KOREŠPONDENČNÝ MATEMATICKÝ SEMINÁR

MATIK

ČÍSLO **2** — ROČNÍK **24** INTERNET http://matik.strom.sk

Ahojte!

Tak a je tu znovu čas,
aby prišiel *MATIK* náš.
Nad novými príkladmi,
tešíme sa spolu s Vami.
Na výlete bol tam zas,
ako inak, skvelý zraz.
Kto nebol, nech ľutuje,
tam - doma sa sťažuje.
A čo ešte dodať k tomu?
možno ešte jednu slohu,
o tom, že sa tešíme,
na príklady riešené.

Váš *MATIK*

Ako bolo...

Výlet Prvú októbrovú sobotu sme sa skoro ráno všetci stretli na autobusovej stanici, kde na našich účastníkov už čakali dvaja čudne oblečení vedúci. Odtiaľ sme sa vybrali do malebnej dedinky Radatice, kde sa začal výlet spojený s hrou. Účastníci sa dozvedeli, že niekde v blízkosti sa otvoril portál do starovekého Grécka, ku ktorému by sa mali dostať. Najprv sa rozdelili a potom portálom prešli, no pri prechode sa ich veky zmenili. V Grécku začali chodiť do školy, škôlky alebo univerzity tretieho veku.

Pokojné Grécko narušil príchod Rimanov, ktorých bolo treba poraziť. Preto všetci začali poctivo trénovať. Tréning bol testom ich fyzickej odolnosti, psychickej vyspelosti, no aj sily ich žalúdkov. Všetci sa vytrénovali na maximálnu úroveň, získali niekoľko cenných informácií a išli hrdo do boja, až nakoniec došli do cieľovej stanice, ktorou bol Kysak. Dúfame, že sme Vás dostatočne navnadili na ďalší výlet, pretože opäť nebudete ľutovať a dúfame, že sa zase stretneme v rovnako hojnom počte.

Ako bude

Lomihlav Samozrejme, aj tento rok sme pre Vás pripravili Lomihlav. Je to súťaž štvorčlenných družstiev žiakov 7.-9. ročníka alebo sekundy až kvarty, reprezentujúcich svoju školu. Ich úlohou je čo najlepšie vyriešiť 20 matematických úloh, 5 hlavolamov a 5 hádaniek. Tejto súťaže sa pravidelne zúčastňuje vyše stovka žiakov zo základných škôl, najmä z východného Slovenska. Majú šancu sa niečo nové naučiť, porovnať svoje sily s ostatnými a stretnúť kamarátov so záľubou v matematike. Tohto roku sa bude Lomihlav konať v piatok, 19.11.2010 v CVČ DOMINO na Popradskej 86 v Košiciach. Ak sa k Vám nedostala pozvánka, môžete ju nájsť na http://matik.strom.sk/lomihlav.php.

Výlet Ďalší výlet sa bude konať 13.11.2010. Stretneme sa o 9:30 pred železničnou stanicou v Košiciach. Na seba a do ruksaku si zober: športové oblečenie, pevnú obuv, šatku, jedlo a bielu plachtu. Nebudeme cestovať a čas návratu bude závisieť od tvojej šikovnosti. Tešíme sa na Teba :).

Vzorové riešenia 1. série úloh

1

opravovali **Ivka Gašková** a **Robko Hajduk**

najkrajšie riešenia: Alexander Kling, Zuzana Králiková

71 riešení

Môžeme si všimnúť, že nás zaujíma len váha tresiek. Vypočítajme si teda, koľko budú vážiť všetky tresky spolu. Hmotnosť vaku je 450 kg, a vieme, že kotva a lano vážia spolu 300 kg. Hmotnosť všetkých tresiek bude $450 - 300 = 150$ kg.

Nevieme však, koľko ich tam je. Navyše, môžu mať rôzne hmotnosti. Ak by ich bolo len päť a skladali by sa z dvoch najmladších, strednej a dvoch najstarších, ich výsledná hmotnosť by bola $90 + 50 + 110 = 250$ kg, čo je viac ako 150 kg. Päť ich teda nebude, a nebude ich ani viac, pretože by sa ich hmotnosť len zväčšovala.

Môžeme si tiež všimnúť, že sa vo vaku nemôže nachádzať párny počet tresiek, pretože by sme nevedeli nájsť prostrednú tresku. 1 treska to takisto nemôže byť, a to z dôvodu, že by mala iba 50 kg, pričom má mať 150 kg. To znamená, že tresky sú vo vaku tri.

Hmotnosť dvoch najstarších tresiek sa potom rovná súčtu hmotností starej tresky a strednej tresky. Ak si od tejto hmotnosti odrátame hmotnosť strednej tresky, dostaneme hmotnosť starej tresky ($110 - 50 = 60$ kg). Takisto, ak si od hmotnosti dvoch najmladších tresiek odpočítam hmotnosť tej strednej (druhej najmaldšej), získam hmotnosť najmladšej ($90 - 50 = 40$ kg).

Tresky sú teda tri, hmotnosť najmlašej tresky 40 kg, stredne starej 50 kg a najstaršej 60 kg.

Komentár. V tejto úlohe sa Vám veľmi pekne darilo, a musíme pochváliť tých, ktorí overili všetky možnosti. :-) Našli sa však aj takí, a nebolo ich málo, ktorí rátali s tým, že sú tam tie tresky len tri. Čo ak by však úloha mala viac riešení?

Zopár z Vás si zadanie vyložilo tak, že dve najstaršie a dve najmladšie tresky majú rovnakú hmotnosť, a tak im vyšli iné čísla. V zadaní však bolo uvedené, že to tak nemusí byť a preto sme im nemohli dať veľa bodov. Tento problém by hravo vyriešila skúška správnosti. Ak by ste napríklad zistili, že tam niečo nesedí, opäť si prečítate zadanie a objavíte, čo Vám uniklo. Skúška netrvá až tak dlho, no budete si istí, že máte správny výsledok.

2

opravoval **Matúš Stehlík**

najkrajšie riešenia: Peter Kovács, Šimon Soták

69 riešení

Prvá vec pri riešení úlohy je pochopiť jej zadanie, takže čo od nás vlastne chce to zadanie? Máme zistiť, či môže byť jaskyňa za daných podmienok neustále strážená aspoň jedným vojakom, teda či existuje nejaká možnosť striedania stráže taká, že tam stále niekto bude. Ak nie je, treba zdôvodniť prečo, ak je, potom ju treba nájsť a dokázať, že tam naozaj stále bude aspoň jeden vojak.

Na začiatok si ukážeme, že celá stráž (to, ako sa budú vojaci striedať) závisí od počtu vojakov na začiatku. Znamená to, že ak poznáme počet vojakov na začiatku, tak si vieme spočítať, koľko vojakov tam kedy bude. Je to preto, že poznáme pravidlá, podľa ktorých sa stráže menia a zároveň sú tieto pravidlá jednoznačné (teda stále je iba jedna možnosť, ako sa budú meniť), lebo ohraničenia aspoň sedem a najviac sedem nemajú nič spoločné a navyše spolu zahŕňajú všetky možné počty vojakov. Toto zistenie nám mierne pomôže, pretože teraz sa nemusíme zaoberať všetkými možnosťami striedania sa, ale stačí nám pozerať sa na všetky možnosti začiatkov stráženia (lebo tie určujú všetky možnosti stráženia jaskyne).

Teraz si rozdelíme všetky počiatočné počty strážcov na dve skupiny: menej ako 7 a aspoň 7. V prvej skupine máme počty vojakov od 0 po 6, jedna z možností ako ich preskúmať je ich všetky vyskúšať (pretože je ich celkom málo). Aby sme sa pri skúšaní veľmi nerozpisovali, bolo by lepšie si to nejako prehľadne zapísať, napr. do tabuľky, alebo si dohodnúť nejaké jednoduché označenie pre privolávanie vojakov $(+3)$ to nastane, ak ich je menej ako 7 a odchod vojakov (-7), keď ich je aspoň 7. Po riadkoch budeme teraz zapisovať, čo sa vlastne deje pre jednotlivé začiatky. Po hodinách ak dôjdeme k počtu 0, už nemusíme ďalej pokračovať, pretože vieme, že jaskyňa nebude neustále strážená.

0 - nebude strážená.

$1(+3) = 4$, $4(+3) = 7$, $7(-7) = 0$ - nebude strážená.

$2(+3) = 5$, $5(+3) = 8$, $8(-7) = 1$, $1(+3) = 4$, $4(+3) = 7$, $7(-7) = 0$ - nebude strážená.

$3(+3) = 6$, $6(+3) = 9$, $9(-7) = 2$, $2(+3) = 5$, $5(+3) = 8$, $8(-7) = 1$, $1(+3) = 4$, $4(+3) = 7$, $7(-7) = 0$ - nebude strážená.

$4(+3) = 7$, $7(-7) = 0$ - nebude strážená.

$5(+3) = 8$, $8(-7) = 1$, $1(+3) = 4$, $4(+3) = 7$, $7(-7) = 0$ - nebude strážená.

$6(+3) = 9$, $9(-7) = 2$, $2(+3) = 5$, $5(+3) = 8$, $8(-7) = 1$, $1(+3) = 4$, $4(+3) = 7$,

$7(-7) = 0$ - nebude strážená.

Toto vypisovanie sa dalo spraviť aj inak, napr. sme mohli vypísať iba možnosť začínajúcu 3 a všimnúť si, že sa tam nachádzajú (prejdeme cez) všetky ostatné čísla, ktoré chceme overiť.

Takže vidíme, že pre každú z týchto možností (skôr či neskôr) pri jaskyni nebude nikto. Pozrime sa teraz na tú druhú skupinu. Keďže sú v nej čísla s hodnotou aspoň 7, tak stráže budú odchádzať a ich počet sa bude zmenšovať až dovtedy, kým sa nedostane na jeden z počtov predošlej skupiny, teda od 0 po 6, ale o tých už predsa vieme povedať, že skončia nestráženou jaskyňou, takže tomu tak bude aj pre tieto možnosti.

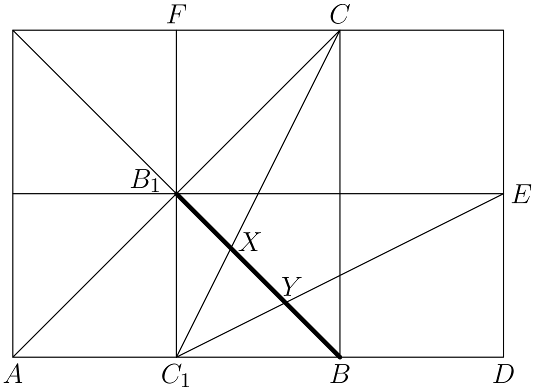
Keďže sme rozobrali všetky možné začiatky a ukázali, že pri každom z nich nastane čas, kedy jaskyňu nestráži nikto, tak sme úlohu vyriešili a vieme, že jaskyňa nemôže byť neustále strážená pri takomto systéme menenia stráže.

3 opravovali **Dáša Krasnayová** a **Robko Hajduk**

najkrajšie riešenia: Katka Krajčiová, Henrieta Micheľová

54 riešení

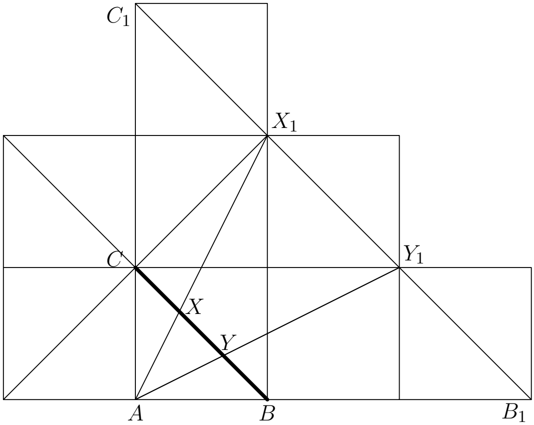
Na obrázku si vyznačíme niekoľko bodov. Všimnime si trojuholník *ABC*.



Hrubá úsečka je jednou z jeho ťažníc, pretože rozdeľuje protiľahlú stranu na dve rovnaké časti (uhlopriečky štvorca). Aj úsečka CC_1 je ťažnicou, pretože rozdeľuje stranu AB na polovicu (2 strany štvorca). Bod X je preto ťažiskom. O ťažisku vieme, že delí ťažnicu v pomere 1 : 2 (1 ku strane a 2 k vrcholu). Preto vieme, že $|B_1X| = |BB_1|/3$. To nám ale nič nehovorí o dĺžkach druhých dvoch úsečiek, a teda ešte nie je všetko dokázané.

Teraz sa pozrime na trojuholníky FCC_1 a DEC_1. Vieme o nich povedať, že sú zhodné podľa vety sus, pretože $|C_1D| = |C_1F|$ (dve strany štvorca), $|FC| = |DE|$ (strana štvorca) a uhly C_1DE a C_1FC sú pravé. Keďže BB_1 je uhlopriečka štvorca, delí jeho uhly na polovicu, a teda uhly BB_1C_1 a B_1BC_1 majú každý 45 stupňov. Úsečky BY a B_1X teda vychádzajú v zhodných trojuholníkoch z rovnakého miesta (stred strany tvorenej 2 stranami štvorca) a pod rovnakým uhlom. Sú teda zhodné a majú rovnakú dĺžku. Keďže $|B_1X| = |BY| = |BB_1|/3$ a $|B_1X| + |XY| + |BX| = |BB_1|$, potom ak dosadíme $|BB_1|/3 + |BB_1|/3 + |XY| = |BB_1|$ a teda $|XY| = |BB_1|/3$. Preto sa veľkosti všetkých úsečiek rovnajú a úrad je bezpečnostný.

Iné riešenie



Ak si obrázok trošku doplníme, riešenie už úplne vidno. S takýmto odôvodnením sa ale nemôžeme uspokojiť. Takže prečo to tak vidno? Trojuholníky ABC a AB_1C_1 sú podobné podľa vety uu. Uhol pri vrchole A je rovnaký pre oba trojuholníky a keďže BC a B_1Y_1 sú uhlopriečky štvorcov, uhly pri vrcholoch B a B_1 majú zhodne 45 stupňov. Úsečky AX a AX_1 vychádzajú z rovnakého bodu v podobných trojuholníkoch pod rovnakým uhlom, a teda X a X_1 sú odpovedajúce si body. To isté platí aj pre Y a Y_1. Vidíme, že úsečky C_1X_1, X_1Y_1 a Y_1B_1 sú všetky rovnaké (uhlopriečky štvorcov), a teda sú tretinami strany B_1C_1, preto aj úsečky CX, XY a YB sú tretinami úsečky BC a teda je úrad bezpečnostný.

Komentár. Okrem dvoch uvedených spôsobov riešenia sa vyskytlo aj mnoho iných spôsobov. Mnohé však neboli celkom dotiahnuté a niektoré aj úplne chybné. Veľmi často sa napríklad vyskytovala úvaha o tom, že všetky uhly pri vrchole C1 z obrázka 1 majú po 30 stupňov, čo vôbec neplatí. Ak si totiž tento uhol vyjadríme pomocou funkcie tangens, zistíme, že uhol sa v skutočnosti rovná približne $26,57$ stupňa.

4 opravovali **Radka Masloviaková** a **Nika Kopčová**

najkrajšie riešenie: Petra Demjanovičová

70 riešení

V prvom rade vypočítame, koľko eur dostala ktorá manželka. Označme si Renátinu čiastku r, Janinu j a Henrietinu h. Zo zadania vieme, že

$$r+j+h=3960$$
$$r=j-100$$
$$h=j+100$$

Ak r a h z druhej a tretej rovnice dosadíme do prvej, dostaneme:

$$j-100+j+j+100=3960$$
$$3j=3960$$
$$j=1320$$

Zistili sme, že Jana zdedila 1320 € a spätným dosadením do rovníc vieme, že Renáta zdedila $r = 1320 - 100 = 1220$ € a Henrieta $h = 1320 + 100 = 1420$ €.

Muži zdedili spolu $10000 - 3960 = 6040$ €. Keď sa trochu zamyslíme, zistíme, že vieme hneď utvoriť aj prvý pár. Dokážeme to tak, že sa zameriame na posledné dve cifry. Keďže František dostal rovnakú sumu ako jeho manželka, tak s kýmkoľvek by bol zosobášený, mal by sumu, ktorej posledné dvojčíslie je 20 (keďže sumy všetkých manželiek končia na 20). Pri Františkovi platí to isté, ale tá suma sa končí 40 (dvojnásobok manželkiných peňazí). Všetci muži spolu zdedili 6040 €, čiže vieme povedať, že suma, ktorú zdedil Samuel, sa musí končiť na 80 ($6040 - **40 - **20 = **80$). To nastane len v jedinom prípade, a to keď je Samuel zosobášený s Janou ($1,5 \cdot 1320 = 1980$).

Keby bol zosobášený s Henrietou alebo Renátou, suma, ktorú by dostal, by sa končila na 30 ($1,5 \cdot 1420 = 2130$ alebo $1{,}5 \cdot 1220 = 1830$). Takže sme sa dopracovali k dvom možným riešeniam a už len stačí zistiť, ktoré je to správne.

Ak by bol František zosobášený s Renátou a Erik s Henrietou:

$$2 \cdot 1220 + 1{,}5 \cdot 1320 + 1 \cdot 1420 = 5840.$$

Ak by bol František zosobášený s Henrietou a Erik s Renátou:

$$2 \cdot 1420 + 1{,}5 \cdot 1320 + 1 \cdot 1220 = 6040.$$

V druhom prípade sa nám výsledok zhoduje s tou sumou, ktorú sme na začiatku pre mužov vypočítali, takže táto možnosť je jediná vyhovujúca zadaniu.

Ak by nás takéto riešenie nenapadlo, je možné riešiť to aj iným spôsobom – vo forme tabuľky:

.	*H*	*J*	*R*
F	2840	2640	2440
S	2130	1980	1830
E	1420	1320	1220

1. F+H; S+J; E+R..... 2840+1980+1220=6040
2. F+H; S+R; E+J..... 2840+1830+1320=5990
3. F+J; S+H; E+R..... 2640+2130+1220=5990
4. F+J; S+R; E+H..... 2640+1830+1420=5890
5. F+R; S+H; E+J..... 2440+2130+1320=5890
6. F+R; S+J; E+H..... 2440+1980+1420=5840

Vypísali sme všetky možnosti a vidíme, že prvá možnosť je správna.

František je teda zosobášený s Henrietou, Samuel s Janou a Erik s Renátou.

Komentár. Veľa z Vás malo riešenie dobre, ale často opakovaným nedostatkom bolo skúšanie náhodných možností, pokiaľ to nevyšlo.

5

opravovali **Deniska Semanišinová** a **Feri Kardoš**

najkrajšie riešenia: Alex Ténai, Dorka Jarošová a Pavol Petruš

49 riešení

a) Na podlahe máme čísla 42 a 24, čo sú párne čísla. Vieme, že sčítaním dvoch párnych čísel môžeme dostať len párne číslo. Teda po prvom kroku budeme mať na podlahe opäť dve párne čísla, po druhom zase dve párne, atď. Číslo 2011, ktoré chceme dostať, je však nepárne, a teda ho sčítavaním párnych čísel nikdy nedostaneme.

b) Čísla 21 a 12 sú obe deliteľné 3. Súčet dvoch čísel deliteľných tromi bude vždy deliteľný tromi. Takže po prvom kroku budeme mať na podlahe dve čísla deliteľné tromi, po druhom tiež, atď. Číslo 2011 ale nie je deliteľné tromi, takže ho sčítavaním čísel deliteľných tromi nikdy nemôžeme dostať.

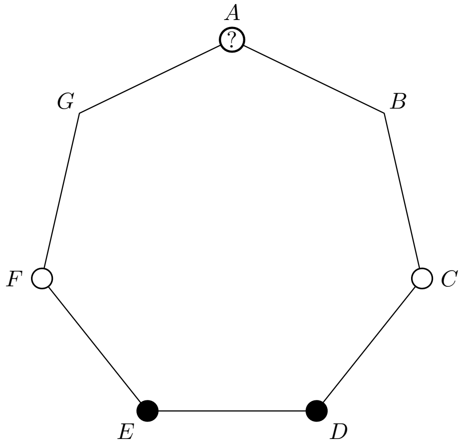
Komentár. Úloha možno na prvý pohľad vyzerala ťažko, ale neskôr väčšina z vás prišla na to, že odpoveď je skrytá v samotných číslach, ktoré sú na podlahe. Časť a) sa podarilo vyriešiť skoro všetkým. S časťou b) bol väčší problém, viacerí ste len vyskúšali niekoľko prípadov. No to, že vám nevyšlo číslo 2011 ešte neznamená, že sa to nedá. Našlo sa aj pár takých, ktorí si neuvedomili, že môžu škrtnúť hociktoré z napísaných čísel. Väčšina z vás však zvládla vyriešiť úlohu na plný počet bodov.

6 opravovala **Katka Čurná**

najkrajšie riešenia: Tomáš Daneshjo, Jakub Genči

48 riešení

Máme pravidelný sedemuholník *ABCDEFG*, pričom každý vrchol má byť ofarbený jednou z dvoch farieb. Keďže je nepárny počet vrcholov, tak aspoň 2 susedné vrcholy sú rovnakej farby (ak by sme farby vždy striedali, napr. A biely, B čierny, atď., tak by nám G vyšiel opäť biely). Označme si tieto 2 susedné vrcholy rovnakej farby D a E – na obrázku sú znázornené plným krúžkom.



Pokúsme sa teraz ofarbiť vrcholy tohto sedemuholníka tak, aby tam nebol žiadny rovnoramenný trojuholník rovnakej farby. Keďže ide o pravidelný sedemuholník, strany majú rovnaké dĺžky, a teda trojuholníky, ktorých vrcholy sú 3 susedné vrcholy sedemuholníka, sú rovnoramenné. Preto vedľa dvoch už ofarbených vrcholov D a E musia byť vrcholy inej farby (označené prázdnym krúžkom na obrázku), a to vrcholy C a F.

Pozrime sa teraz na vrchol *A*. Nemôže byť rovnakej farby ako *D* a *E*, pretože trojuholník *DEA* je rovnoramenný a mal by všetky vrcholy rovnakej farby (čo však nechceme). Taktiež nemôže byť rovnakej farby ako *C* a *F*, pretože trojuholník *CFA* je tiež rovnoramenný (rovnoramennosť spomínaných dvoch trojuholníkov vyplýva z toho, že pravidelný sedemuholník je osovo súmerný). Znamená to, že aj keď sa snažíme ofarbiť to tak, aby nevznikol rovnoramenný trojuholník rovnakej farby, tak dospejeme k situácií, kedy by vrchol nemal byť ani jednej ani druhej farby. To je zjavne zlé, keďže nejako byť ofarbený musí. A tak sme teda dokázali, že pri ľubovoľnom ofarbení vrcholov tam vždy existuje rovnoramenný trojuholník s vrcholmi rovnakej farby.

Komentár. Úloha nebola až taká náročná, o čom svedčí aj pomerne vysoký počet správnych riešení. Sem-tam sa priblúdila chybička v zmysle nepochopenia presného zadania, ale v podstate nie je vám čo vyčítať. V každej úlohe mi chýbalo zdôvodnenie, že dané trojuholníky sú rovnoramenné. Stačila jedna, dve vetičky okolo toho, ale inak OK :-).

Väčšina z tých, čo majú menší počet bodov, robila tú istú chybu, že úlohu overila pre pár konkrétnych ofarbení. To však nestačí, pretože mi to máme ukázať pre ľubovoľné ofarbenie. Riešenie by sa stalo správnym, keby ste vypísali všetky možné ofarbenia, ale taktiež ukázali, že naozaj ste na žiadne nezabudli. Tak hor sa do riešenia ďalších úloh.

Zadania 2. série úloh

Úlohy pošlite najneskôr **29. novembra 2010**

František bežal, čo mu sily stačili. V posledných dňoch nerobil nič iné, len utekal, lietal, skákal a počítal. Už mal toho naozaj dosť, ale nájsť kľúčiara bolo oveľa ťažšie, ako predpokladal. Najprv si myslel, že Architekt iba táral, ale keď otvoril mapu hradu, zistil, že bude potrebovať asi tisíc rôznych kľúčov od dverí po celom hrade. (Vletieť sa tam nedalo, pretože všade na hradbách boli elitní chlpatí rytieri.) Dobehol k priekope. Vôbec nebola plná vody, ako priekopy bývajú, naopak, na spodku boli samé oceľové ostne a kosti. Preletieť ju nemohol, pretože mal zranené krídlo. Už počul dupot ľudí za rohom, nemal veľa času. Pri priekope si našťastie všimol dva kohútiky.
Úloha 1. *Do 100-galónovej priekopy s ostňami ústia dva prítoky. Prvým pretečie 5 galónov za 2 minúty, druhým 7 galónov za 3 minúty. Nádrž bude plniť tak, že otvorí prvý prítok a o niečo neskôr druhý prítok. Nádrž sa naplní za 26 minút po otvorení prvého prítoku. Po koľkých minútach otvoril druhý prítok?*

Rýchlo preplával naplnenú priekopu a vyliezol z nej. Veľkí chlpatí rytieri si akurát zvliekli brnenie a chystali sa ísť za ním. František iba vyceril zuby a vytiahol zátku, čo našiel na druhej strane priekopy. Asi netreba opisovať, ako skončila ľudská elita a koho kosti sa objavia v ďalšom príbehu. Drak vstúpil do dverí, ktoré viedli ku kľúčiarovi. Miestnosť bola tmavá a smrdelo tam silno po mačkách. Na

stoličke za stolom sedela krásna kľúčiarka s dlhými štíhlymi nohami a brúsila si nechty ružovým pilníčkom. Zaklipkala očami. „Poďme si zahrať takú malú hru.“ Postavila sa, ladným krokom prešla do rohu miestnosti, kde bol na zemi rozsypaný piesok a schytila do ruky dlhú kovovú tyč.
Úloha 2. *V piesku sú vyryté čísla 4 a 17, v jednom kroku zmažeme jedno z nich a miesto neho napíšeme súčet predchádzajúcich dvoch čísel. Môžeme takto dostať číslo 2010? Ak áno, ako? Ak nie, prečo?*

Už sa hrali dosť dlho a tak si František povedal, že je na čase získať, po čo prišiel. „Nemohla by si mi, prosím, dať kľúče od spodných šácht a komôr hradu Veľkého chlpatého rytiera?“ „Hmm... bude ťa škoda, takého švárneho mladého draka. Ľudia ťa určite skántria, ak sa im takto neuvážene dostaneš na dosah.“ „Musím sa o to pokúsiť, zajal moju princeznú!“ „V poriadku, tak choď a nájdi si, čo potrebuješ. Všetko je v tamtej kope na zemi.“
Úloha 3. *Na kľúčoch boli čísla. Hľadal všetky 5-ciferné čísla deliteľné číslom 84, pre ktoré platí: Jeho prvé tri číslice tvoria číslo, ktoré je trojnásobkom čísla tvoreného zostávajúcimi dvoma ciframi. (Poradie sa nemení).*

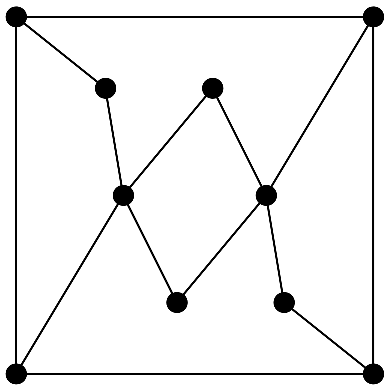
Zobral všetky a rýchlo sa vydal na cestu. Za dva dni už liezol do podzemných komôr hradu, aby tak nečakane a nepozorovane napadol hrad zospodu. Páchlo tam strašne, ale jeho vôľa ísť ďalej a zachrániť svoju princeznú bola neoblomná, rovnako ako jeho túžba zbaviť krajinu despotickej vlády ľudí. Pri poklope vedúcom do najspodnejšej komory hradu sa trocha zdržal, pretože nevedel nájsť správny kľúč, ale nakoniec sa mu podarilo nájsť jeden s nápisom „univerzálny“ , takže si ušetril kopu času.

Vyliezol von a vydal sa podľa mapy. Trikrát doľava, dopredu dvesto, raz doprava a narazil hlavou do múru. Spadol na zadok a nechápavo sa zahľadel pred seba. Toto tu vôbec nemalo byť! Pozrel sa na mapu, ale nič z toho, čo videl, nevyzeralo ako to, čo mal zakreslené na mape. Mal veľký problém. Zrazu však začul chichot, ktorý pochádzal odniekiaľ zľava. Pozrel tam.

Bola to cela a v nej sedel starý ošklbaný starček. Išiel sa popukať od smiechu. „Vyzerá, že si zablúdil. Xixixixi... Prišiel si si sem dať zoťať hlavu alebo čo? Xixixixi...“ „Prišiel som sem zachrániť svoju princeznú. Prestaň sa mi smiať, lebo ti odkusnem hlavu!“ „Úúú, keď si si nevšimol, ja som v bezpečí za týmito mrežami. Brekekeke!“ František vytiahol univerzálny kľúč a vyceril zuby. „Dobre, dobre, kamarát, veď ja len žartujem. Nechceš si zahrať o vynovenú mapu?“ „Takáto reč mi je veru viac po chuti,“ zavrčal drak.
Úloha 4. *Dvaja hráči hrajú na šachovnici* 8×8 *nasledujúcu hru: prvý postaví svojho kráľa na šachovnicu na políčko A1 a druhý druhého kráľa na H8 (králi sa pohybujú ako v normálnom šachu – posun o jedno políčko ľubovoľným smerom). Hráči striedavo ťahajú vždy svojim kráľom tak, aby kráľ nevstúpil na políčko, kde už nejaký z kráľov stál. Prehráva ten, kto nemôže urobiť ďalší ťah. Nájdite víťaznú stratégiu pre niektorého z hráčov (ako má hrať hráč, aby vyhral, nech by druhý hráč hral akokoľvek).*

František ho zdrvujúco porazil jedným rýchlym hryzom a zobral si z jeho vrecka načarbaný plán. Dokonca na ňom boli vyznačené aj stráže a časy, kedy majú hliadky, takže preniknúť do hlavnej časti hradu bola hračka. Keď tam však došiel, začalo mu byť celkom podozrivé, ako ľahko to doposiaľ išlo. Na stene bola mapa.

Úloha 5. *Na obrázku je mapa, kde čiary sú chodby a krúžky znázorňujú komnaty. Je možné prejsť každou komnatou bez toho, aby sme niekde boli dvakrát?*



Došiel až k veľkým oceľovým dverám a otvoril ich. Uprostred sály na veľkom chlpatom tróne sedel Veľký chlpatý rytier. Držal dlhý runový meč a jeho mrazivý dych sa mu zrážal pred priezorom helmy tak temne, ako len mohol. Fakt dosť temne. „Očakával som ťa. Poď a zmerajme si naše sily!“ Vrhli sa na seba a v neľútostnom súboji skákali, kričali, sekali, driapali a bodali. Františkovi sa nakoniec podarilo získať výhodu a dlhým pazúrom roztrieštil Veľkému chlpatému rytierovi jeho trojuholníkové brnenie. Ten sa zvalil na zem a fučal od bolesti.

Úloha 6. *Obdĺžnik s obsahom* 12 cm^2 *je ľubovoľne rozdelený na 3 trojuholníkové časti, pričom obsah jedného z trojuholníkov sa rovná polovici súčtu obsahov zvyšných dvoch. Určte obsah každého trojuholníka.*

Drak víťazoslávne položil svoju obrovskú labu rytierovi na hruď. Bol ťažko ranený, ale už nebolo pochýb, že víťazom je on. Veľký chlpatý rytier si pomaly zložil prilbu a v smrteľnom kŕči riekol: „Konečne som našiel dobrého a spravodlivého nástupcu na trón. Som tvoj otec, František...“ .

Poradie po 1.sérii

PS je súčet bodov za predchádzajúce série, **1–6** sú body za jednotlivé úlohy a **CS** je celkový súčet bodov.

Poradie	Meno	Trieda	Škola	PS	1	2	3	4	5	6	PCS
1. – 5.	Henrieta Micheľová	3.OA	GAlejKE	0	9	9	9	9	9	9	54
	Zuzana Králiková	3.OA	GAlejKE	0	9	9	9	9	9	9	54
	Dávid Bodnár	3.OA	GAlejKE	0	9	9	9	9	9	9	54
	Zoltán Hanesz	7. A	ZKuzmKE	0	9	9	9	9	9	-	54
	Kristína Mišlanová	3.OA	GAlejKE	0	9	9	0	9	9	9	54
6. – 8.	Katarína Krajčiová	4. OA	GAlejKE	0	9	8	9	9	9	9	53
	Daniel Onduš	3.OA	GTr12KE	0	8	1	9	9	9	9	53
	Richard Solárik	3.OA	GAlejKE	0	9	9	-	8	9	9	53
9. – 10.	Žaneta Semanišinová	3.OA	GAlejKE	0	9	9	0	7	9	9	52
	Pavol Petruš	7. A	ZŽdaňa	0	8	5	9	8	9	9	52
11. – 13.	Slavomír Hanzely	3.OA	GKomeSB	0	9	8	9	7	9	6	51
	Šimon Soták	3.OA	GAlejKE	0	9	9	6	-	9	9	51
	Soňa Feciskaninová	3.OA	GAlejKE	0	9	9	0	6	9	9	51
14. – 16.	Jakub Genči	7. A	ZKro4KE	0	9	9	0	9	5	9	50
	Diana Hlaváčová	3.OA	GAlejKE	0	9	5	0	9	9	9	50
	Alexander Ténai	4.OA	GAlejKE	0	9	5	9	9	9	9	50
17. – 19.	Ivan Vanát	3.OA	GAlejKE	0	9	9	0	5	9	8	49
	Juraj Mičko	7. B	ZKro4KE	0	8	5	9	5	9	9	49
	Dorota Jarošová	4.OA	GAlejKE	0	9	9	9	8	9	5	49
20.	Martin Majerčák	3.OA	GAlejKE	0	9	5	0	7	9	9	48
21.	Tomáš Daneshjo	9.A	ZKro4KE	0	9	9	9	9	-	9	45
22. – 24.	Alexander Kling	7. A	ZIng.SN	0	9	7	1	5	9	5	44
	Peter Kovács	4.OA	GAlejKE	0	8	9	9	6	9	3	44
	Kamila Sabová	3.OA	GTr12KE	0	3	5	9	9	-	9	44
25.	Radka Bušovská	3.OA	GAlejKE	0	9	1	0	9	9	6	43
26.	Patrik Hohoš	3.OA	GAlejKE	0	8	4	1	9	5	5	40
27.	Juraj Jursa	1.OB	GAlejKE	0	8	8	9	4	1	1	39
28. – 29.	Jakub Hlaváčik	3.OB	GAlejKE	0	9	9	-	9	-	-	36
	Jozef Janovec	4.OA	GAlejKE	0	9	9	9	9	-	-	36
30.	Samuel Burik	8.A	ZKomeSV	0	6	6	6	7	5	5	35
31. – 32.	René Michal Cehlár	8. A	ZKro4KE	0	9	5	9	-	9	1	34
	Rastislav Dudič	9. A	ZPostKE	0	9	9	9	5	-	2	34
33.	Alžbeta Ivošková	7. B	ZKro4KE	0	8	5	0	9	-	2	33
34.	Ivana Bernasovská	7. B	ZKro4KE	0	4	5	-	5	9	-	32
35.	Florián Hatala	9.A	ZKro4KE	0	9	7	-	6	-	9	31
36.	Jakub Mach	7. B	ZKro4KE	0	1	9	1	9	-	1	30
37.	Adam Õrhalmi	8. A	ZKro4KE	0	0	5	2	8	9	3	29
38. – 42.	Alexandra Drozdová	8. A	ZKomeSV	0	4	5	2	9	5	0	27
	Anton Gromóczki	9. A	ZStanKE	0	9	9	-	9	-	-	27

Poradie	Meno	Trieda	Škola	PS	1	2	3	4	5	6	PCS
	Tomáš Barbuščák	7. A	ZIng.SN	0	8	1	-	9	-	-	27
	Lujza Kočiková	7. A	ZIng.SN	0	8	3	0	4	4	0	27
	Michal Janko	3.OA	GTr12KE	0	8	1	0	5	5	0	27
43.	Adam Skybjak	7. B	ZKro4KE	0	8	5	-	5	-	-	26
44. – 45.	Ivana Jakubčáková	8. A	ZKomePP	0	1	9	9	6	-	-	25
	Matúš Labuda	3.OA	GAlejKE	0	1	2	0	4	9	0	25
46.	Petra Demjanovičová	7. A	ZBajkPO	0	1	1	-	9	4	-	24
47. – 48.	Petra Plšková	8. A	ZStarKE	0	9	0	0	9	-	5	23
	Martin Beer	7. A	ZIng.SN	0	1	5	0	8	1	0	23
49.	Martina Horváthová	7. B	ZKro4KE	0	0	5	1	5	4	2	22
50. – 52.	Matej Janošík	7. A	ZIng.SN	0	1	3	0	6	0	5	21
	Matúš Greňa	7. A	ZIng.SN	0	8	5	-	-	-	-	21
	Veronika Schmidtová	7. B	ZKro4KE	0	1	5	0	4	4	2	21
53. – 56.	Maroš Kamenický	7. A	ZIng.SN	0	1	3	-	8	-	-	20
	Lukáš Gdovin	9.A	ZStanKE	0	8	2	-	8	-	2	20
	Karin Štiffelová	7. A	ZIng.SN	0	1	-	-	9	1	-	20
	Tereza Volavlková	8. A	ZKro4KE	0	1	1	9	9	-	-	20
57.	Adam Sáda	3.OA	GTr12KE	0	2	0	0	5	5	2	19
58.	Andrej Zavačan	7. A	ZIng.SN	0	1	1	-	5	4	2	18
59. – 60.	Dominik Benko	9. A	ZKro4KE	0	8	3	-	6	-	-	17
	Samuel Oswald	7. B	ZKro4KE	0	1	5	1	5	-	-	17
61.	Roderik Horovský	7. B	ZKro4KE	0	1	3	-	5	1	-	15
62. – 66.	Marek Pravda	9. A	ZStanKE	0	3	3	-	5	-	3	14
	Michal Benej	9. A	ZKro4KE	0	8	2	-	4	-	-	14
	Jakub Kupčík	9.A	ZKro4KE	0	9	5	-	-	-	-	14
	Richard Husár	9. A	ZStanKE	0	9	-	-	5	-	-	14
	Michal Greššák	9. A	ZKro4KE	0	8	-	-	6	-	-	14
67. – 68.	Diana Ďurišová	8. A	ZKomePP	0	-	-	-	9	4	-	13
	Radoslav Bobko	7. B	ZIng.SN	0	1	-	0	4	4	0	13
69. – 70.	Lukáš Pollák	7. A	ZIng.SN	0	1	1	0	5	-	-	12
	Andrea Jakubovová	8. A	ZStarKE	0	7	1	0	4	0	0	12
71.	Edvard Lavuš	7. B	ZKro4KE	0	0	1	0	5	-	-	11
72.	Jana Cerulová	9. A	ZKro4KE	0	-	-	-	4	-	5	9
73.	Denis Rozložník	9. A	ZKro4KE	0	8	-	-	-	-	-	8
74. – 75.	Samuel Sepeši	4.OA	GTr12KE	0	1	1	0	5	-	0	7
	Petra Eškutová	9. A	ZKro4KE	0	-	-	-	7	-	-	7
76.	Richard Smolko	4. OA	GTr12KE	0	-	1	0	3	1	-	5
77. – 78.	Kristína Barbušová	7. A	ZIng.SN	0	1	1	0	-	-	-	3
	Veronika Seböová	7. A	ZIng.SN	0	1	1	0	-	-	-	3
79.	Dávid Fulka	7. A	ZIng.SN	0	1	-	-	-	-	-	2
80. – 83.	Jozef Kunc	7. B	ZKro4KE	0	-	-	-	-	-	-	0
	Vanesa Múdra	7. A	ZIng.SN	0	-	-	-	-	-	-	0
	Michal Štěpánek	7. B	ZKro4KE	0	-	-	-	-	-	-	0
	Jakub Hromada	9. A	ZKro4KE	0	-	-	-	-	-	-	0

Za podporu a spoluprácu ďakujeme:

AGENTÚRA NA PODPORU VÝSKUMU A VÝVOJA

Korešpondenčný matematický seminár **MATIK**
Číslo 2 • Zimná časť 24. ročníka (2010/11) • Vychádza 28. októbra 2010
Internet: `http://matik.strom.sk` • E-mail: `matik@strom.sk`

Vydáva: Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice 1
Internet: `http://www.strom.sk` • E-mail: `zdruzenie@strom.sk`