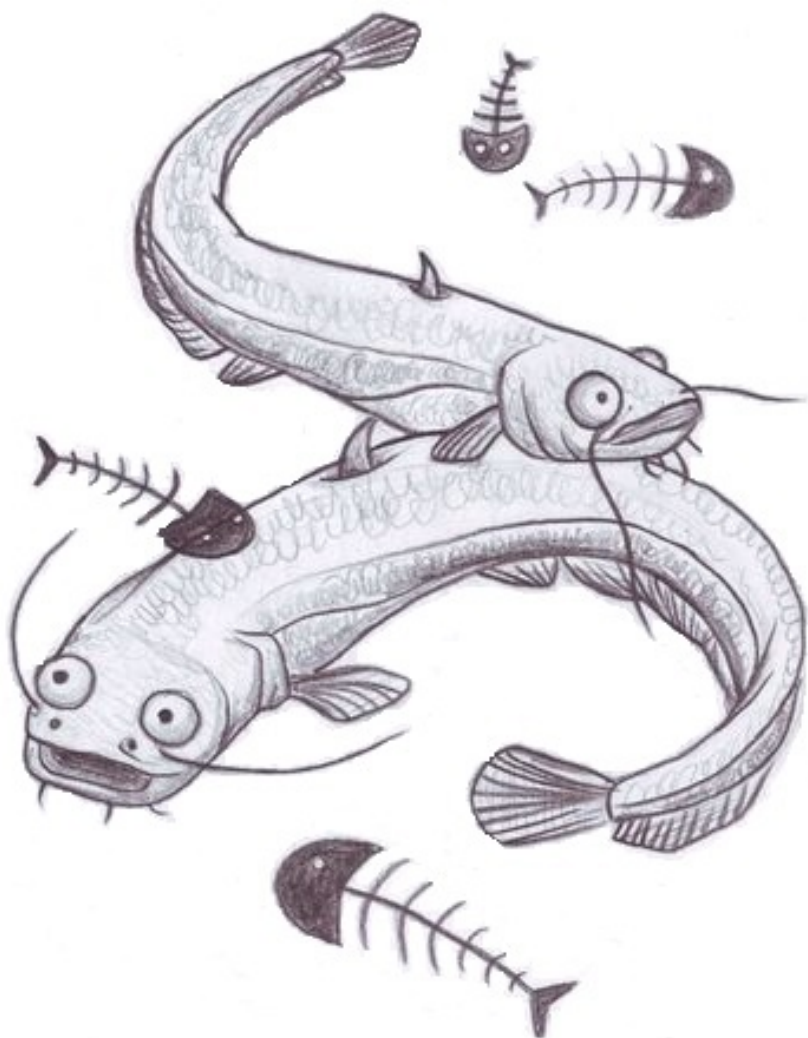


# MATIK

ČÍSLO 1 — ROČNÍK 25

INTERNET <http://matik.strom.sk>



## Čaute decká!

Máme za sebou dlhé a krásne prázdniny plné zážitkov, no do rúk sa vám teraz dostáva nový časopis *MATIKa*, na ktorý ste sa už určite všetci tešili. Pripravili sme pre vás jednu zmenu v zadaniach. V tomto časopise nájdete všetkých 12 úloh zimného semestra. Prvých šesť treba poslať do prvého termínu a ďalších šesť do druhého. Na konci bude najlepších z vás opäť čakať sústredenie, z ktorého si odnesiete mnoho skvelých zážitkov. Tak hor sa do riešenia a dúfame, že bude veľa 9-bodových riešení, ktoré vás pošlú na sústredenie.

## O nás

Seminár *MATIK*, organizovaný Združením STROM, je korešpondenčná matematická súťaž určená žiakom siedmeho až deviatego ročníka základných škôl resp. sekundy až kvarty osemročných gymnázií. Každý školský rok čakajú na riešiteľov dva semestre, v ktorých dostanú zadania dvoch sérií príkladov. Tí najlepší potom zažijú 6-dňové sústredenie plné matematiky, ale aj zábavy. Sústredenia na konci semestrov majú byť pre deti odmenou a zároveň motiváciou pokračovať v riešení matematických seminárov.

Seminár je organizovaný prevažne študentmi stredných a vysokých škôl, ktorí majú záujem o matematiku. Samotná korešpondenčná časť je v priebehu roka dopĺňovaná rôznymi akciami. Každoročne organizujeme matematickú jednodňovú súťaž pre štvorčlenné družstvá – Lomihlav, ale aj zábavné hry, výlety alebo športové stretnutia. Naším cieľom je ukázať deťom krásu matematiky, niekedy aj netradičným a hravým spôsobom. Preto dúfame, že náš seminár a s ním spojené akcie si nájdu svojich stálych nadšencov v radoch žiakov, ale aj podporovateľov v radoch učiteľov.

Organizátori *MATIKa*

## Pravidlá súťaže

**Priebeh.** Korešpondenčný matematický seminár *MATIK* je súťaž pre žiakov siedmeho až deviatego ročníka základných škôl, resp. sekundy až kvarty osemročných gymnázií. Zapojiť sa môžu aj mladší (im však odporúčame seminár Malynár – viac o ňom sa dozviete na stránke [malynar.strom.sk](http://malynar.strom.sk)). *MATIK* prebieha korešpondenčnou formou – počas zimnej časti dostaneš dve série po 6 úloh, ktoré vyjdú naraz v septembri. Riešenia tých úloh, ktoré sa ti podarí vyriešiť, alebo prídeš aspoň na časť riešenia, pošli do uvedeného termínu na našu adresu. My ich opravíme, obodujeme a zostavíme poradie všetkých riešiteľov. Opravené riešenia úloh spolu s ďalším číslom časopisu, v ktorom nájdeš správne riešenia a poradie, dostaneš do školy. A ak sa budeš snažiť a skončíš medzi najlepšími, môžeš sa tešiť na 6-dňové sústredenie v peknom prostredí nabité zaujímavým programom,

športom, hrami, matikou a skvelými kamarátmi. Sústreďenie je určené pre členov minimálne prvých troch družstiev súťaže Lomihlav a riešiteľov seminára *MATIK*, ktorí sa v konečnom poradí umiestnili do dvadsiateho miesta.

**Bodovanie.** Za správne vyriešenú úlohu získaš 9 bodov, za čiastočne správne alebo neúplné riešenie primerane menej. Do celkového poradia sa započítavajú body za:

**deviataci, kvarta:** všetky vyriešené úlohy

**ôsmaci, tercia:** päť najlepšie vyriešených úloh plus minimum z týchto piatich úloh

**siedmaci, sekunda:** päť najlepšie vyriešených úloh plus maximum z týchto piatich úloh  
Primáni, šiestaci a mladší budú hodnotení rovnako ako siedmaci.

**Príklad.** Traja bratia, deviatok Vlado, ôsmak Jaro a siedmak Marcel, vyriešili všetky úlohy úplne rovnako (zhodou náhod, že) – za 3, 2, 4, 1, 5 a 4 body. Vlado potom získal  $3 + 2 + 4 + 1 + 5 + 4 = 19$  bodov, Jaro  $(3 + \underline{2} + 4 + 5 + 4) + 2 = 20$  bodov a Marcel  $(3 + 2 + 4 + \underline{5} + 4) + 5 = 23$  bodov. Jasně, nie?

**Ako písať riešenie?** Úlohy rieš samostatne, neodpisuj ani nikomu nedávaj odpisovať, pretože za to budeme strhávať body. Výsledok úlohy, aj keď je správny, nestačí. Tvoje písomné riešenie musí obsahovať podrobný **myšlienkový postup** – vysvetlenie, ako si pri riešení úlohy postupoval. Riešenie každej úlohy píš na samostatný papier formátu A4, ak je na viacerých listoch, zopni ich. Texty zadání odpisovať nemusíš. Každé riešenie musí mať v hlavičke Tvoje meno, triedu, školu a číslo úlohy. Riešenia posielaj na adresu:

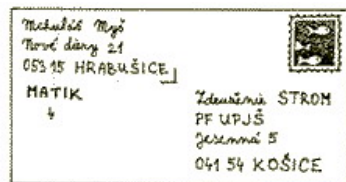
**Združenie STROM, PF UPJŠ Jesenná 5, 041 54 Košice.**

Pod odosielateľa uveď výrazne „MATIK.“ K prvým riešeniam nezabudni pridať **vyplnenú prihlášku** (alebo jej kópiu). Obálka s riešeniami je niekedy ťažšia, preto sa nečuduj, keď budeš musieť na pošte platiť viac.

Tento rok nám pribudla novinka, možnosť posielat' riešenia mailom. Môžeš ich posielat' na adresu [riesenia@strom.sk](mailto:riesenia@strom.sk), pričom do predmetu správy uveď *MATIK*. Všetky riešenia môžeš poslať v jednej správe do dňa termínu série do 20:00. Preferovaný formát príloh je PDF. Dbaj na presné **dodržanie termínu** odoslania, či už budeš riešenia posielat' poštou alebo mailom.



Riešenie



Obálka

**A ináč . . .** Ak sa chceš dozvedieť niečo o seminároch pre mladších alebo starších ako *MATIK*, máš nejasnosti v zadaniach, opravených riešeniach, alebo ťa zaujíma niečo iné, neboj sa opýtať na našej adrese. Budeme radi, keď nám pošleš vlastný príspevok do časopisu, alebo napíšeš len tak, ako sa ti páči *MATIK*. Papierovú poštu pre nás nezabudni vždy označiť heslom „*MATIK*,“ maily nám môžeš posielat' na adresu [matik@strom.sk](mailto:matik@strom.sk).

## *matik.strom.sk*

Tak to je naša webová stránka. Nájdeš na nej skoro všetko, aj to, čo by si možno ani nečakal. Dozvieš sa informácie o *MATIK*u, najnovšie novinky, uvidíš zadania ešte skôr, ako ti prídu do školy, alebo domov. Na našom fóre si môžeš popísať s kamarátmi zo sústredení, s ktorými sa bežne nestretávaš. Okrem toho na stránke nájdeš aktuálne poradie, ale aj staršie čísla *MATIK*a, fotky zo sústredení, informácie o súťaži Lomihlav a o výletoch. Tak neváhaj a skoč na našu stránku. Tešíme sa na tvoj príspevok na fóre . . .

## *Ako bolo na sústredení*

Minulé letné sústredenie *MATIK*a sa konalo v Mníchovskom potoku predposledný júnový týždeň. Všetci sme sa stali farmármi. Každý deň sme sa podrobili nečakanej inšpekcii, ktorá nás vytrhla zo spánku. Problémy nám robili aj zničené kuríny a utekajúce kury, tak sme museli postaviť nový kurín a vyslali sme skupinu farmárov, aby doniesli živú kuru. Ako všetci vieme, farmár stále hľadá ženu, a tak sme si aj my nejakú našli. Neskôr sme zistili, že inšpekcie a pliahy na naše farmy posielal Bill, ktorý chcel cez naše farmy postaviť železnicu. Tieto plány sa nám podarilo prekaziť a posledný deň sme Billovi všetko vrátili.

Popritom sme si užili kopec matického programu. Doobeda prednášky na netradičné témy, večer semináre podľa vlastného výberu a pomedzi to veľa súťaží. Nechýbali ani športy, skvelé hry a večery pri gitare, takže si celý týždeň bolo z čoho vyberať.

## *Lomihlav*

Aj tento rok na vás v novembri čaká Lomihlav. Je to súťaž štvorčlenných družstiev žiakov siedmeho až deviateho ročníka alebo sekundy až kvarty, reprezentujúcich svoju školu. Ich úlohou je čo najlepšie vyriešiť 20 matematických úloh, 5 hlavolamov a 5 hádaniek. Tejto súťaže sa pravidelne zúčastňuje vyše stovka žiakov zo základných škôl, najmä z východného Slovenska. Majú šancu sa niečo nové naučiť, porovnať svoje sily s ostatnými a stretnúť kamarátov so záľubou v matematike. Tohto roku sa bude Lomihlav konať v piatok, 25.11.2011 v CVČ DOMINO na Popradskej 86 v Košiciach. Bližšie informácie o súťaži a jej predchádzajúcich ročníkoch môžete nájsť na [matik.strom.sk/lomihlav.php](http://matik.strom.sk/lomihlav.php).

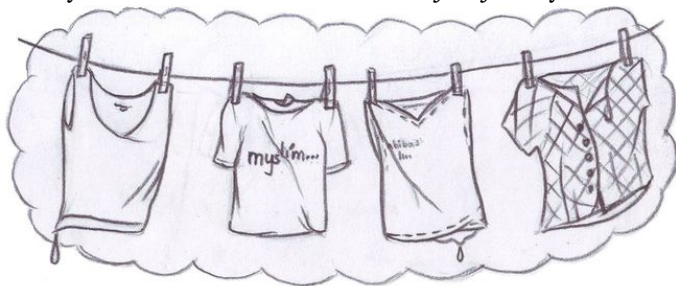
## Výlet

Ak máte chuť stretnúť sa so svojimi skvelými vedúcimi či starými alebo novými spoluúčastníkmi, tak určite nesmiete zmeškať výlet. Vyberieme sa naňho 24.9.2011. Stretne sa vo vestibule železničnej stanice o 7:45. Pôjdeme vlakom o 8:07 do Margecian. Cieľom našej cesty bude vrch Dúbrava a lyžiarske stredisko Plejsy. Výlet zakončíme v Krompachoch, odkiaľ sa vrátíme do Košíc vlakom alebo autobusom. So sebou si vezmite pevnú obuv, jedlo, pitie, nepremokavé oblečenie, kopec energie a dobrej nálady. Môžete sa tešiť na skutočne prekvapivý dej a skvelú novú hru, ktorú ste ešte určite nikde nikdy nevideli a možno už ani nikdy neuvidíte. Tešíme sa na vás a dúfame, že prídete v hojnom počte.

## Zadania 1. série úloh

Riešenia pošlite najneskôr **17. októbra 2011**

Boli to presne tri roky a dvadsaťpäť dní, čo sa Tóno prvýkrát vyplavil na tento prekliaty ostrov. Odvtedy sa nevyplavil nik iný, okrem jednej polomrtvej kosatky a dvoch statných sumcov. Dnes tak sedel na veľkom balvane pri vode a spomínal na svoju búrlivú modelingovú minulosť. Väčšina z predošlého života mu nechýbala, ale pri pomyslení na svojich 40 krásnych tričiek, ktoré už nikdy neuvidí, mu pukalo srdce. Dlhé večery vedel stráviť riešením nasledujúcej úlohy.



**Úloha 1.** Máme 40 tričiek. Rozdeľte ich na 4 kôpky tak, aby boli splnené nasledovné podmienky:

- V každej kôpke musí byť iný počet tričiek.
- V žiadnej kôpke nesmie byť rovnaký alebo väčší počet tričiek ako v dvoch iných kôpkach spolu.
- V prvej kôpke musí byť o sedem tričiek viac ako v druhej kôpke.
- V tretej kôpke musí byť o tri tričky viac ako vo štvartej.
- Rozdiely počtov tričiek medzi všetkými dvojicami kôpok musia byť rôzne.

Nájdite všetky možnosti.

Dnešný deň sa Tóno rozhodol venovať stavaniu príbytku. Jeho jaskyňa bola síce útulná, ale ťahalo mu v nej na kríž. Začal tým, že našiel v lese dosky a pri rieke pohodené klnice. Po desiatich hodinách, keď si konečne vybral, kde jeho domček bude stáť a aké kvietky si zasadí v záhrade, začal zháňať pomocníkov na stavbu plotu. Ako to už na opustených ostrovoch býva, žiadneho nezohnal. Išiel teda poprosiť sumcov Billa a Džoua, či by mu s tým nepomohli.

**Úloha 2.** *Tóno, Džou a Bill maľujú plot. Plot bude natretý, keď Tóno a Džou budú pracovať 4 hodiny a Bill 2 hodiny, alebo ak Tóno a Džou budú pracovať 2 hodiny a Bill 5 hodín, alebo ak Tóno bude pracovať 6 hodín, Džou 2 hodiny a Bill 1 hodinu. Ako dlho by trvalo každému z nich, keby mal plot natierať úplne sám?*

Keďže sumce sú len ryby a nerozumejú ľudskej reči, nepomohli mu. Išiel si preto trochu poplakat' k modrej lagúne. Niekedy bol život na ostrove naozaj ťažký. Hlavným problémom bol nedostatok poriadneho jedla. Kokosy mu už liezli hore krkom a banány sa tiež nedajú jesť 24 hodín denne 7 dní v týždni. Veľmi rád spomínal na časy strávené v kaviarni U mokrého lososa, kam si po nočnej šichte na môle zvykol odskočiť so svojimi kamošmi modelmi. Tam mohol jesť okrem banánov a kokosov aj lososa. Ten mu tu na ostrove chýbal, ale nikdy sa nenaučil, ako takého lososa uloviť.

**Úloha 3.** *V kaviarni U mokrého lososa sedávalo 12 modelov. Do kaviarne prichádzali postupne po jednom. Vždy, keď niektorý z nich prišiel, podal ruku všetkým pri svojom stole. Nájdite všetky možnosti koľko tam mohlo byť stolov a koľko modelov sedelo pri každom z nich, ak si dokopy podali ruky 19-krát? (Od stolov odišli všetci naraz až po týchto podaniach rúk.)*

Ako si tak čľapkpal nohy v lagúne, uvažoval nad tým, prečo mu ešte doteraz nikto neprišiel na pomoc. Na nič neprišiel a preto začal uvažovať nad zmyslom života. Ani toto mu veľmi nešlo, tak sa chvíľu rozhodol nerozmyšľať vôbec. Toto mu šlo veľmi dobre. V modrej lagúne žije korytnačka Elenka.

**Úloha 4.** *Pancier Elenky je lichobežník ABCD taký, že  $AB \parallel CD$  a  $|AB| > |CD|$ . Zdôvodnite prečo je súčet vnútorných uhlov pri základni CD väčší ako súčet vnútorných uhlov pri základni AB.*

Tóno sa už mnohokrát pokúšal dostať preč z ostrova, ale podarilo sa mu to len raz. Zabudol si však vtedy tričko, a tak sa musel vrátiť naspäť. Osamelosť ho už prestávala baviť, tak sa rozhodol, že prišiel čas na nový pokus. Plný elánu sa vybral do svojej jaskyne a pospevujúc si začal baliť svoj kufrík z krokodílej kože. Zbalil si dve tričká, tri kokosy, zubnú kefku, kameň a sušené veľrybie mäso (tisíc). V kufríku už bolo miesto len na jedného sumca, tak si musel vybrať. Rozhodol sa Billovi a Džouovi dať úlohu, aby sa ukázalo, ktorý z nich je šikovnejší.



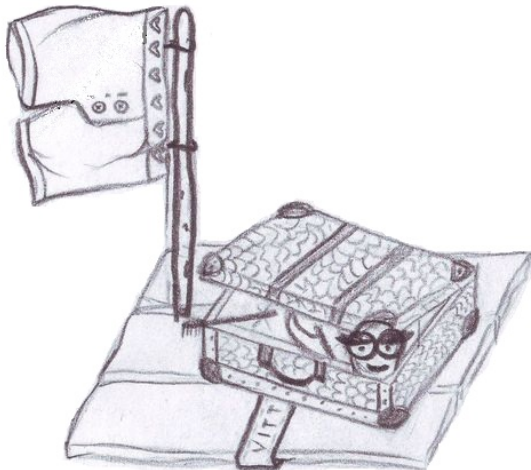
**Úloha 5.** Máme 111 sumčiekov. Sumček môže byť pod vodou alebo nad vodou. V jednom ťahu môžeme zmeniť polohu **presne** 13 spomedzi nich (napríklad vynoríme 9 ponorených sumčiekov a ponoríme 4 vynorených sumčiekov).

- Koľko najmenej ťahov je potrebných na ponorenie všetkých sumčiekov, ak na začiatku sú všetci sumčekovia nad vodou?
- Na začiatku je niekoľko sumčiekov nad vodou a ostatní sú pod vodou (neviete, koľko presne). Dajú sa vždy ponoriť všetci sumčekovia?

Bill a Džou sú len ryby, a preto neriešia matematické úlohy. Okrem iného ešte stále nerozumejú ľudskej reči. Preto sa Tóno rozhodol zobrať si korytnačku Elenku. Potom sa pustil do stavby jachty. Medzi najväčšie prednosti jeho jachty patrilo, že sa na nej dalo plávať, a že bola modrá, takže piráti mali problém ju rozpoznať na mori. Medzi najväčšie nevýhody jeho jachty patrilo, že to boli len tri dosky natreté na modro, obviazané opaskom Louis Vuitton. Potreboval ešte zohnať ideálnu plachtu. Ideálna plachta je taká, že vydrží aj námornú vojnu.

**Úloha 6.** Na hracom pláne  $10 \times 10$  sa hráva hra s názvom námorná vojna. Na nej je umiestnená štvorpolíčková loď  $4 \times 1$  tak, aby zakryla presne 4 políčka plánu. Jedným výstrelom vždy zasiahneme práve jedno vybrané políčko. Loď je trafená práve vtedy, keď je výstrelom zasiahnuté aspoň jedno z políčok, ktoré zakrýva. Aký najmenší počet výstrelov treba na to, aby bola loď určite trafená, aj keď jej polohu nepoznáme? (Ukážite, akým spôsobom majú byť rozložené výstrely a zdôvodnite, že pri menšom počte výstrelov sa dá loď vždy umiestniť tak, aby nebola zasiahnutá.)

Predtým, ako sa vybrali na cestu sa u kňaza kormorána, ktorý za nimi prišiel až z Las Vegas, zobrali...

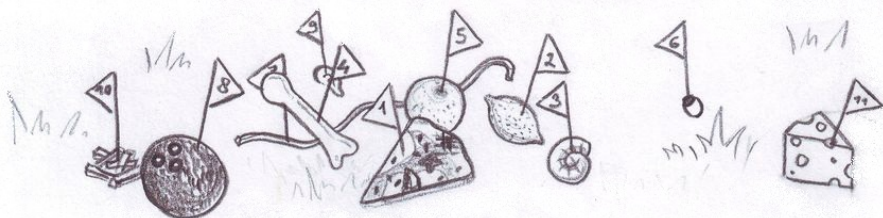




## Zadania 2. série úloh

Úlohy pošlite najneskôr **21. novembra 2011**

Ku každému novomanželskému páriku patria medové týždne, preto sa Tóno s Elenkou rozhodli, že si také spravia. Aj keď tá ich jachta nebola celkom ideálna, predstava o romantickej plavbe po mori sa im veľmi páčila. Ak chceli vyplávať na dlhší čas, potrebovali si z celkom zrejmych dôvodov spraviť nejaké zásoby. Tak sa teda Elenka, ako správna žena v domácnosti, pokúsila nazbierať a uloviť čo najviac jedla. Tóno zatiaľ vymyslel spôsob, akým jedlo spravodlivo rozdeliť.



**Úloha 1.** Kusov jedla bolo nakoniec presne 100. Tóno očísloval kusy jedla postupne číslami 1 až 100 a potom sa ich snažil rozdeliť na 2 časti – jedna preňho a druhá pre jeho milovanú – tak, aby sa rozdiel žiadnych dvoch čísel z jednej skupiny nenachádzal v tej istej skupine. Vie jedlo takto rozdeliť?

Síce mali hrbu jedla, no bola im dosť nanič, lebo akosi pozabudli na vodu a s ňou spojený pitný režim. Aj chuderka Elenka schytala netypickú čel'ad' hydrátky, a tak bez vody nevedela prežiť viac ako 4,7 dňa. Po štyroch dňoch jej z toho tepla a nepitia začalo kvalitne hrabať a po rozume jej chodili podivné veci. Predstavovala si napríklad, ako jej prestížna modelingová spoločnosť ponúkla nafotiť book, ako hrá frisbee s hatériami, ako trhá Tónovi chlpy na nohe pinzetou. . . Naposledy sa jej snívalo o makrelách.

**Úloha 2.** Makrely mali na brušku napísané prirodzené čísla. Makrela je šťastná práve vtedy, keď je ciferný súčet čísla na jej brušku deliteľný siedmimi. Môžu existovať dve šťastné makrely, ktoré majú na brušku napísané po sebe idúce čísla? Aké najmenšie čísla by mohli takéto dve makrely mať?

Keď už Elenke ostávalo iba pár hodín života, z čistého zúfalstva sa opýtala Tóna: „Hej, Tóno, zobrať si ten maskáčový kufor?“ „Maskáčový kufor? Hm, myslím, že hej, prečo?“ „Mali by tam byť moje silonky. . .“ „Načo sú ti doparoma silonky v 40-stuňových horúčavách?!“ Tóno sa už vážne začal obávať o jej život. No Elenku ani v najťažších chvíľach neopustila chuť do života, a tak vymyslela, ako ten svoj spolu s Tónovým zachrániť. Vyrezala zo silonky veľký kus a sprava-





vila z neho sitko, cez ktoré potom prefiltrovala morskú vodu. „Sme zachránení! Ty si jaká čaja (super žena, pozn. red.),“ radoval sa Tóno.

Tento spôsob sa im osvedčil asi 4 dni, kým sa nestala strašná nehoda – v silonke sa vytvorila diera!

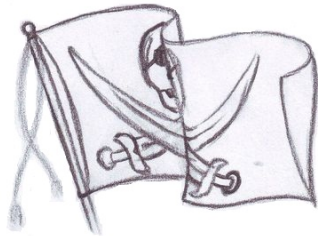
**Úloha 3.** *Diera mala tvar pravidelného 9-uholníka ABCDEFGHI. Elenka však rátala so všetkým a vzala si so sebou krátku nit'. Na to, aby sa Elenke podarilo zašit' dieru, potrebovala vedieť, aký uhol zvierajú priamky DG a BE. Vypočítajte veľkosť tohto uhla.*

Po dlhej a pokojnej plavbe sa na pravé poludnie objavila obrovitánska pirátska loď. Piráti to boli úplne typickí – veľkí, smradľaví, hlúpi a hlavne majetkuchtiví. Zatúžili po ich bohatstve a začali sa im takto vyhrážať:

**Úloha 4.** *„Rozpílime tú vašu drevenú kraksňu v tvare kocky s hranou dlhou 4 metre na 64 kociek s hranou dlhou 1 meter.“ Bez zmeny polohy rozpílených častí to vedia urobiť deviatimi rezmi. Koľko najmenej rezov by potrebovali piráti, ak by neboli hlúpi a prepílené časti by premiestňovali? Prečo to na menej rezov nevie urobiť nikto?*

„Oou!“ – pomyslel si Tóno a rýchlo začal hútať nad spôsobom úniku. Nevedel však vymyslieť nič praktickejšie, ako uzavrieť s pirátmi stávkku. Povedal im:

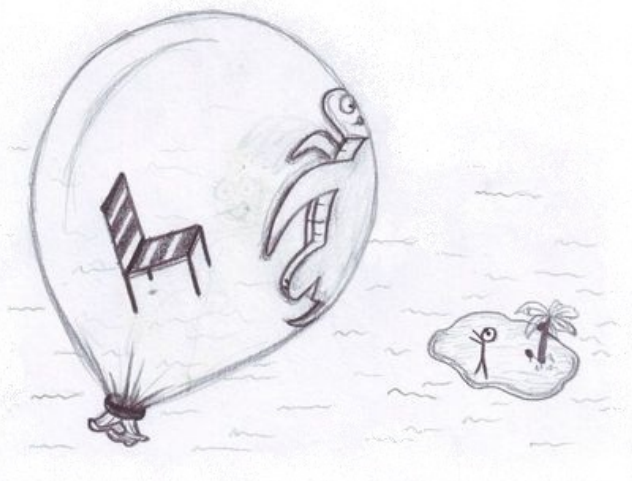
**Úloha 5.** *„Stavím sa s vami o celú moju loď a môj holý život, že ak na tabuľu napíšeme čísla 1, 2, 3, ..., 2012 a 2011-krát nahradíme dve čísla z tabule ich rozdielom, ostane jediné číslo, ktoré bude párne.“ Ukážte, prečo mal Tóno pravdu. Aké najväčšie číslo vieme takto na konci dostať?*



Pirátovm toto zadanie odradilo a Tóno pokračoval ďalej v pokojnej plavbe. Vtáčiky im spievali, ryby v mori sa radostne hrali a naši hrdinovia sa pokojne dostali až na pevninu. „Je tu nádherne,“ povedala Elenka a zaujato sa zadívala na trojuholníkový obrazec na stene.

**Úloha 6.** *Veľkosti vnútorných uhlov trojuholníka ABC sú v pomere 1 : 2 : 3 a najkratšia strana BC má dĺžku 1 cm. V akom pomere delí najdlhšiu stranu AB päta výšky z vrcholu C?*

Po tomto zamyslení Elenka nastúpila do balónu, odletela späť na ostrov a Tóno ostal opäť sám. . .



Za podporu a spoluprácu ďakujeme:



AGENTÚRA  
NA PODPORU  
VÝSKUMU A VÝVOJA



Korešpondenčný matematický seminár **MATIK**

Číslo 1 • Zimná časť 25. ročníka (2011/12) • Vychádza 12. septembra 2011

Internet: <http://matik.strom.sk> • E-mail: [matik@strom.sk](mailto:matik@strom.sk)

**Vydáva:** Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice 1

Internet: <http://www.strom.sk> • E-mail: [zdruzenie@strom.sk](mailto:zdruzenie@strom.sk)