zasielajú na adresu školy.

Prihláška do seminára *MATIK*– 2013/2014

Meno a priezvisko: Trieda:

Adresa školy:

Adresa domov:

Telefón domov alebo mobil:

e-m@il:

Opravené riešenia chcem dostávať na adresu školy domov*

*Ak chceš riešenia dostávať domov, zašli nám s každou sériou aj obálku s nalepenou známku v hodnote 0,60 Eur (list do 100g) a napísanou adresou. Ak sú tvoje riešenia obsiahlejšie, radšej nalep známku v hodnote 0,80 Eur (list do 500g).