Korešpondenčný Matematický Seminár

MATIK

Číslo **2** — Ročník **27** Internet http://matik.strom.sk

Vážení neprítomní, drahí zosnulí, milí riešitelia,

po dlhom čase sa k vám opäť dostal nový *MATIK*. Blíži sa zima, Vianoce a ak ste dostali *MATIK* načas, blíži sa aj termín druhej série. Takže si smelo pozrite kde ste (ne)urobili chyby, skontrolujte poradie a povzbudení sústredením, na ktoré sa určite tešíte, vyriešte šesť nových príkladov, ktoré všeličo zmenia.

Vaši vedúci *MATIK*a

Ako bolo

Výlet Koncom septembra sme sa síce za nepriaznivého počasia, ale za to akčnej atmosféry, vydali hľadať Kiwi, o ktorej Veverka už dlho nepočul. Netrvalo nám dlho a začali sme podozrievať z únosu Holuba, tak sme sa ju vybrali zachrániť. Najprv sme však museli trochu zlepšiť svoje fyzické a mentálne schopnosti, aby sme sa mu vôbec mohli postaviť. Potom sme museli Holuba nájsť, čo bola tiež ťažká úloha, a získať nejakú zbraň, lebo poraziť ho vôbec nie je jednoduché. Keď sme už všetko toto zvládli a ešte sme sa aj pripravili na to, v akom stave môžeme Kiwi nájsť, zistili sme, že veci nie sú vždy také ako vyzerajú. Na stanici nás čakala Kiwi, živá a zdravá, no poriadne nahnevaná na Veverku, ktorý sa jej už dobrú dobu neozval. Napriek tomu, že sme celý čas hľadali problém na nesprávnom mieste, odchádzali sme síce trochu zmoknutí, špinaví, ale najmä dobre naladení.

Ako bude

Lomihlav Aj tento rok na vás v novembri čaká Lomihlav. Je to súťaž štvorčlenných družstiev žiakov siedmeho až deviateho ročníka alebo sekundy až kvarty, reprezentujúcich svoju školu. Ich úlohou je čo najlepšie vyriešiť 20 matematických úloh, 5 hlavolamov a 5 hádaniek. Tejto súťaže sa pravidelne zúčastňuje vyše stovka žiakov zo základných škôl, najmä z východného Slovenska. Majú šancu sa niečo nové naučiť, porovnať svoje sily s ostatnými a stretnúť kamarátov so záľubou v matematike. Tohto roku sa bude Lomihlav konať v piatok, 29. 11. 2013, v CVČ DOMINO na Popradskej 86 v Košiciach. Bližšie informácie o súťaži a jej predchádzajúcich ročníkoch môžete nájsť na `matik.strom.sk/lomihlav.php`.

Vzorové riešenia 1. série úloh

1
opravovali **Aktka Krajčiová** a **Dano Onduš** a **Matúš Hlaváčik**
najkrajšie riešenia: Soňa Liptáková, Filip Malik
112 riešení

Zadanie V čajovni sedia vedľa seba traja *MATIK*ovci: Kiwi, Drozdína a Baranča (nie nutne v tomto poradí). Kiwi vždy hovorí pravdu, Drozdína vždy klame a Baranča hovorí niekedy pravdu a niekedy klame. Zistite, v akom poradí sedia *MATIK*ovci, ak sme každému z nich položili jednu z nasledujúcich otázok, na ktorú sme dostali odpoveď:
– Osobe sediacej vľavo: Kto sedí vedľa teba? – Kiwi.
– Osobe sediacej v strede: Kto si? – Baranča.
– Osobe sediacej vpravo: Kto sedí vedľa teba? – Drozdína.

Vzorové riešenie Najprv zistíme, kde môže sedieť Kiwi. Kiwi hovorí vždy pravdu, takže:
– Vľavo sedieť nemôže, lebo by tvrdila, že sedí aj v strede, čo je nemožné.
– V strede sedieť nemôže, pretože by tvrdila, že je Baranča.
Ostáva jediná možnosť:
– Kiwi sedí vpravo.
Navyše, Kiwi hovorí pravdu, takže vedľa nej sedí Drozdína. Čo znamená, že
– Drozdína sedí v strede
a keďže zostalo už len jedno voľné miesto vľavo, tak
– Baranča sedí vľavo.
Takže ak je nejaká vyhovujúca možnosť ako sedia, musí to byť Baranča, Drozdína, Kiwi (zľava doprava).

Pre istotu ešte toto riešenie musíme VYSKÚŠAŤ. Baranča vľavo klame, keďže vedľa nej sedí Drozdína a nie Kiwi. Drozdína v strede klame, keďže nie je Baranča. Kiwi vpravo hovorí pravdu, keďže vedľa nej sedí Drozdína. Riešenie vyhovuje zadaniu a je jediné, keďže všetky ostatné možnosti sme v prvej časti vylúčili.

Komentár Väčšina z vás vyriešila úlohu podobne ako vo vzorovom riešení, mnohí však zabudli na skúšku, za čo sme strhávali jeden bod, keďže sa mohlo stať, že by nevyhovovalo žiadne usadenie. Ďalší častý postup bolo vyskúšanie všetkých šiestich možností a vylučovaním zistiť, že vyhovuje iba jedna možnosť. Najčastejšou chybou bolo nesprávne pochopenie zadania, ktoré bolo v tomto prípade formulované dosť jednoznačne, a preto ste dospeli k nesprávnej odpovedi zdôvodnenej nesprávnym postupom, za čo sme často mohli dať iba nula bodov.

2
opravovali **Kristína Mišlanová** a **Maťo Vodička**
najkrajšie riešenie: Michal Masrna
107 riešení

Zadanie V Holubovej záhrade rastie fakt krásna ruža. Ruža vyrastie každý týždeň o 5 milimetrov, pričom rastie úplne rovnomerne – stále rovnako rýchlo. Takto sa to deje už desať týždňov. Za tento čas bola priemerná výška ruže 14,25 centimetra. Aká vysoká bola ruža po štyroch týždňoch?

Vzorové riešenie Údaj $14,25$ cm je priemer všetkých výšok ruže počas desiatich týždňov. Vzhľadom k tomu, že ruža rastie po celú dobu rovnomerne, tak priemernú výšku dosiahne presne v strede meranej doby (toto si radšej premyslite). Keďže rastie od začiatku prvého týždňa až po koniec desiateho týždňa (čo je desať celých týždňov), tak stredom bude koniec piateho týždňa (päť celých týždňov od začiatku). Takže ruža po piatich týždňoch merala $14,25$ cm. Chceme zistiť, koľko ruža merala po štyroch týždňoch, čo je o týždeň skôr. Takže od tejto hodnoty ešte odrátame dĺžku, o koľko vyrástla za jeden týždeň. Zadanie vraví, že je to 5 mm za týždeň, čo sa rovná $0,5$ cm za týždeň. Takže výška ruže po štyroch týždňoch bola rovná $14,25 - 0,5 = 13,75$ cm.

Komentár Veľa z vás úlohu vyriešilo správne, či už úvahou, ktorú máme aj my uvedenú ako vzorové riešenie alebo rovnicami :-). Bohužiaľ, našli sa medzi vami aj takí, ktorí úlohu pochopili nesprávne a s údajom $14,25$ cm rátali, akoby to bola výška po desiatich týždňoch a nie priemerná výška, ako bolo napísané v zadaní. Veľká časť vašich riešení, za ktoré sme museli strhnúť nejaký ten bod spočívala v tom, že ste si neuvedomili, že ruža rastie rovnomerne už od začiatku prvého týždňa a nie až od jeho konca. Preto vám potom nesprávne vychádzalo, že stred meranej doby je medzi 5. a 6. týždňom.

3

opravovali **Žaneta Semanišinová** a **Peťo Kovács** a **Maťo Rapavý** — 109 riešení

najkrajšie riešenia: Martin Melicher, Martin Masrna

Zadanie Máme troch OLD SCHOOL vedúcich. Súčet ich vekov je 169. Ciferný súčet ich vekov je rovný najmenšiemu z nich. Vek jedného z vedúcich je dvakrát väčší ako vek iného vedúceho. Navyše, jeden je o rok starší ako druhý. Aký vek majú títo vedúci?

Vzorové riešenie Najprv sa pozrime, čo by sa stalo, ak by niektorý vedúci mal menej ako 2 roky. Potom najmladší z vedúcich musí byť aspoň takýto mladý, čiže má menej ako 2 roky. Teda ciferný súčet ich vekov musí byť menej ako 2. Lenže ciferný súčet veku najmladšieho je rovný jeho veku. To neznie dobre, čo? Zvyšní dvaja by museli mať 0. Ale potom nemajú súčet 169. Preto všetci vedúci majú aspoň 2 roky.

Označme si jeden vek a. Potom druhý z vekov je $2a$ (keďže vek jedného je dvakrát väčší ako vek iného). Keďže $a > 1$, tak $2a > a + 1$. Preto z týchto dvoch vedúcich už nemôže byť jeden o rok starší od druhého.

Rozdiel 1 je potom medzi vekom posledného tretieho vedúceho a jedným z vekov a, $2a$. Preto bude vek tretieho vedúceho jeden z týchto: $a - 1$, $a + 1$, $2a - 1$, $2a + 1$. Dosaďme si teraz postupne všetky tieto veky do rovnice, ktorá hovorí o súčte vekov a vypočítajme a.

$$\begin{aligned} a - 1 + a + 2a &= 169 \\ 4a &= 170 \\ a &= 42,5 \end{aligned}$$

a nemôže byt desatinné číslo, nevyhovuje.

$$\begin{aligned} a + a + 1 + 2a &= 169 \\ 4a &= 168 \\ a &= 42 \\ a + 1 &= 43 \\ 2a &= 84 \end{aligned}$$

Ciferný súčet týchto vekov je $4 + 2 + 4 + 3 + 8 + 4 = 25 \neq 42$, čiže to nesedí.

$$\begin{aligned} a + 2a - 1 + 2a &= 169 \\ 5a &= 170 \\ a &= 34 \\ 2a - 1 &= 67 \\ 2a &= 68 \end{aligned}$$

Ciferný súčet týchto vekov je $3 + 4 + 6 + 7 + 6 + 8 = 34 = a$, čiže to sedí.

$$\begin{aligned} a + 2a + 2a + 1 &= 169 \\ 5a &= 168 \\ a &= 33,6 \end{aligned}$$

a nemôže byt desatinné číslo, nevyhovuje.

Zo všetkých vyskúšaných možností, tak aby boli splnené podmienky zo zadania a veky boli celočíselné, nám vyhovuje iba možnosť, že vedúci mali 34, 67 a 68 rokov.

Komentár Nájsť riešenie tejto úlohy sa podarilo takmer každému z vás, niektorí skúšaním a tipovaním, mnohí ste nám napísali práve tú jednu rovnicu, pri ktorej to vyšlo, no už málokto však vypísal všetky možnosti, ktoré bolo treba overiť. Ak riešite úlohu odhadmi alebo skúšaním, musíte si dať veľký pozor, aby ste žiadnu z možností nezabudli, a čím lepšie dokážete tie možnosti obmedziť, tým skôr sa nepomýlite pri ich vypisovaní. Rovnako, ak si píšete možnosti, ako sa môže tretí vek líšiť od ostatných, dajte si pozor, aby ste rozobrali všetky možnosti. Ak nájdete nejakú možnosť, nestačí napísať, že nevyhovuje, ale musíte vysvetliť, prečo to tak je. Takmer všetci ste zabudli na to, že podmienky zo zadania by mohli platiť aj pre tie isté dva veky, keď jeden by bol dvojnásobok druhého a zároveň by bol medzi nimi rozdiel 1. V tejto úlohe táto možnosť nevyhovuje, no v inej by mohla viesť k správnemu riešeniu, preto je potrebné vyskúšať všetky možnosti, aby ste dostali plný počet bodov.

4

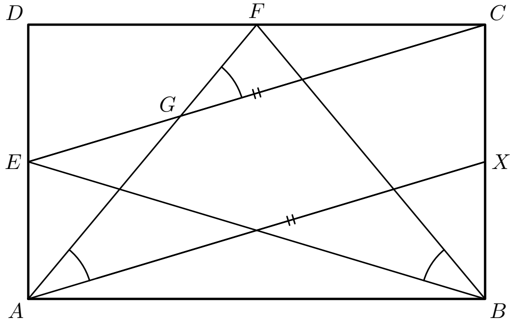
opravovali **Dorka Jarošová** a **Rišo Trembecký**

najkrajšie riešenia: Samuel Krajči

88 riešení

Zadanie Obálka mala tvar obdĺžnika $ABCD$. Bola natrhnutá v bodoch E a F, ktoré sa nachádzali postupne v stredoch strán AD a CD. Priesečník úsečiek AF a EC označme G. Ukážte, že uhly CGF a FBE majú rovnakú veľkosť.

Vzorové riešenie Označme si stred úsečky BC ako X. Keďže sú úsečky AE a XC rovnobežné a majú rovnakú veľkosť, tak $AXCE$ je rovnobežník. Odtiaľ vyplýva, že úsečka AX je rovnobežná s úsečkou EC. Všimnime si uhly FGC a FAX – tieto uhly sú súhlasné (teda zhodné), pretože ich zvierajú rovnobežky a priečka AF. Teraz zostáva dokázať, že uhly FAX a FBE sú zhodné. Tu si ukážeme dva možné postupy:



1. postup:
Vyjadrime si
$$|\sphericalangle FAX| = |\sphericalangle FAB| - |\sphericalangle BAX|.$$

Bod F je stredom strany CD, teda trojuholníky AFD a BFC sú zhodné (podľa hociktorej vety o zhodnosti trojuholníkov to hneď vidno). Takže $|FA| = |FB|$ a trojuholník FAB je rovnoramenný. V rovnoramennom trojuholníku máme zhodné uhly pri základni, preto
$$|\sphericalangle FAB| = |\sphericalangle FBA|.$$

Keďže trojuholníky ABX a BAE sú zhodné ($|AB| = |BA|$, $|BX| = |AE|$ a $|\sphericalangle ABX| = |\sphericalangle BAE| = 90°$), platí
$$|\sphericalangle ABE| = |\sphericalangle BAX|.$$

Dosadíme do nášho vzťahu
$$|\sphericalangle FAX| = |\sphericalangle FAB| - |\sphericalangle BAX| = |\sphericalangle FBA| - |\sphericalangle ABE| = |\sphericalangle FBE|$$

a máme, čo sme chceli dokázať.

2. postup:
Nech os o je osou úsečky AB (kolmá na ňu a prechádzajúca jej stredom). V osovej súmernosti podľa osi o sa bod A zobrazí do B, B do A, bod E do X (pretože EX je rovnobežná s AB, teda takisto kolmá na os o) a bod F sa zobrazí do samého seba,

keďže os AB je takisto osou CD, teda stred CD na osi leží. Úsečka FA sa teda zobrazí do FB a úsečka AX do BE, z čoho vyplýva, že celý uhol FAX sa podľa osi o zobrazí na uhol FBE, teda majú rovnakú veľkosť.

Komentár V geometrických úlohách, ako bola aj táto, je náčrt zadania veľmi dôležitý. Často však pomôže aj presné narysovanie, aby sme si ľahšie uvedomili niektoré informácie, ktoré nám úloha poskytne. Nemôžeme sa však odvolávať na takýto obrázok, keď hovoríme o veľkosti strán, prípadne uhlov, pretože často je naše rysovanie nepresné. Môže nám to však pomôcť k tomu, aby sme vedeli, čo vlastne chceme ukázať. Takže nabudúce si kreslite obrázky, ale nezabudnite na to, že svoje pozorovania musíte logicky odôvodniť a nie len odmerať na papieri. Veľa zdaru nabudúce.

5 opravovali **Henka Micheľová** a **Matúš Stehlík**

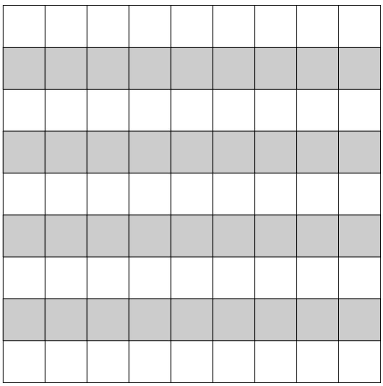
najkrajšie riešenia: Samuel Krajči

84 riešení

Zadanie Holub sa zbalil do kufra so štvorčekovým dnom o rozmeroch 9×9, ktorý bol rozdelený na štvorcové priečinky o rozmeroch 1×1. Do každého priečinku v +kufri si položil jednu ponožku. Po prejdení cez hrboľ na ceste sa premiestni každá ponožka o 1 priečinok šikmo (diagonálne) od pôvodného priečinku ľubovoľným smerom. Koľko najmenej priečinkov môže ostať voľných po prejdení cez jediný hrboľ? (V jednom priečinku môže byť aj viac ponožiek naraz.)

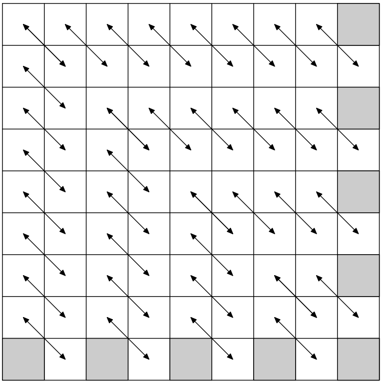
Vzorové riešenie V úlohách ako je táto nám často môže poslúžiť taký známy trik, že si to nejako ofarbíme a vďaka tomu uvidíme niečo, čo sme predtým nevideli. Všimneme si nejakú pravidelnosť, objavíme nejaké vzťahy medzi istými skupinami políčok. Znie to síce zvláštne, ale funguje to. Keď si tento úvod prečítate znova po prečítaní riešenia, bude vám jasné, čo tým myslíme.

Dno kufra si ofarbime takto:



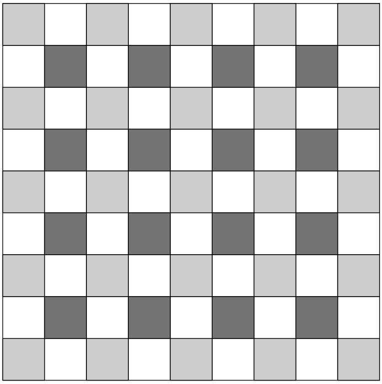
Teraz vieme, že ponožka musí ísť zo sivého políčka na biele alebo opačne (ponožky sa pohybujú po uhlopriečkach). Sivých je 36, takže zaplnia najviac 36 bielych, ale bielych políčok je 45, takže určite nezaplnia $45 - 36 = 9$ políčok. Ak nájdeme aspoň jedno také riešenie, pri ktorom sa zvýši práve 9 voľných priehradok, tak je to najmenej, ako sa dá.

Tu je jedno také:



Iné riešenie (podľa Martina Melichera):

Tento krát si dno ofarbime takto:



Ponožky, ktoré sú na bielych políčkach, zostanú na bielych aj po prejdení hrbu, navyše sa na tieto políčka nemôžu pripliesť ani žiadne iné (premyslite si prečo). Tieto biele však vieme ľahko spárovať tak ako v prvom riešení a teda z nich nemusí zostať žiadne voľné políčko.

Pozrime sa teraz na tie farebné. Každá ponožka na nejakej sivej sa musí po prejdení hrbu premiestniť na tú druhú sivú farbu (premyslite si). Tmavosivých políčok je 16 a svetlosivých 25. Z podobnej úvahy ako v prvom riešení potom aspoň 9 svetlosivých musí zostať voľných.

Z bielych nemusia zostať žiadne voľné, z tmavosivých tiež nie, ale svetlosivých aspoň 9. Takže celkovo musí zostať aspoň 9 voľných. Druhý obrázok z prvého riešenia dokazuje, že 9 voľných naozaj zostať môže a teda je to najmenej ako sa dá.

Komentár Úloha bola triková a tento trik síce viedol ku krátkemu riešeniu, no málokto ho odhalil. Veľa z vás našlo iný príklad ukazujúci, že 9 je skutočne možné. No riešenia bez tohto ofarbovacieho triku sa vôbec nikam nepohli smerom k dôkazu, že menej sa už nedá. Preto sme ich hodnotili podľa toho, či sa im aspoň podarilo nejako to trošku rozobrať, alebo dokázať nejaké zaujímavé tvrdenia, ktoré sa zdajú, že by mohli pomôcť pri riešení úlohy. Zaujímavý bol napr. nápad skúmať to po uhlopriečkach, lebo je tam 9 nepárnych uhlopriečok (v oboch smeroch).

6

opravovali **Janka Baranová** a **Mišo „Holub“ Králik**

najkrajšie riešenia: Lenka Kopfová, Martin Masrna

96 riešení

Zadanie Nastúpili do autobusu s číslom 100 000 000. Jeden chalan celú cestu rozprával o tom, či sa toto číslo dá zapísať ako súčin dvoch čísel, z ktorých ani jedno neobsahuje cifru 0 vo svojom zápise. Je možné číslo autobusu takto zapísať? *Svoju odpoveď poriadne zdôvodnite v prípade kladnej, ale aj v prípade zápornej odpovede na otázku.*

Vzorové riešenie Každé celé číslo má svoj prvočiselný rozklad. V prípade čísla 100 000 000 je to

$$5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 5^8 \cdot 2^8.$$

Čiže čísla, ktoré hľadáme, musíme „poskladať“ ako súčin z týchto ôsmich pätiek a ôsmich dvojok. Ak by niektoré z týchto čísel obsahovalo zároveň (vo svojom prvočíselnom rozklade) 5 aj 2, tak by vo svojom zápise na konci obsahovalo 0, pretože $5 \cdot 2 = 10$ a teda číslo by bolo deliteľné 10.
Z toho vyplýva, že jediná možnosť, ktorá nám ešte ostáva je tá, kde päťky a dvojky nie sú „pomiešané“, teda $2^8 = 256$, čo je v poriadku, lebo to 0 neobsahuje a $5^8 = 390625$, čo ale obsahuje 0, takže táto možnosť zadaniu nevyhovuje.
Z vyššie uvedeného vyplýva, že číslo 100 000 000 sa nedá zapísať ako súčin dvoch celých čísel, ktoré vo svojom zápise neobsahujú 0. To znamená, že úloha nemá riešenie.

Komentár Ako ste si isto všimli, celé toto riešenie sa viaže k celým číslam. Bohužiaľ sa stala vec, že nám to zo zadania vypadlo, za čo sa ospravedlňujeme. Riešiteľom, ktorí tento zádrheľ zadania odhalili a našli riešenie v desatinných číslach (čo nebolo ťažké, je to napríklad $512 \cdot 195312,5$, ale aj mnoho ďalších) sme udelili 9 bodov.
A teraz k tým, čo zadanie pochopili v celých číslach. Najčastejšou chybou bolo, že ste neodôvodnili, prečo 2ka a 5ka nemôžu byť spolu v jednom čísle. Aj keď je to celkom zrejmé, je potrebné to tam napísať. Inak ste si viedli veľmi dobre.
A nakoniec k vám všetkým. Len výsledok, aj keď je správny nestačí. Viete zaňho získať väčšinou maximálne 1 bod, čo je z 9 celkom málo. Preto sa pokúste na papier spísať to, ako ste k tomu výsledku dospeli. Aj keď postup nebude úplne kompletný, alebo korektný, môžu vás potešiť ďalšie body naviac. Tak sa nebojte a píšte svoje myšlienky k úlohe. Prajeme vám veľa šťastia a dobrých nápadov pri riešení druhej série.

Zadania 2. série úloh

Úlohy pošlite najneskôr **25. novembra 2013**

Tieto úlohy aj s príbehom nájdete na stránke *http://matik.strom.sk/zadania.php* alebo v minulom čísle vášho časopisu.

Úloha 1. *Pri prvej hre hádzali frisbee. Na ihrisku bol štvorec s obvodom 4000 MATIKmetrov, ktorý stačil na pristátie lietajúceho taniera (tanier mal tvar kruhu). Keďže Holub hádzal frisbee prvýkrát, netrafil presne do stredu. Od najbližšieho okraja bol jeho tanier vzdialený 125 MATIKmetrov, od susedného okraja 250 MATIKmetrov a od najvzdialenejšieho okraja štvorca bol vzdialený 500 MATIKmetrov. Ako ďaleko bol od štvrtého okraja štvorca a aký polomer mal lietajúci tanier?*

Úloha 2. *Drozdína povedala túto delikátnu informáciu Baranči. V Barančinej družinke je 6 ľudí (vrátane Baranči). Medzi nimi je 11 priateľstiev (priateľstvo je obojstranné, teda ak ja som priateľ s Barančou, tak aj ona je priateľ so mnou a tento náš vzťah počítame ako jedno priateľstvo). Ak sa niekto dozvie nejakú klebetu, povie ju všetkým svojim priateľom. Dokážte, že túto klebetu budú vedieť všetci ľudia z Barančinej družinky.*

Úloha 3. *Problém mal tvar kocky s hranou 8 centimetrov. Nakrájala ho na menšie zhodné kocôčky tak, aby súčet ich povrchov bol päťkrát väčší ako povrch pôvodnej kocky. Koľko centimetrov bude merať hrana malej kocôčky a aký bude jej objem?*

Úloha 4. *Máme ľúbostný trojuholník KVH (Kiwi, Veverka, Holub). Stredy jeho strán označme B (Baranča), J (Jašo) a P (Pilot Pali). Dokážte, že dva ľúbostné trojuholníky KVH a BJP majú ťažisko v rovnakom bode. (Ťažisko je bod, v ktorom sa pretínajú ťažnice – tri úsečky, ktoré spájajú stred strany s protiľahlým vrcholom.)*

Úloha 5. *Pri obede sedia pätnásti z účastníkov okolo okrúhleho stola. Vždy pri ňom sedia rovnako, no dnes si omylom vymenili miesta tak, že nikto nemal pred sebou svoj hrnček.*

a) *Dokážte, že stôl sa dá otočiť tak, aby aspoň dvaja z nich mali pred sebou svoj hrnček.*

b) *Nájdite príklad takého usadenia, kde pre práve jedno otočenie stola budú mať aspoň dvaja pred sebou svoj hrnček.*

Stôl sa môže otáčať o ľubovoľný počet miest do hociktorej strany.

Úloha 6. *Osem účastníkov sedelo vedľa seba pri bare (v rade) a každý z nich mal pred sebou kolu alebo sprajt. Sedeli tak, že žiadni dvaja účastníci s kolou nesedeli vedľa seba.*

a) *Koľko je možností, ako mohli byť sprajty a koly za sebou položené na stole (ak nevieme, koľko je sprajtov a koľko kôl)?*

b) *Keď si objednali druhú rundu, posadali si tak, aby žiadni traja účastníci s kolou nesedeli vedľa seba (teda dve koly ešte vedľa seba položené byť môžu). Koľko je možností, ako mohli byť sprajty a koly za sebou položené na stole teraz?*

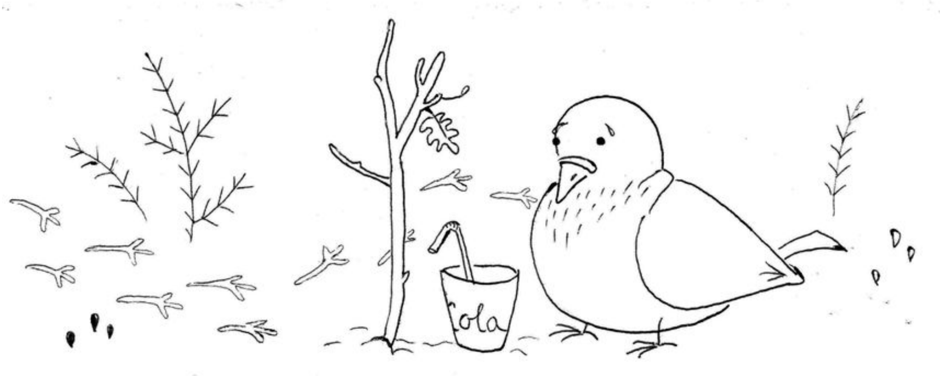
Poradie po 1.sérii

PS je súčet bodov za predchádzajúce série, **1–6** sú body za jednotlivé úlohy a **CS** je celkový súčet bodov.

Poradie	Meno	Trieda	Škola	PS	1	2	3	4	5	6	CS
1.	Matej Hanus	7. A	ZKro4KE	0	9	9	9	9	-	9	**54**
2. – 3.	Lenka Kopfová	8. F	ZHradCZ	0	8	9	9	9	-	9	**52**
	Samuel Krajči	Tercia	GAlejKE	0	8	9	8	9	9	9	**52**
4.	Martin Masrna	9. A	ZKro4KE	0	8	9	9	9	5	9	**49**
5. – 8.	Kristína Bratková	1. B	GŠkulKE	0	9	9	9	9	3	9	**48**
	Róbert Sabovčík	7. A	ZKro4KE	0	9	9	3	8	4	9	**48**
	Martin Mihálik	Tercia	GAlejKE	0	9	6	9	9	-	9	**48**
	Michal Masrna	7. B	ZKro4KE	0	9	9	5	7	4	9	**48**
9. – 10.	Martin Mičko	Tercia	GAlejKE	0	9	6	8	9	-	9	**47**
	Samuel Chaba	Tercia	GAlejKE	0	9	6	8	9	4	9	**47**
11. – 12.	Martin Spišák	Kvarta A	GAlejKE	0	8	9	8	8	4	9	**46**
	Martin Števko	Tercia	GAlejKE	0	9	6	8	8	5	9	**46**
13. – 14.	Martin Albert Gbúr	7. A	ZKro4KE	0	9	6	6	8	5	7	**45**
	Martin Melicher	8. A	ZKro4KE	0	8	6	9	-	7	9	**45**
15.	Šimon Šoltés	Sekunda A	GTr12KE	0	8	9	9	-	0	9	**44**
16. – 17.	Viktória Brezinová	Tercia	GAlejKE	0	6	6	7	9	3	9	**43**
	Filip Csonka	Tercia	GAlejKE	0	7	6	8	7	-	9	**43**
18.	Radovan Lascsák	7. B	ZKro4KE	0	9	7	3	-	5	9	**42**
19. – 20.	Natália Česánková	9. A	ZHvieLY	0	9	6	8	8	3	7	**41**
	Dárius Pacholský	7. A	ZKro4KE	0	9	1	8	8	2	5	**41**
21. – 25.	Marek Koman	Kvarta A	GAlejKE	0	9	5	8	6	5	7	**40**
	Michaela Dlugošová	9. B	ZFranPP	0	9	9	9	8	4	1	**40**
	Jana Sadovská	Kvarta A	GMetoBA	0	9	6	9	5	2	9	**40**
	Matej Tarča	7. B	ZKro4KE	0	9	9	2	-	2	9	**40**
	Lívia Knapčoková	Tercia	GAlejKE	0	8	9	4	6	3	9	**40**
26. – 31.	Veronika Šonková	Tercia	GAlejKE	0	8	6	8	4	-	9	**39**
	Katarína Kuľková	9.	ZSDrienov	0	9	9	9	3	0	9	**39**
	Patrik Paľovčík	7. A	ZKro4KE	0	9	8	5	4	2	4	**39**
	Karol Grilling	Kvarta A	GTataPP	0	9	8	5	8	0	9	**39**
	Tomáš Miškov	Tercia B	GTr12KE	0	8	9	3	8	4	6	**39**
	Vladimír Durňák	Tercia	GAlejKE	0	9	6	8	8	4	-	**39**
32.	Tomáš Chovančák	7. B	ZKro4KE	0	8	5	5	2	0	9	**38**
33. – 34.	Erik Berta	Tercia	GAlejKE	0	8	1	3	9	3	9	**35**
	Matej Genči	9. A	ZKro4KE	0	9	6	-	8	3	9	**35**
35. – 36.	Juraj Jursa	Kvarta B	GAlejKE	0	8	6	4	7	-	9	**34**
	Jakub Patrik	7. A	ZKro4KE	0	8	8	1	6	-	3	**34**
37. – 39.	Tatiana Horvátová	Tercia	GAlejKE	0	9	6	3	0	3	9	**33**
	Martin Šalagovič	Tercia	GAlejKE	0	7	6	1	9	-	9	**33**
	Tereza Rudzanová	Tercia	GAlejKE	0	9	6	5	1	3	7	**33**

Poradie	Meno	Trieda	Škola	PS	1	2	3	4	5	6	CS
40.	Lucia Hlaváčiková	1. C	GsvEdKE	0	9	6	3	6	1	7	**32**
41. – 42.	Veronika Jaklovská	7. A	ZMaIlda	0	9	1	2	1	0	9	**31**
	Michal Kavuľa	7. B	ZKro4KE	0	8	1	8	3	3	-	**31**
43. – 46.	Petra Lichá	Kvarta A	GTataPP	0	8	9	7	1	0	5	**30**
	Matúš Zakucia	Kvarta A	GAlejKE	0	5	6	5	7	-	7	**30**
	Soňa Liptáková	7. B	ZKro4KE	0	9	9	1	-	0	2	**30**
	Kamil Fedič	9. B	ZHrnčHÉ	0	5	9	8	3	2	3	**30**
47. – 51.	Roxana Rajtáková	9. A	ZKro4KE	0	8	6	8	7	-	-	**29**
	Veronika Danková	Sekunda B	GAlejKE	0	8	6	0	1	0	6	**29**
	Judita Rumiová	8.	ZSSvPet	0	8	1	1	8	2	9	**29**
	Simona Pecsérke	7. B	ZKrátSA	0	8	9	3	-	-	-	**29**
	Martin Kozák	Sekunda B	GAlejKE	0	8	1	1	1	0	9	**29**
52. – 54.	Marek Vaško	8. B	ZMukaPO	0	9	5	5	-	-	9	**28**
	Benjamín Mravec	7. B	ZKro4KE	0	9	6	2	0	0	2	**28**
	Peter Mann	Tercia	GKomeTV	0	9	6	8	-	0	5	**28**
55.	Diana Rudzanová	Sekunda B	GAlejKE	0	1	4	5	-	3	7	**27**
56. – 58.	Daniela Lazoriková	Tercia	GAlejKE	0	9	4	1	1	2	9	**26**
	Jonáš Suvák	8. C	ZŠmerPO	0	7	6	8	3	0	1	**26**
	Richard Ciglanský	Sekunda A	GAlejKE	0	-	9	8	-	-	-	**26**
59. – 61.	Dominik Borbuliak	7. A	ZŠmerPO	0	6	8	1	-	1	1	**25**
	Sofia Komlošová	9. B	ZKro4KE	0	4	6	7	4	2	2	**25**
	František Gábor	7. A	ZKro4KE	0	9	-	1	1	-	5	**25**
62. – 63.	Filip Miroslav Kucka	7. B	ZNov2KE	0	8	1	1	3	0	3	**24**
	Kristína Kozeleková	9.	ZSBadin	0	5	6	5	8	0	-	**24**
64. – 66.	Katarína Rosinová	Kvarta A	GTataPP	0	9	1	1	1	1	9	**22**
	Jakub Kučerák	8. A	ZKro4KE	0	9	6	-	-	-	7	**22**
	Denis Nevelöš	9. A	ZZeliKE	0	8	6	8	-	-	-	**22**
67. – 70.	Romana Bogárová	7. B	ZKrátSA	0	1	1	1	-	-	9	**21**
	Matúš Ferenčuha	8. A	ZKro4KE	0	9	9	2	-	0	1	**21**
	Matúš Nadžady	Kvarta A	GTataPP	0	6	6	3	6	0	-	**21**
	Jakub Vojčík	Sekunda B	GAlejKE	0	9	1	1	1	0	-	**21**
71.	Rastislav Špakovský	9. B	ZTomKe	0	8	6	5	-	0	1	**20**
72.	Adam Kalivoda	9. A	ZKro4KE	0	8	6	5	-	-	-	**19**
73.	Martin Budjač	8	ZSkoSnB	0	8	8	1	-	0	1	**18**
74. – 76.	Martin Murcko	7. B	ZKurima	0	0	2	0	1	0	7	**17**
	Andrea Bartošová	7. B	ZKurima	0	0	2	0	1	0	7	**17**
	Alžbeta Daňková	7. B	ZKurima	0	0	2	0	1	0	7	**17**
77. – 82.	Juraj Slivka	9. B	ZTomKe	0	8	5	1	1	1	-	**16**
	Ján Velčický	9. B	ZKrátSA	0	5	1	1	0	0	9	**16**
	Juraj Roman	Sekunda B	GAlejKE	0	6	1	0	1	2	-	**16**
	Paulína Porubská	9. B	ZKrátSA	0	8	5	3	0	-	0	**16**
	Radomír Miščík	8. A	ZKro4KE	0	8	-	8	-	-	-	**16**
	Lucia Menčáková	Kvarta A	GTataPP	0	5	1	-	1	0	9	**16**
83. – 84.	Šimon Juhás	8. A	ZKro4KE	0	9	1	5	-	-	-	**15**

Poradie	Meno	Trieda	Škola	PS	1	2	3	4	5	6	CS
	Alexandra Lapšanská	9. A	ZSMlyn	0	5	1	2	1	0	6	**15**
85. – 86.	Samuel Ivan	8. B	ZŠmerPO	0	9	1	1	1	1	0	**14**
	Miriam Hajdúková	9. B	ZKrátSA	0	0	1	3	0	1	9	**14**
87.	Ivana Topitkalová	9. B	ZTomKe	0	9	1	1	1	0	1	**13**
88. – 90.	Vivien Árendášová	8.	ZSSvPet	0	2	0	0	1	-	9	**12**
	Martin Csiba	9. B	ZKrátSA	0	9	2	-	1	-	-	**12**
	Filip Malik	9. C	ZŠmerPO	0	9	-	3	-	-	-	**12**
91. – 93.	Katarína Mlynarčíková	Kvarta A	GTataPP	0	-	1	1	0	0	9	**11**
	Patrik Štefanko	Sekunda A	GAlejKE	0	4	1	1	0	0	1	**11**
	Samuel Novák	9. C	ZŠmerPO	0	-	-	3	8	-	-	**11**
94. – 95.	Samuel Staš	Kvarta A	GTataPP	0	1	5	3	1	0	0	**10**
	Philip Petison	9. B	ZKrátSA	0	3	1	3	1	-	2	**10**
96.	Alica Jarošová	Kvarta A	GTataPP	0	4	1	1	1	1	1	**9**
97. – 102.	Nikola Svetozarov	9. A	ZKro4KE	0	-	-	8	-	-	-	**8**
	Marián Figula	7. A	ZŠmerPO	0	2	1	1	-	1	1	**8**
	Samuel Brndiar	Kvarta A	GTataPP	0	2	1	3	0	1	1	**8**
	Dávid Stripaj	8. A	ZKro4KE	0	8	-	-	-	-	-	**8**
	Peter Čulen	9. A	ZKro4KE	0	8	-	-	-	-	-	**8**
	Jakub Spiszak	9. B	ZKrátSA	0	3	0	3	0	-	2	**8**
103. – 104.	Adam Kišš	9. B	ZKrátSA	0	3	1	1	0	-	2	**7**
	Richard Pospíšil	Kvarta A	GTataPP	0	2	1	3	1	0	0	**7**
105. – 111.	Sára Kusyová	9. B	ZKrátSA	0	3	1	-	-	1	1	**6**
	Paulína Kukanová	9. B	ZKrátSA	0	3	1	1	1	0	-	**6**
	Alexandra Orságová	9. B	ZKrátSA	0	1	-	3	1	0	1	**6**
	Tomáš Benkovič	9. B	ZKrátSA	0	2	1	1	0	1	1	**6**
	Sandra Galánková	9. B	ZKrátSA	0	2	1	1	0	1	1	**6**
	Diana Sokolová	7. A	ZŠmerPO	0	2	1	0	1	0	0	**6**
	Lea Luptáková	Kvarta A	GTataPP	0	2	-	3	-	1	-	**6**
112. – 113.	Paulína Gáliková	8. B	ZKrátSA	0	2	1	0	0	1	1	**5**
	Michaela Bašistová	Kvarta A	GTataPP	0	0	1	3	-	1	-	**5**
114. – 116.	Zuzana Dócreová	7.	ZSSvPet	0	0	0	0	1	0	1	**3**
	Kornélia Lőrincová	7.	ZSSvPet	0	0	0	0	1	0	1	**3**
	Beáta Vrábelová	8.	ZSSvPet	0	2	1	0	0	0	0	**3**
117.	Denis Farkaš	8. A	ZSSlad	0	1	0	1	-	0	0	**2**
118. – 120.	Michaela Remeňová	8.	ZSKomj	0	0	0	0	0	0	0	**0**
	Natália Tóthová	9. A	ZKro4KE	0	-	-	-	-	-	-	**0**
	Adam Bočák	7. B	ZKrátSA	0	0	0	0	0	0	0	**0**



Za podporu a spoluprácu ďakujeme:

AGENTÚRA
NA PODPORU
VÝSKUMU A VÝVOJA

Korešpondenčný matematický seminár **MATIK**
Číslo 2 • Zimná časť 27. ročníka (2013/14) • Vychádza 7. novembra 2013
Internet: `http://matik.strom.sk` • E-mail: `matik@strom.sk`

Vydáva: Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice 1
Internet: `http://www.strom.sk` • E-mail: `zdruzenie@strom.sk`