KOREŠPONDENČNÝ MATEMATICKÝ SEMINÁR

MATIK

ČÍSLO **3** — ROČNÍK **26** INTERNET http://matik.strom.sk

A je to tu!

Po toľkom čase ste sa konečne dočkali a spolu s Vianocami opäť prichádza aj nové vydanie časopisu *MATIK* s aktuálnym poradím a skvelými cenami pre tých z vás, ktorých mená sa vyskytujú vo vrchných častiach nášho rebríčka (a pre pár šťastlivcov, ktorí sa na sústredenie dostali vďaka nadpriemernému lámaniu hlavy na Lomihlave). Tento semester je hlavnou cenou pozvánka na lukratívny pobyt v Mníchovskom Potoku s plnou penziou a najlepšími vedúcimi! (Sauna a masáže nie sú v cene.) No ak ste sa aj náhodou nevyskytli medzi týmito tridsiatimi dvomi šťastlivcami, niet prečo lamentovať, pre všetkých tu je ešte možnosť zúčastniť sa ďalšieho nezabudnuteľného týždňa v nádhernom prostredí malebných slovenských dediniek aj na konci školského roka. Stačí len vyriešiť úlohy letného semestra *MATIK*a a jedna posteľ je vaša! Neváhajte a pustite sa do toho ešte dnes (čítaj: hneď, ako dostanete nové číslo so zadaniami), a budete mať viac času na spisovanie 9 bodových riešení! A prajeme vám veľa zdaru a krásne prežitie sviatkov v kruhu rodiny a matematiky.

Vaši obľúbení vedúci *MATIK*a

Ako bolo

Lomihlav

Ako už je zvykom aj tento rok sa v piatok 30.11.2012 v CVČ Domino konala súťaž družstiev LOMIHLAV. Súťaže sa zúčastnilo rekordných 63 družstiev, ktoré sa rozhodli bojovať o víťazstvo. Počas čarovných 66 minút sa tímy z prvých troch miest (1. Gymnázium Alejová 1, Košice; 2. ZŠ Krosnianska 4, Košice; 3. ZŠ Jarmočná 96, Ždaňa) dorátali až ku pozvánke na zimné sústredenie *MATIK*a. Samozrejme okrem toho prvých desať tímov dostalo aj sladké, či nesladké odmeny. Počas pauzy, kedy sme všetci nervózne čakali na vyhodnotenie, mali účastníci a aj učitelia možnosť sa zapojiť do hry o rôzne sladkosti, ktoré dostali za splnenie jednoduchých úloh na všelijakých stanoviskách. Dúfame, že ste sa zabavili a dobre si zarátali. Tak znova o rok ;).

Ako bude

Maxiklub

Príďte sa vianočne naladiť na tradičný decembrový Maxiklub celého združenia Strom. Stretnete kamarátov aj vedúcich zo sústredení a len tak si s nimi budete môcť pokecať. Chýbať nebudú spoločenské hry a teplý čajík na zahriatie. Dokonca sa možno zase raz nájde niekto, kto nám navarí výbornú kapustnicu. Maxiklub sa bude konať na Jesennej 5 a začne sa 22. 12. 2011 okolo jednej.

Vzorové riešenia 2. série úloh

1

opravovali **Peťo Kovács** a **Dano Till**
najkrajšie riešenia: Martin Melicher

51 riešení

Zadanie

Boli tam 3 kontajnery s nápismi *plasty*, *kovy*, *plasty a kovy*. Každý kontajner mal ale nesprávne označenie, ktoré pasovalo na iný z týchto kontajnerov. Keďže som frajer, povedal som si, že skúsim vytiahnuť len jeden odpadok z niektorého kontajneru a pozriem sa, čo to je (môže to byť buď plast alebo kov). Ako viem na základe tejto znalosti správne vymeniť nápisy na kontajneroch?

Vzorové riešenie

Najprv musíme zistiť informáciu aspoň o jednom kontajneri. Musíme si uvedomiť, že žiaden kontajner nemá správne pomenovanie a preto jeho názov určite nebude ten, ktorý je na kontajneri teraz. Ak si potiahneme odpadok z koša na:

- *plasty* – môžeme vytiahnuť:
  plast – vieme, že to je kôš na plasty a kovy
  kov – je to kôš buď na kovy alebo na plasty a kovy
- *kovy* – môžeme vytiahnuť:
  plast – vieme, že to je kôš buď na plasty a kovy alebo plasty
  kov – je to kôš na plasty a kovy
- *plasty a kovy* – môžeme vytiahnuť:
  plast – vieme, že to je kôš na plasty
  kov – vieme, že to je kôš na kovy

Pri kontajneri na plasty a kontajneri na kovy neviem vždy presne určiť druh kontajnera bez ohľadu na to, čo vytiahnem. Istý si môžem byť iba pri kontajneri na plasty a kovy, kde to viem presne rozlíšiť.

Teda ak vytiahnem plast, je to kôš na plasty, ak kov, je to kôš na kovy. Mám istý jeden kontajner. Teraz však ešte musím vymeniť zvyšné dva názvy pretože kontajner, ktorého názov som nevymieňal, ho má ešte stále zlý.

Komentár

Túto úlohu ste mnohí hravo zvládli, ale našli sa aj ojedinelé chyby, ktoré boli často z nepochopenia zadania. Medzi ne patrila napríklad chyba, že ste si neuvedomili, že všetky nápisy na kontajneroch sú nesprávne a počítali ste s tým, že jeden je správny (plasty a kovy). Taktiež sa často objavovala chyba, že ste zistili, z ktorého kontajneru budete vyberať odpad, aby ste vedeli ako vymeniť nápisy, ale už ste nenapísali, ako budete meniť nápisy. Ešte sa pomerne často vyskytovala chyba, že ste rozobrali možnosti, že budete vyberať odpad z kontajneru plasty a kovy a došli ste k záveru, ale vôbec ste sa nezmienili o tom, prečo nebudete vyberať z iného kontajneru.

2

opravovali **Aktka Krajčiová** a **Maťo Rapavý**

najkrajšie riešenia: Martin Masrna, Martin Melicher

56 riešení

Zadanie

Jedlá v jedálničku sú označené prirodzenými číslami. Niekto si zvolil šesť jedál. Barman si chcel vystreliť z kuchára, a tak sčítal čísla týchto jedál – prvé s druhým, druhé s tretím, tretie so štvrtým, štvrté s piatym, piate so šiestym a šieste s druhým. Výsledky boli 18, 21, 20, 18, 12, 17. Ako mal kuchár zistiť, ktoré jedlá mal pripraviť?

Vzorové riešenie

Pre prehľadnosť označme hodnotu jednotlivých jedál a, b, c, d, e, f (a je číslo prvého jedla, b číslo druhého jedla, a tak ďalej).

Súčet a a b je 18 a súčet b a c je 21. V oboch vzťahoch je b spoločné, teda rozdiel c a a je $21 - 18 = 3$. Teda c je o 3 väčšie ako a.

Podobne odvodíme aj vzťahy pre nasledujúce dvojice jedál:

$$\begin{aligned} b + c &= 21 \\ f + b &= 17 \end{aligned}$$

Spoločné je b, rozdiel c a f je $21 - 17 = 4$ čo znamená, že f je o 4 menšie ako c.

$$\begin{aligned} d + e &= 18 \\ e + f &= 12 \end{aligned}$$

Spoločné je e, rozdiel f a c bude $18 - 12 = 6$. Teda d je o 6 väčšie ako f.

$$\begin{aligned} b + c &= 21 \\ c + d &= 20 \end{aligned}$$

Spoločné je c, rozdiel b a d je $21 - 20 = 1$ čo znamená, že b je o 1 väčšie ako d.

$$\begin{aligned} c + d &= 20 \\ d + e &= 18 \end{aligned}$$

Spoločné je d, rozdiel c a e je $20 - 18 = 2$. Takže e je o 2 menšie ako c.

Fakt, že c je o 3 väčšie ako a, vieme zapísať ako $c = a + 3$. Ďalej z informácie, že f je o 4 menšie ako c dostávame $f = (a + 3) - 4 = a - 1$. Vyjadrenie, že d je o 6 väčšie ako f zapíšeme ako $d = (a - 1) + 6 = a + 5$. A vyjadrenie b je o 1 väčšie ako d, vieme zapísať ako $b = (a + 5) + 1 = a + 6$. Nakoniec informáciu, že e je o 2 menšie ako c zapíšeme ako $e = (a + 3) - 2 = a + 1$.

Zhrňme si jednotlivé hodnoty jedál:

- hodnota prvého jedla je a
- hodnota druhého jedla je $a + 6$
- hodnota tretieho jedla je $a + 3$
- hodnota štvrtého jedla je $a + 5$
- hodnota piateho jedla je $a + 1$
- hodnota šiesteho jedla je $a - 1$

Keďže vieme, že súčet hodnoty prvého jedla a hodnoty druhého jedla je 18 a zároveň hodnota prvého jedla je a a hodnota druhého jedla je $a+6$, tak $a+(a+6) = 18$ a z toho už jednoducho dopočítame a:

$$\begin{aligned} 2a + 6 &= 18 \\ 2a &= 12 \\ a &= 6 \end{aligned}$$

Keďže vieme rozdiel každého jedla od čísla a, ktoré poznáme, máme už dosť informácií na to, aby sme vedeli všetky hodnoty jedál dopočítať:

- 1. jedlo $= a = 6$
- 2. jedlo $= a + 6 = 12$
- 3. jedlo $= a + 3 = 9$
- 4. jedlo $= a + 5 = 13$
- 5. jedlo $= a + 1 = 7$
- 6. jedlo $= a - 1 = 5$

Komentár

Väčšina z vás úlohu riešila rozobratím možností, čo je síce postup, ktorý pri dostatočnej precíznosti (teda rozobraní naozaj *všetkých* možností hodnôt, zvyčajne pre prvé jedlo) vedie k správnemu riešeniu, no čo ak by rozdiely hodnôt jedál boli 47, 42, a podobne? Teda toto je veľmi krátkozraký a zdĺhavý postup (napriek tomu, že tabuľky v exceli sú naozaj šikovné a možnosti rozoberú za vás :D), preto si naozaj poriadne prečítajte tento vzorák a nabudúce sa skúste na úlohu pozrieť všeobecnejšie. Uvidíte, že to uľahčí prácu nielen nám pri opravovaní, ale aj vám. No keď od tohoto spôsobu riešenia naozaj nechcete upustiť, v tom prípade si aspoň dávajte pozor na najčastejšiu chybu, ktorú ste robili v tejto úlohe, a to, aby ste naozaj rozobrali všetky možnosti, pretože to, že máte jeden správny výsledok, neznamená, že žiadne iné neexistujú.

3

opravovali **Dorka Jarošová** a **Maťo Vodička**

najkrajšie riešenia: Martin Masrna

55 riešení

Zadanie

Šachovnica mala tradičné rozmery 8×8 a na nej stál klasický jazdec. Pohyby jazdca sú dve políčka dopredu do ľubovoľného smeru a jedno políčko do strany (ako písmeno L). Ak jazdec stojí v ľavom dolnom rohu, koľko najmenej ťahov musí Leonid urobiť, aby jazdca presunul do pravého horného rohu?

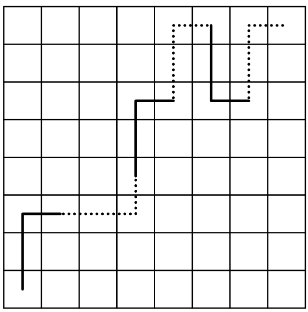
Vzorové riešenie

Nakreslíme si šachovnicu, pekne 8×8. Rohový bod vľavo dole, z ktorého začíname, je na našom obrázku označený nulou. Pokračujme v pozorovaní pozícií, na ktoré sa jazdec mohol dostať. Ako 1 si označme všetky body, na ktoré sa jazdcom z bodu 0 vieme dostať. Číslom 2 si označíme všetky body, na ktoré sa jazdcom z bodu 1 vieme dostať, atď… Prípady, kde sa použitím viacerých ťahov vrátime späť na miesto, kde sme už boli, nie je nutné zapisovať. Lebo použiť čo najmenej ťahov znamená ísť na políčko s použitím čo najmenšieho množstva ťahov.

	4		4		4		
4	3	4	3	4		4	
3	4	3	4	3	4		4
2	3	2	3	4	3	4	
3	2	3	2	3	4	3	4
2	1	4	3	2	3	4	
3	4	1	2	3	4	3	4
0	3	2	3	2	3	4	

Na tomto obrázku vidíme, že po štyroch ťahoch sme už veľmi blízko. Do cieľa sme sa ale ešte stále nedostali, a tak potrebujeme krokov viac, teda je menší počet nevyhovujúci. Na päť krokov to ale taktiež nepôjde. Najjednoduchším spôsobom ako to ukázať je predstaviť si naozajstnú čiernobielu šachovnicu. Podľa ktorej vieme povedať, že bod, z ktorého začíname, je rovnakej farby ako bod, v ktorom chceme končiť. Preto, že jazdec svoj ťah vždy začne na inej farbe ako skončí, môžeme prehlásiť, že potrebujeme párny počet ťahov.

Najbližšie väčšie párne číslo ku štyrom je 6. Aby sme ukázali, že po šiestich ťahoch sa naozaj môžeme ocitnúť na požadovanom políčku, ukážeme jeden z veľa spôsobov ako. Opravovateľov pekný a prehľadný obrázok vždy poteší. Tak teda napríklad takýto:



Komentár

Správne riešenie našiel asi naozaj každý, kto pochopil zadanie. Veľa riešiteľov však malo problém s odôvodnením, prečo to tak je, alebo prečo to na menej nejde. Za pekné riešenia ďakujeme, a prehľadné obrázky, tie sú super a väčšinou užitočné.

4

opravovali **Rišo Trembecký** a **Matúš Hlaváčik**

najkrajšie riešenia: Martin Melicher, Adam Urbán

40 riešení

Zadanie

Na veľmi dlhej rovnej trati sme dve skupinky bežcov behali z dvoch koncov. Mali sme medzi sebou pravidelné 10 metrové odstupy a všetci sme behali tou istou nemennou rýchlosťou. Ak sa nejakí dvaja bežci stretli, tak sa v okamihu otočili a obaja pokračovali tou istou rýchlosťou, ale opačným smerom. Takto sme behali, až pokým sme sa nedostali do situácie, keď oproti nám nikto nebežal. Vtedy sme dobehli na koniec trate a sledovali ostatných. Sprava nás bežalo 12 a zľava 8. Koľkí dobehli na pravý a koľkí na ľavý koniec trate? Ako by to vyzeralo, keby sprava behalo 42 a zľava 47 bežcov?

Vzorové riešenie

1. riešenie

Všimnime si, ako sa mení počet bežcov, ktorí bežia doprava, a počet tých, čo bežia doľava, keď nastane nejaká zrážka. Stretnú sa dvaja bežci. Jeden z nich beží doprava a druhý doľava. V okamihu zrážky sa obaja otočia a bežia opačným smerom, ako bežali doteraz. To znamená, že počet ľudí, ktorí bežia doprava (alebo doľava) bude stále taký istý. Preto počet bežcov, ktorí dobehnú doprava bude rovnaký ako počet bežcov, ktorí na začiatku vybehli smerom doprava (zľava), a taktiež počet bežcov, ktorí dobehnú doľava, bude rovnaký ako počet bežcov, ktorí na začiatku vybehli smerom doľava (sprava). V prvom prípade teda doprava dobehne 8 bežcov a doľava 12 a v druhom prípade dobehne doprava 47 a doľava 42 bežcov.

2. riešenie

Pozrime sa na to, čo sa deje pri zrážke dvoch bežcov (nazvime si ich A a B). Po zrážke bude A pokračovať v smere, v ktorom bežal B, a naopak B bude pokračovať v smere, v ktorom bežal A. Keďže nás nezaujíma, *kto* dobehne na konce trate, ale *koľkí* dobehnú na konce trate, tak je pre nás táto situácia rovnaká, ako keby tí dvaja bežci cez seba prebehli (napríklad ako nejakí duchovia). To znamená, že každú zrážku môžeme zanedbať a bežci iba prebehnú okolo seba. Počet bežcov, ktorí dobehnú na pravý (ľavý) koniec sa nezmení, zmení sa len *kto* dobehne, ale to nás nezaujíma. To znamená, že počet bežcov, ktorí vybehli sprava, je počet bežcov, ktorí dobehnú na ľavý koniec, a naopak. V prvom prípade, teda doprava dobehne 8 bežcov a doľava 12 a v druhom prípade dobehne doprava 47 a doľava 42 bežcov.

Komentár

Málo kto z vás túto úlohu správne vyriešil. Mnohí ste nakreslili, ako to vyzerá pri nejakom malom prípade (napr. 3 a 2) a prehlásili ste, že keď na konci sú počty bežcov naopak ako na začiatku, tak to platí vždy, ale toto nie je správny dôkaz. Iní ste si všimli, že najprv sa zrazia tí dvaja prví, potom prvý a druhý a tým sa spustí akási reťazová reakcia, až kým sa nezrazia tí na kraji, ale takmer nikto z vás nepopísal, čo sa zatiaľ stane v strede tohto chaosu. Dalo by sa to riešiť aj týmto spôsobom, ale bolo by to strašne zložité poriadne spísať.

5

opravovali **Joži Janovec** a **Matúš Stehlík**

najkrajšie riešenia: Samuel Krajči, Patrik Leinstein

39 riešení

Zadanie

Akú časť obsahu nerovnoramenného lichobežníka *KLMN* tvorí obsah trojuholníka *ABC*, kde *A* je stred základne *KL*, *B* je stred základne *MN* a *C* je stred ramena *KN*?

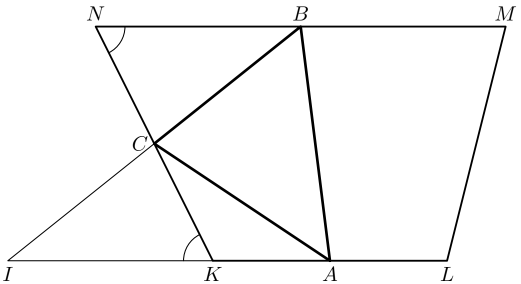
Vzorové riešenie

V riešení budeme označovať obsah útvaru ako $S_{označenie\ útvaru}$. Napríklad obsah trojuholníka *ABC* označíme S_{ABC}.

Najprv ukážeme, že *AB* delí lichobežník *KLMN* na dve časti s rovnakým obsahom. Zrejme *ALMB* aj *KABN* sú lichobežníky. Vieme, že $|KA| = |AL|$ a $|BN| = |MB|$. Využitím vzťahu na výpočet obsahu lichobežníka máme

$$S_{ABN} = \frac{(|KA| + |BN|) \cdot v}{2} = \frac{(|AL| + |MB|) \cdot v}{2} = S_{ALBM} = \frac{1}{2} S_{KLMN},$$

kde *v* je výška lichobežníka *KLMN*.



Ďalej nech bod *I* je priesečníkom priamok *KL* a *BC*. Ukážeme, že trojuholníky *CIK* a *CBN* sú zhodné podľa vety *usu*.

- Uhly *ICK* a *BCN* sú vrcholové.
- Strana *KN* je bodom *C* rozdelená na polovicu, preto *KC* a *CN* majú rovnakú dĺžku.
- Uhly *IKC* a *CNB* sú striedavé.

Teda trojuholník CIA má rovnaký obsah ako súčet obsahov trojuholníkov CBN a KAC. V našom zavedenom značení to bude $S_{CIA} = S_{CBN} + S_{KAC}$. Zo zhodnosti tiež vyplýva, že C je v strede IB. Preto AC je ťažnicou v trojuholníku IAB a ťažnica rozdeľuje trojuholník na dve obsahovo zhodné časti. Totiž strany IC a CB sú rovnako dlhé a trojuholníky CIA a ABC majú spoločnú výšku kolmú na spomínané strany. Zo vzorca na výpočet obsahu trojuholníka potom plynie $S_{ABC} = S_{CIA}$.
To už máme všetko potrebné, lebo

$$\begin{aligned} S_{ABC} &= \frac{1}{2}(S_{ABC} + S_{ABC}) = \frac{1}{2}(S_{ABC} + S_{CIA}) \\ &= \frac{1}{2}(S_{ABC} + S_{CBN} + S_{KAC}) = \frac{1}{2}S_{KABN} \\ &= \frac{1}{4}S_{KLMN}. \end{aligned}$$

Obsah trojuholníka ABC je štvrtinou obsahu lichobežníka $KLMN$.

Komentár

Úloha nebola náročná na výpočet, stačilo si uvedomiť zopár vzťahov pre obsah a hneď to išlo. Ťažšie už bolo ukázať, že niektoré dĺžky sú rovnaké – áno, nestačí to len povedať, treba to dokázať. Ideálnou zbraňou bola tentokrát zhodnosť trojuholníkov. Zaujímavé na úlohe je, že sa dá zovšeobecniť. Miesto nerovnoramenného lichobežníka môže byť $KLMN$ ľubovoľný konvexný štvoruholník a tvrdenie bude platiť. Dôkaz zovšeobecneného tvrdenia je však nad rámec tohto semináru (ak vás to zaujíma, môžete to skúsiť využitím sínusovej vety).

6 opravovali **Dáška Krasnayová**
najkrajšie riešenia: Juraj Mičko

33 riešení

Zadanie

Chceli zistiť, či dokážu medzi ľubovoľnými deviatimi po sebe nasledujúcimi prirodzenými číslami (na ich tričkách) nájsť aspoň jedno číslo na tričku jedného z nich, ktoré je s číslami na tričkách ostatných nesúdeliteľné (jeho najväčší spoločný deliteľ s každým z nich je 1). Musí byť vždy nejaké také číslo medzi deviatimi za sebou idúcimi prirodzenými číslami? Svoju odpoveď poriadne zdôvodnite. *Príklad: Medzi číslami* 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13 *je týmto číslom napríklad* 7, *pretože žiadne iné číslo nemá rovnakého deliteľa väčšieho ako* 1. *Takýmto číslom je aj* 11 *a* 13, *ale stačilo nájsť jedno. Medzi číslami* 662, 663, 664, 665, 666, 667, 668, 669, 670 *to je číslo* $667 = 23 \cdot 29$, *pretože žiadne iné z týchto čísel sa nedá deliť ani jedným z deliteľov* 667.

Vzorové riešenie

Označíme našich 9 čísel ako x až $x + 8$.
Potrebujeme zistiť, či má každé z nich spoločný deliteľ s iným číslom väčší ako 1, pretože vtedy sú súdeliteľné a úloha nebude mať riešenie.

Overíme to tak, že keď nájdeme dve čísla deliteľné rovnakým číslom do 8, škrtneme ich. O číslach od 9 vyššie zisťovať nič nebudeme, pretože vieme, že medzi deviatimi za sebou idúcimi číslami bude práve jedno deliteľné 9, ale už najviac jedno deliteľné 10 a viac. To by nám nepomohlo, lebo potrebujeme aspoň dve čísla v deviatke, aby sme ich mohli škrtnúť. Takisto nepotrebujeme zisťovať deliteľnosť 4, 6 a 8, lebo tieto možnosti už pokrývajú čísla 2 a 3. Deliteľnosť 1 neriešime, keďže tá delí všetky čísla a najväčším deliteľom hľadaného čísla s ostatnými má byť práve 1.

Zostalo nám ošetriť deliteľnosť 2, 3, 5 a 7.

Do tabuliek si píšeme •, ak je číslo deliteľné 2 alebo 3 (v našej deviatke sa týchto čísel nachádza viac, tak ich vyškrtáme). Dostaneme 6 rôznych tabuliek, podľa toho, ktoré z čísel je deliteľné 2 (respektíve 3):

	x	$x+1$	$x+2$	$x+3$	$x+4$	$x+5$	$x+6$	$x+7$	$x+8$
2	•		•		•		•		•
3	•			•			•		

	x	$x+1$	$x+2$	$x+3$	$x+4$	$x+5$	$x+6$	$x+7$	$x+8$
2	•		•		•		•		•
3		•			•			•	

	x	$x+1$	$x+2$	$x+3$	$x+4$	$x+5$	$x+6$	$x+7$	$x+8$
2	•		•		•		•		•
3			•			•			•

	x	$x+1$	$x+2$	$x+3$	$x+4$	$x+5$	$x+6$	$x+7$	$x+8$
2		•		•		•		•	
3	•			•			•		

	x	$x+1$	$x+2$	$x+3$	$x+4$	$x+5$	$x+6$	$x+7$	$x+8$
2		•		•		•		•	
3		•			•			•	

	x	$x+1$	$x+2$	$x+3$	$x+4$	$x+5$	$x+6$	$x+7$	$x+8$
2		•		•		•		•	
3			•			•			•

Všímame si čísla, ktoré ešte stále nemajú spoločný deliteľ s iným číslom v našej deviatke (všetky s • majú s iným buď spoločnú dvojku, alebo trojku).

V 1. možnosti sú to čísla $x + 1$, $x + 5$ a $x + 7$. Keďže nedávajú rovnaký zvyšok po delení 5 ani 7 (žiadne dve z nich nie sú od seba vzdialené násobok 5 alebo 7), môžeme škrtnúť maximálne dve z nich. Či už majú, alebo nemajú ďalšie číslo súdeliteľné s nimi, vždy bude tretie nedeliteľné 2, 3, 5 a 7, teda nesúdeliteľné s ostatnými z deviatky.

V 2. možnosti sú to čísla $x + 3$ a $x + 5$. Obe majú v deviatke dvojicu po delení 5 ($x + 8$ a x), teda jedno škrtneme, ale druhé nemá dvojicu po delení 7, teda bude nesúdeliteľné s ostatnými.

3. možnosť: $x + 1$, $x + 3$ a $x + 7$, nedávajú rovnaký zvyšok po delení 5 a 7, teda po škrtnutí maximálne dvoch stále jedno nesúdeliteľné s ostatnými zostane.

4. možnosť: $x + 2$, $x + 4$ a $x + 8$, nedávajú rovnaký zvyšok po delení 5 a 7, škrtneme dve a jedno zostane.

5. možnosť: x, $x + 2$, $x + 6$ a $x + 8$, nedávajú rovnaký zvyšok po delení 5 a 7, škrtneme dve a dokonca dve nesúdeliteľné zostanú.

6. možnosť: x, $x + 4$ a $x + 6$, nedávajú rovnaký zvyšok po delení 5 a 7, škrtneme dve a jedno zostane.

Ošetrili sme všetky možnosti a škrtli navzájom súdeliteľné čísla, no vždy nám zostalo jedno, prípadne dve nesúdeliteľné s ostatnými.

Komentár

Všetkým sa vám podarilo prísť k správnemu záveru, ale s odôvodnením to už bolo horšie. Mnohí z Vás iba vyskúšali pár možností, to však nestačí. Niektorí z Vás sa zamysleli viac a uvažovali o prvočíslach, o medzerách medzi nimi, to však tiež poväčšine neviedlo k správnemu výsledku. Napriek tomu som veľmi rada, že sa našlo pomerne veľa riešiteľov, ktorým sa to podarilo pekne a korektne ukázať.

Poradie po 2.sérii

PS je súčet bodov za predchádzajúce série, **1–6** sú body za jednotlivé úlohy a **CS** je celkový súčet bodov.

Poradie	Meno	Trieda	Škola	PS	1	2	3	4	5	6	PCS
1. – 2.	Martin Melicher	7. A	ZKro4KE	54	9	9	9	4	9	9	108
	Samuel Krajči	Sekunda	GAlejKE	54	9	9	9	9	9	9	108
3.	Katarína Kuľková	8. A	ZSDrienov	54	9	9	6	9	9	8	106
4. – 5.	Zoltán Hanesz	9. A	ZKuzmKE	51	9	8	9	9	9	9	104
	Lenka Kopfová	7. A	ZHradCZ	52	9	9	9	7	-	9	104
6.	Viktória Brezinová	Sekunda	GAlejKE	47	9	9	9	3	9	9	101
7.	Martin Masrna	8. A	ZKro4KE	44	9	9	9	9	9	9	98
8.	Jakub Genči	9. A	ZKro4KE	42	9	9	9	3	9	9	90

Poradie	Meno	Trieda	Škola	PS	1	2	3	4	5	6	PCS
9.	Martin Mičko	Sekunda	GAlejKE	43	9	4	9	7	8	4	89
10.	Martin Mihálik	Sekunda	GAlejKE	48	6	9	3	4	9	-	88
11.	Juraj Mičko	9. A	ZKro4KE	48	9	4	9	4	9	4	87
12.	Kristína Bratková	8. A	ZKe30KE	42	9	9	9	4	-	8	85
13.	Adam Urbán	9. A	ZKuzmKE	37	5	9	5	9	9	9	83
14.	Tereza Rudzanová	Sekunda	GAlejKE	40	9	9	9	3	2	3	82
15.	Lívia Knapčoková	Sekunda	GAlejKE	41	9	9	3	2	7	-	80
16.	Matej Genči	8. A	ZKro4KE	36	9	9	3	4	8	9	79
17. – 18.	Miroslava Baranová	9. A	ZSpisTE	34	6	9	8	2	8	9	76
	Samuel Chaba	Sekunda	GAlejKE	41	9	6	6	2	3	2	76
19.	Martin Števko	Sekunda	GAlejKE	33	9	9	3	2	9	-	74
20. – 22.	Vladimír Durňák	Sekunda	GAlejKE	35	9	6	3	4	6	-	72
	Matej Hanus	6. A	ZKro4KE	48	9	6	-	-	-	-	72
	Tomáš Miškov	Sekunda B	GTr12KE	33	6	9	8	-	3	4	72
23.	Natália Česánková	8. A	ZHvieLY	35	9	9	4	1	7	3	70
24.	Martin Šalagovič	Sekunda	GAlejKE	41	9	2	-	2	3	3	69
25. – 26.	Marek Koman	Tercia A	GAlejKE	48	0	7	2	9	1	-	67
	Filip Csonka	Sekunda	GAlejKE	33	6	5	7	2	3	6	67
27. – 28.	Kristína Kurucová	7. A	ZKomeSB	34	6	9	1	4	2	2	66
	Radomír Miščík	7. A	ZKro4KE	33	9	9	3	3	-	-	66
29.	Veronika Schmidtová	9. A	ZKro4KE	30	9	9	8	-	9	-	65
30. – 31.	Milena Kaprálová	Sekunda	GKomeLY	31	5	4	2	2	9	2	62
	Tomáš Tóth	8. A	ZKro4KE	25	9	9	7	4	4	3	62
32.	Jonáš Suvák	7. C	ZŠmerPO	26	0	9	8	4	1	3	60
33.	Patrik Leinstein	7. A	ZStarKE	32	-	9	2	-	5	-	57
34.	Matúš Janok	Sekunda	GKomeTV	26	1	2	3	3	9	3	55
35.	Denis Nevelöš	8. A	ZZeliKE	23	9	5	9	5	1	-	53
36. – 37.	Rastislav Špakovský	8. B	ZTomKe	23	6	9	8	0	-	1	47
	Tomáš Mihálik	7. A	ZKro4KE	27	0	9	2	-	-	-	47
38.	Nikola Svetozarov	8. B	ZKro4KE	20	-	9	9	-	2	4	44
39.	Lucia Hlaváčiková	8. A	ZGemeKE	22	6	2	4	2	3	-	41
40. – 41.	Marek Németh	9. A	ZSpisTE	13	2	5	8	2	4	4	38
	Jakub Mach	9. A	ZKro4KE	38	-	-	-	-	-	-	38
42.	Šimon Juhás	7. A	ZKro4KE	16	7	2	1	-	-	2	35
43. – 44.	Adam Kalivoda	8. A	ZKro4KE	12	9	1	2	4	5	-	34
	Martin Šavel	9. A	ZSpisTE	14	4	9	2	2	3	-	34
45. – 46.	Peter Čulen	8. A	ZKro4KE	24	-	3	3	2	-	-	32
	Kamil Fedič	8. C	ZHrnčHÉ	32	-	-	-	-	-	-	32
47. – 49.	Katarína Piptová	8. B	ZTomKe	14	8	2	2	2	-	-	28
	Matúš Ferenčuha	7. A	ZKro4KE	20	3	2	-	-	-	-	28
	Tereza Straková	7. C	ZBajkPO	28	-	-	-	-	-	-	28
50. – 51.	Veronika Nováková	7. B	ZHlinŽA	25	-	-	-	-	-	-	25
	Jakub Kučerák	7. A	ZKro4KE	5	9	0	2	-	-	-	25
52. – 53.	Kamil Krajč	Tercia	GTr12KE	14	6	2	2	-	-	-	24

Poradie	Meno	Trieda	Škola	PS	1	2	3	4	5	6	PCS
	Marek Lukáč	7. A	ZKro4KE	8	6	2	2	-	-	-	24
54. – 55.	Damián Ondro	7.	ZŠTižina	23	-	-	-	-	-	-	23
	Samuel Ivan	7. B	ZŠmerPO	13	0	1	2	2	1	2	23
56.	Peter Mann	Sekunda	GKomeTV	22	-	-	-	-	-	-	22
57.	Jaroslava Proftová	8. A	ZŠLikavka	20	-	-	-	-	-	-	20
58.	Veronika Mušinská	8. B	ZKro4KE	8	7	2	2	-	-	-	19
59.	Juraj Jursa	Tercia B	GAlejKE	0	6	2	3	1	1	5	18
60. – 61.	Matej Dubinský	8. A	ZKro4KE	10	-	4	3	-	-	-	17
	Roxana Rajtáková	8. A	ZKro4KE	15	-	-	2	-	-	-	17
62.	Katarína Gedrová	Sekunda	GKomeTV	15	-	-	-	-	-	-	15
63. – 65.	Martin Muzelák	8. A	ZStanKE	13	-	-	-	-	-	-	13
	Dávid Stripaj	7. A	ZKro4KE	9	-	-	2	-	-	-	13
	Max Õrhalmi	Tercia A	GAlejKE	13	-	-	-	-	-	-	13
66. – 67.	Miriam Marčišinová	7. A	ZStarKE	12	-	-	-	-	-	-	12
	Magdaléna Heveriová	7. B	ZStanKE	12	-	-	-	-	-	-	12
68. – 70.	Samuel Oswald	9. A	ZKro4KE	11	-	-	-	-	-	-	11
	Ivana Topitkalová	8. B	ZTomKe	7	0	1	2	-	-	1	11
	Lívia Sokolová	Tercia	GTr12KE	11	-	-	-	-	-	-	11
71.	Juraj Danech	7.	ZŠTižina	10	-	-	-	-	-	-	10
72. – 73.	Maximilián Goleňa	8. A	ZStanKE	8	-	-	-	-	-	-	8
	Tomáš Molnár	9. A	ZHvieLY	8	-	-	-	-	-	-	8
74.	Michal Dolník	8. A	ZMaurKE	7	-	-	-	-	-	-	7
75. – 77.	Juraj Slivka	8. B	ZTomKe	0	0	2	2	-	-	1	5
	Gabriela Laurenčíková	8. A	ZMaurKE	5	-	-	-	-	-	-	5
	Zuzana Mladšíková	8. A	ZMaurKE	5	-	-	-	-	-	-	5
78. – 79.	Filip Matiščík	8. B	ZNejeSN	3	-	-	-	-	-	-	3
	Michal Lukáč	8. A	ZKro4KE	3	-	-	-	-	-	-	3
80.	Lenka Zajacová	8. A	ZMaurKE	2	-	-	-	-	-	-	2
81. – 82.	Sofia Komlošová	8. B	ZKro4KE	1	-	-	-	-	-	-	1
	Bohuš Staško	8. A	ZKro4KE	0	-	-	1	-	0	-	1
83. – 87.	Laura Bodyová	8. B	ZKro4KE	0	-	-	-	-	-	-	0
	Natália Tóthová	8. B	ZKro4KE	0	-	-	-	-	-	-	0
	Martin Zdravecký	8. A	ZKro4KE	0	-	-	-	-	-	-	0
	Jakub Ivanecký	8. A	ZKro4KE	0	-	0	0	-	-	-	0
	Alexandra Fabianová	8. A	ZKro4KE	0	-	-	-	-	-	-	0

Za podporu a spoluprácu ďakujeme:

Korešpondenčný matematický seminár **MATIK**
Číslo 3 • Zimná časť 26. ročníka (2012/13) • Vychádza 13. decembra 2012
Internet: `http://matik.strom.sk` • E-mail: `matik@strom.sk`

Vydáva: Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice 1
Internet: `http://www.strom.sk` • E-mail: `zdruzenie@strom.sk`