KOREŠPONDENČNÝ MATEMATICKÝ SEMINÁR

MATIK

ČÍSLO **5** — ROČNÍK **23** — INTERNET http://matik.strom.sk

Čaute!

Váš superrýchly *MATIK* vás zdraví opäť raz, tentokrát už v jarnom šate. Prvé snežienky v záhradách už dávno odkvitli, no a po skvelej náročnej šibačke, či oblievačke, Vám znova ponúkame super možnosť oddýchnuť si pri riešení pekných matematických úloh a samozrejme aj pri pútavom pokračovaní nášho príbehu... tak dospočítania, priatelia. :-)

Váš *MATIK*

Jarný výlet

Prvý výlet tohto roku bude v sobotu, 24. apríla 2010, a pôjde sa na Šarišský hrad. Zraz bude o 8:20 na autobusovej stanici v Košiciach, odkiaľ z nástupišťa číslo 21 pôjdeme o 8:40 do Prešova a následne do Veľkého Šariša. Vybehneme na hrad, tam si poopekáme a zahráte si úžasnú hru, ktorú pre Vás vedúci pripravili. Prešovčania a ľudia z blízkeho okolia sa k nám môžu pridať v Prešove, odkiaľ nám už o 9:45 odchádza autobus do Veľkého Šariša. Bude to natesno, ale keď nikto nebude meškať, mali by ste to stihnúť. Užitočné Vám bude jedlo (najlepšie niečo na opekanie), športová obuv, šatstvo, ktoré sa môže mierne zničiť, pitie, niečo do dažďa a hlavne dobrá nálada. Keďže pôjdeme autobusom a vlakom, na cestu si pribaľte Košičania 4,50 eura a Prešovčania 1,10 eura. Plánovaný návrat do Košíc je o 19:10 a do Prešova o 18:25. Tešíme sa na Vás a dúfame, že prídete v hojnom počte.

Vaši vedúci

Vzorové riešenia 1. série úloh

1

opravovali **Ivka Gašková** a **Monča Vaľková**
najkrajšie riešenie: Katka Krajčiová

47 riešení

Zadanie: V prvej skupine ich bolo 16 a veliteľ. Veliteľ sa postavil do stredu kruhu, pričom všetci okolo neho sa zaradom očíslovali od 1 po 16. Do prvej línie mal vybrať siedmich, tak začal odčítavať po siedmich. Koho odpočítal, išiel z kruhu von a bol zaradený do prvej línie. Potom pokračoval v odpočítavaní ďalej od ďalšieho. Nakoniec boli vybratí 2,3,5,10,11,12,15. Od ktorého čísla začal odpočítavať?

Riešenie: Nakreslime 16 vojakov do radu pre väčšiu prehľadnosť. Bude to to isté ako kruh - jednoducho budeme počítať dookola : 1, 2, ..., 14, 15, 16, 1, 2....

Tých, ktorí boli nakoniec vybraní, si vyznačíme.

1 **2** **3** 4 **5** 6 7 8 9 **10** **11** **12** 13 14 **15** 16 .

Skúsme, ako by to vyzeralo, keby sme začali počítať od prvého:

1 2 3 4 **5** **6** **7** 8 9 **10** 11 12 **13** **14** 15 **16** .

Je celkom nápadné, že v oboch radoch sú vybratí traja za sebou stojaci bojovníci. Treba si uvedomiť, že tieto dva rady sú iba o niečo posunuté. Vidno to z toho, že v oboch prípadoch idú po troch vybratých dvaja nevybratí, za nimi jeden vybratý, za nimi dvaja nevybratí, dvaja vybratí, jeden nevybratý, jeden vybratý a štyria nevybratí. Ak čísla 5, 6, 7 zodpovedajú číslam 10, 11, 12 tak to znamená, že druhý rad je o 5 posunutý.

Keď sme počítali od prvého políčka, tak sme vybrali vojakov 5, 6, 7. Aby sme dostali vojakov 10, 11, 12 musíme začať počítať od políčka o 5 väčšieho, teda od šestky. Bude to vyzerať takto:

6 7 8 9 **10** **11** **12** 13 14 **15** 16 1 **2** **3** 4 **5** .

Veliteľ teda začínal od čísla 6.

Komentár: Úlohu ste riešili rôznymi spôsobmi, pričom najčastejším bolo vypisovanie. Niektorí si správne obmedzili skúšanie na 7 možností, ale niektorí len tak náhodne skúšali. Tým by sme chceli povedať, že skúšanie je metóda síce nie elegantná, ale často efektívna, len pri nej treba vyskúšať naozaj všetky možnosti.

2 opravovala **Peťka Zibrínová** a **Viktor Popovič**

najkrajšie riešenia: Maťo Rapavý, Miro Stankovič

40 riešení

Zadanie: V meste odpadlíkov od revolúcie uznávali iba prvočísla a jednotku, lebo 1 bol kráľ. Iné čísla ako prvočísla a jednotku vedeli zapisovať iba ako ich súčet. Aké najmenšie číslo museli zapisovať ako súčet aspoň troch prvočísel a jednotky? (Nie je nutné použiť jednotku a prvočísla sa v súčte môžu opakovať, vtedy ich počítame za dve alebo viac čísel v súčte.)

Riešenie: Najmenšie zložené číslo je 4 a dá sa napísať ako 3+1, resp. 2+2. Treba nájsť také dve prvočísla, medzi ktorými budú aspoň štyri zložené čísla. Je to preto, lebo každé zložené číslo, nachádzajúce sa medzi prvočíslami, ktoré majú medzi sebou menej ako štyri zložené čísla, vieme zapísať ako súčet dvoch prvočísel (alebo jednotky).

Vieme to spraviť tak, že ku menšiemu z prvočísel, medzi ktorými sa nachádza číslo, ktorého súčet chceme dosiahnuť, pripočítame 1,2 alebo 3, napr. medzi 13 a 17 sú to čísla 14, 15, 16. $14 = 13 + 1$, $15 = 13 + 2$, $16 = 13 + 3$. Vypíšme prvočísla (2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, ...) a pozorujeme počet zložených čísel medzi nimi (0, 1, 1, 3, 1, 3, 1, 3, 5,...).

Najbližšie dve prvočísla, medzi ktorými sú aspoň štyri zložené čísla, sú 23 a 29. Čísla 24, 25, 26 vieme zapísať ako súčet dvoch prvočísel (alebo jednotky, viď. vyššie), ale číslo 27 už nie. Môžeme to ukázať tak, že číslo 27 rozložíme na súčet 2 čísel: $26 + 1$, $25 + 2$, $24 + 3$, $23 + 4$, $22 + 5$, $21 + 6$, $20 + 7$, $19 + 8$, $18 + 9$, $17 + 10$, $16 + 11$, $15 + 12$, $14 + 13$, kde ani jeden súčet nie je súčet dvoch prvočísel. 27 teda museli zapísať ako súčet 3 prvočísel $23+3+1$ alebo $23+2+2$ (sú aj iné možnosti ako to zapísať pomocou 3 prvočísel). Takže hľadané číslo je 27.

Komentár: Niektoré riešenia boli naozaj pekné a prehľadné, no boli aj takí, ktorí si zvolili síce nie nesprávnu, ale nie veľmi peknú cestu, a to skúšaním možností. Niektorí z vás si neprečítali zadanie úlohy poriadne, kde sa jasne píše, že jednotku nebolo nutné použiť. Nabudúce si prečítajte úlohu pomaly, aj viackrát za sebou, aby ste pochopili, čo od vás úloha chce.

3

opravoval **Matúš Stehlík**

najkrajšie riešenia: Maťo Rapavý, Miro Stankovič

48 riešení

Zadanie: Kód je štvorciferné číslo deliteľné 7. Súčet prvých dvoch cifier je 10, súčet prostredných dvoch cifier je 10 a súčet posledných dvoch cifier je 9. Aké je to číslo?

Riešenie: V tomto riešení budeme hľadať všetky štvorciferné čísla spĺňajúce všetky podmienky o súčtoch cifier zo zadania a nakoniec overíme, či sú tieto čísla deliteľné 7.

Označme si cifry nášho kódu $abcd$. Vieme, že prvá cifra nemôže byť 0, inak by naše číslo nebolo štvorciferné, teda máme 9 možností na určenie prvej cifry. Druhú cifru vieme pomocou prvej jednoznačne určiť a to z podmienky, že súčet prvých dvoch cifier je 10, teda druhú cifru b dostaneme ako $10 - a = b$. Výsledkom tejto rovnice bude určite cifra, pretože a je číslo od 1 po 9.

Tretiu cifru vieme tiež pomocou prvej jednoznačne určiť, pretože jej súčet s druhou cifrou je rovnaký ako súčet prvej cifry s druhou teda $a + b = b + c$, z čoho po odčítaní druhej cifry od oboch strán rovnice dostávame, že prvá a tretia cifra hľadaného kódu sú rovnaké, takže $a = c$. Keďže a je cifra, potom aj c bude určite cifra.

Nakoniec musíme ukázať, že aj posledná, štvrtá cifra, je jednoznačne určená prvou. Vieme, že súčet posledných dvoch cifier je 9, teda poslednú cifru dostaneme odpočítaním tretej cifry od 9, $9 - c = d$. Keďže tretia cifra je rovnaká ako prvá, tak to môže byť cifra od 1 po 9 a výsledkom tohto rozdielu môže byť len cifra od 0 po 8, čo znamená, že aj posledná cifra je jednoznačne daná prvou cifrou a vždy to bude cifra.

Teraz vieme, že existuje len 9 čísel, ktoré vyhovujú všetkým podmienkam o súčtoch cifier. Je to preto, že prvá cifra môže byť od 1 po 9 a všetky ostatné vieme jednoznačne dopočítať podľa prvej tak, aby číslo spĺňalo podmienky. Žiadne z týchto čísel sa nám neopakuje (určite sa líšia v prvej cifre) a každé z nich existuje (pri počítaní ostatných cifier dostaneme len cifry). Tak si ich všetky vypíšme (budeme dosadzovať prvú cifru od 1 po 9 a ostatné dopočítame tak, aby vyhovovali podmienkam): 1918, 2827, 3736, 4645, 5554, 6463, 7372, 8281, 9190.

Tak a už stačí len overiť deliteľnosť 7, tejto podmienke vyhovujú čísla 1918 a 8281. Čo sú jediné čísla vyhovujúce všetkým podmienkam v zadaní. Takže kód môže byť 1918 alebo 8281.

Komentár: Táto úloha bola veľmi jednoduchá a preto sa hodnotilo hlavne vaše zdôvodnenie a postup pri riešení. Všetky riešenia sa uberali touto cestou (najprv nájsť čísla vyhovujúce podmienkam o ciferných súčtoch až potom skúšať deliteľnosť 7), ktorá je prezentovaná aj ako vzorové riešenie. Najpodstatnejšie bolo aspoň stručne popísať, ako ste našli tých 9 čísel, ktoré spĺňali podmienky o súčtoch cifier a tiež zdôvodniť, že sú to všetky možnosti, čo sa podarilo len malej časti riešiteľov.

4

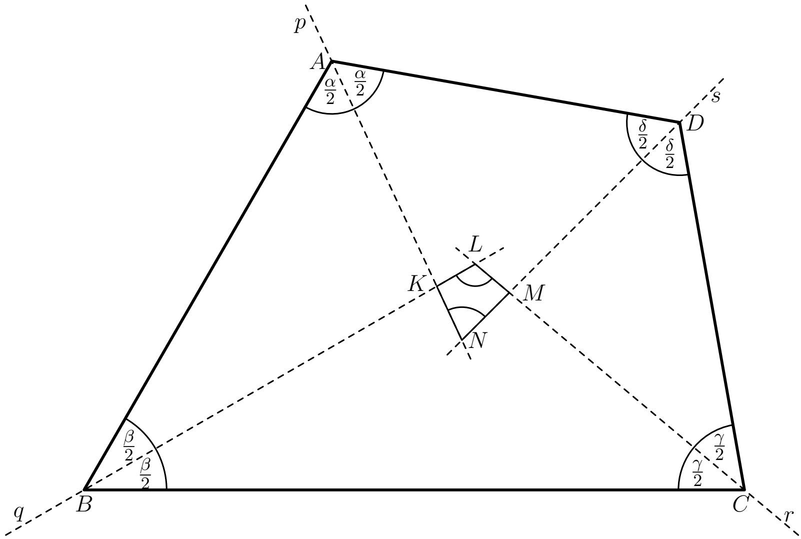
opravovali **Dáša Krasnayová** a **Marek Derňár**

najkrajšie riešenie: Ema Dučáková

32 riešení

Zadanie: Jeden zo šialených výtvorov bol aj na stene Karcinogénovho prístrešku. Vyzeral ako štvoruholník $ABCD$. Zostrojme postupne osi vnútorných uhlov pri vrcholoch A, B, C, D a označme tieto priamky p, q, r, s. Nech $K = p \cap q$, $L = q \cap r$, $M = r \cap s$ a $N = s \cap p$. (To znamená, že bod K je miestom, kde sa pretnú priamky p a q, bod L miestom, kde sa pretnú priamky q a r, bod M je tam, kde sa pretnú r a s a bod N tam, kde sa pretínajú s a p.) Zistite, aký je súčet protiľahlých uhlov v štvoruholníku $KLMN$ a svoju odpoveď poriadne zdôvodnite.

Riešenie: V prvom rade vieme povedať, že štvoruholník určite nemôže byť štvorec ani kosoštvorec, pretože vtedy sa všetky osi pretnú v jednom bode. Uvažujme o všeobecnom štvoruholníku $ABCD$. Vnútorné uhly štvoruholníka $ABCD$ môžeme postupne označiť ako α, β, γ a δ.



Osi delia tieto uhly presne na polovicu, čiže veľkosti vzniknutých uhlov budú postupne $\frac{\alpha}{2}$, $\frac{\beta}{2}$, $\frac{\gamma}{2}$ a $\frac{\delta}{2}$ (tak ako na obrázku). Teraz si môžeme si všimnúť trojuholník BLC. Keďže súčet vnútorných uhlov v každom trojuholníku je 180°, tak

$$|\sphericalangle BLC| = 180° - \frac{\beta}{2} - \frac{\gamma}{2}.$$

Takisto z trojuholníka *DNA* vieme určiť

$$|\sphericalangle DNA| = 180^\circ - \frac{\alpha}{2} - \frac{\delta}{2}.$$

Teraz vieme ich súčet napísať ako

$$|\sphericalangle BLC| + |\sphericalangle DNA| = 180^\circ - \frac{\beta}{2} - \frac{\gamma}{2} + 180^\circ - \frac{\alpha}{2} - \frac{\delta}{2} = 360^\circ - \frac{\alpha+\beta+\gamma+\delta}{2}.$$

Každému je určite dobre známa vlastnosť, že súčet vnútorných uhlov v každom štvoruholníku je 360°. Súčet uhlov je teda

$$|\sphericalangle BLC| + |\sphericalangle DNA| = 360^\circ - \frac{360^\circ}{2} = 180^\circ.$$

Taký istý je aj súčet druhých dvoch uhlov, pretože súčet uhlov v štvoruholníku *KLMN* je 360° a ak odrátame veľkosť prvej dvojice uhlov, dostaneme opäť 180°.

Komentár: Úloha vám nerobila veľké problémy a väčšinou ste ju správne vyriešili. Častokrát ste však pre jednu dvojicu protiľahlých uhlov zdôvodnili, že súčet ich veľkostí je 180°, ale druhú dvojicu ste ani nespomenuli. Hodilo by sa však spomenúť, že aj súčet veľkostí druhej dvojice protiľahlých uhlov je 180°. Tentokrát sme však za to body nestrhávali.

5 opravovali **Dano Till** a **Robčo Tóth**

najkrajšie riešenia:

32 riešení

Zadanie: Hierarchia bojovníkov je naozaj veľmi zložitá. Ku každému bojovníkovi *A* existuje iný bojovník *A′*, ktorý hovorí pravdu v tie dni, keď *A* klame. Ku každým dvom bojovníkom *A* a *B* existuje bojovník *C*, ktorý hovorí pravdu vo všetkých dňoch, keď *A* a *B* súčasne hovoria pravdu a nikdy inokedy. Vraví sa, že nikto z bojovníkov nehovorí pravdu počas všetkých dní. Je táto povera pravdivá? Svoje riešenie nezabudnite poriadne zdôvodniť.

Riešenie: Ak si zoberieme ľubovoľného bojovníka A, tak existuje bojovník A' (podľa prvej podmienky), ktorý hovorí vždy opak toho, čo hovorí A (alebo aj: A' je „negáciou“ bojovníka A). Vezmime si teda dvoch takých bojovníkov, Jožka (A) a Ferka (A´). Podľa druhej podmienky, ak si zoberieme ľubovoľných dvoch bojovníkov A a B, tak existuje bojovník C, ktorý hovorí pravdu iba v tie dni, keď A a B obaja vravia súčasne pravdu. Keďže sú ľubovoľní, podmienka musí platiť aj pre dvojicu Jožko a Ferko. Ale Jožko (A) a Ferko (A') nikdy nehovoria pravdu v ten istý deň, teda k nim existujúci vojak C (podľa druhej podmienky) nikdy nehovorí pravdu, takže C každý deň klame. Potom ale existuje bojovník C' (podľa prvej podmienky), ktorý je každý deň protikladom bojovníka C, teda C' hovorí každý deň pravdu. Ukázali sme, že určite existuje bojovník, ktorý stále hovorí pravdu. Povera je teda nepravdivá.

Komentár: Sme si vedomí, že úloha bola pre vás náročnou, o čom svedčí aj bodové ohodnotenie. Určite to bolo do značnej miery spôsobené jej „stredoškolským " zadaním, alebo aj celkovou štruktúrou problému. Keď už nič iné, aspoň sme vás donútili kuknúť sa na vzorák. Takže v čom bola táto úloha iná? V prvom rade by ste si mali všimnúť, že kým vo väčšine úloh s klamármi a pravdovravcami sa narába s konkrétnym počtom ľudí (napríklad traja klamári, dvaja pravdovravci a tak...), tu tých ľudí môže byť ľubovoľne veľa, dokonca až nekonečne.

V druhom rade ste si všetci vysvetlili písmená A, B a C ako nejaký druh bojovníkov. To však nebolo nikde spomenuté a toto označenie bolo použité výlučne na to, aby charakterizovalo vzťahy medzi ľubovoľnými bojovníkmi. Teda ak poviem, že k bojovníkom A a B existuje bojovník C s nejakou vlastnosťou, neznamená to, že mám tri druhy bojovníkov, ale to, že ak si vezmem ľubovoľných dvoch bojovníkov, viem k nim nájsť tretieho s vlastnosťou odvíjajúcou od týchto konkrétnych dvoch.

A do tretice to najdôležitejšie. Ak hľadáte bojovníka s konkrétnou vlastnosťou, nestačí, keď prehlásite, že v zadaní nie je nič, čo by odporovalo jeho existencii, teda určite tam taký je. To je rovnaké ako: „Mamka mi nepovedala aby som neolizoval zástrčku, takže to určite nie je nebezpečné." Vašou úlohou bolo jasnými argumentmi opravovateľa presvedčiť o existencii aspoň jedného bojovníka s požadovanou vlastnosťou. Nezúfajte, že nemáte body, dôležité je, aby ste si odniesli niečo do budúcna (napríklad aj do riešenia STROMu).

6 opravovali **Radka Masloviaková** a **Janka Baranová**

najkrajšie riešenia: Mlenka Krejčíová, Viki Valachová

35 riešení

Zadanie: Do tabuľky 3×3 treba doplniť navzájom rôzne prirodzené čísla tak, aby sa súčet čísel v každom riadku, stĺpci aj uhlopriečke rovnal 47. Ako to treba urobiť? Svoje riešenie dôkladne zdôvodnite.

Riešenie: Táto úloha sa dá riešiť viacerými spôsobmi, ale všetky sú viac-menej podobné. Rozdiel je len v tom, ktoré políčka dopočítame a ako to porovnáme. Do tabuľky vpíšeme tri čísla, označme ich a,b,c (prirodzené čísla). Konkrétne tak, aby sme ostatné políčka vedeli pomocou nich vyjadriť (zo súčtov v riadkoch, stĺpcoch a uhlopriečkach). Tých možností je viacero, ukážeme si jednu z nich:

a	b	
	c	

Keďže súčet čísel v každom riadku, stĺpci aj uhlopriečke musí byť 47, vieme tabuľku trochu podoplňať:

a	b	$47-a-b$
	c	
x	$47-b-c$	$47-a-c$

(podľa horného riadku, stredného stĺpca a uhlopriečky)

Ľavý dolný roh (označme si ho x) teraz vieme doplniť dvoma spôsobmi, a to podľa riadku (dolného) a podľa uhlopriečky. Podľa riadku si x vyjadríme takto:

$x = 47 - (47 - b - c) - (47 - a - c)$

$x = a + b + 2c - 47$

A takéto je vyjadrenie x podľa uhlopriečky:

$x = 47 - (47 - a - b) - c$

$x = a + b - c$

Keď si dáme tieto dve rovnice do rovnosti, dostaneme takéto niečo:

$a + b + 2c - 47 = a + b - c$

$3c = 47$

$c = \frac{47}{3}$

Číslo c nám teda vyšlo $\frac{47}{3}$, čo nie je prirodzené číslo, ako podmienka jasne určuje. Z toho vyplýva, že táto úloha nemá riešenie.

Komentár: Väčšina z vás úlohu bravúrne zvládla. Niektorí z vás síce tušili, že úloha nebude mať riešenie a taktiež, že to súvisí s tým, že 47 nie je deliteľné 3, no nevedeli to ukázať, čo je veľká škoda. Niektorí využívali, že je to klasický magický štvorec (to znamená, že v štvorci $n * n$ sú čísla od 1 po n^2), čo ale nie je pravda. Mrzí ma, že niektorí využívali nejaké „finty“ pre magické štvorce, ktoré ale nedokázali, preto museli ísť body dole. Dúfam, že vám čítanie tohto vzorového riešenia niečo dalo a nabudúce už nebudete mať problém s podobnou úlohou.

Zadania 2. série úloh

Úlohy pošlite najneskôr **3. mája 2010**

„Čo do kloaky budeme teraz robiť?“ bezradne sa spytuje Blackzilla svojich druhov potom, čo zistili, že Karcinogén neklamal a v slepom čreve sú naozaj tisíce vojakov - vírusov. „Ako prvé vyberieme tých prekliatych nanobotov z vašich tiel a potom...“ „A potom nám zostáva 24 hodín na zlikvidovanie tohto šialenstva“ , dokončil T.J. Tech N9ne-ovu vetu.

Úloha 1. *Čas ich riadne tlačil, a preto si potrebovali kúpiť niečo poriadne rýchle s čím by sa po tele pohybovali. Všetci traja sa teda zložili na Porsche Nervový Vzruch. Peňažný vklad, ktorý každý z nich dal, neprevyšoval polovicu súčtu vkladov, ktoré dali zvyšní dvaja. Koľko eur dal každý z nich, keď Porsche stálo 60 eur? Svoje riešenie poriadne zdôvodnite.*

Vedeli, že okrem rýchlosti budú potrebovať poriadnu muníciu na zničenie liahne, no ich vlastné zbrane boli nepoužiteľné. Chceli niečo zohnať od Karcinogéna, no ten na nich vyletel: „To si myslíte, že keď robím graffiti, tak som nejaký kriminálnik s tonou výbušnín vo vreckách?! To, že sa človek vyjadruje ináč než slovne, vaše tupé ribozómy nemôžu pochopiť? Sa uvedomte chlapci!!!“ A Karcinogén odkráčal preč vrcholne vytočený. Nezostalo im nič iné, ako sa obrátiť na podsvetie a to priamo na rodinu Toxínovcov.

Úloha 2. *Najprv však museli nájsť ich sídlo (konkrétne číslo domu) a preto si odchytili dve podozrivo vyzerajúce bunky. Bohužiaľ to boli notorický pravdovravec a notorický klamár, takže sa to trošku skomplikovalo. Pravdovravec a klamár si spolu vybrali jednu cifru (číslo domu, ktoré my nepoznáme). Na koľko najmenej otázok ju vie Tech N9ne zistiť bez použitia násilia, ak sa vždy pýta len jedného z nich a nevie, ktorý z nich je klamár (vždy klame) a ktorý z nich je pravdovravný (vždy hovorí pravdu). Na otázky odpovedajú len áno a nie. Zdôvodnite.*

„Chlapci, už nám zostáva len 13 hodín...“ , konštatuje Tech N9ne po tom, čo zistil, kde bývajú Toxínovci. Nikomu z nich nebolo po vôli žiadať ich odvekých nepriateľov o službu, no museli konať rýchlo.

Úloha 3. *Naskočili do svojho Porsche a poriadne to rozpeckovali rovnomernou (stále rovnakou) rýchlosťou. V istom okamihu si T.J. všimol kilometrovník (značku s číselným údajom o počte kilometrov prejdených od začiatku cesty) s dvojciferným číslom. Presne po polhodine zazrel T.J. ďalší kilometrovník, ktorý mal rovnaké číslice, avšak mali vymenené poradie. Presne po ďalšej polhodine zazreli ďalší kilometrovník, ktorý mal tentokrát čírou náhodou rovnaké číslice ako ten prvý (videný pred hodinou), avšak medzi nimi bola ešte nula. Akou rýchlosťou si to rozpeckovali?*

„Stojte, vy vymyté cytoplazmy!!!“ - zareval na nich Karcinogén. „Bezomňa by ste nedošli ani k plotu a už by ste boli mŕtvi.“ Tech N9ne už naozaj nevedel, čo si myslieť. Veď tento tvor menil nálady častejšie než hlavná herečka v telenovele. „Čo také nám chceš povedať tentoraz?“ spýtal sa ho. Dostalo sa im dlhej prednášky a jej stručným zhrnutím by bolo, že ak chcú pred Toxínovcov dôjsť živí a niečo aj získať, musia pracovať v utajení a preoblečení, aby ich nespoznali.

Úloha 4. *Karcinogén ich poveril úlohou preobliecť sa, aby vyzerali ako poriadni gangstri. Každý z nich si mal ušiť čierny oblek z látky v tvare pravidelného šesťuholníka ABCDEF, ktorý má obsah 6 cm*^{2}*. Vypočítajte obsah trojuholníka ACE.*

Po rýchlom školení, ako byť gangstrom, a keď už mal každý z nich čierny oblek, čierne okuliare a čiernu myseľ, sa mohli o niečo pokúsiť. Keďže už na pohľad to boli páni, cez ochranku prešli hladko. Dostali sa až ku samotnej hlave rodiny, kde povedali peknú rozprávku o tom, ako si len tak chcú vyhodiť slepé črevo do vzduchu, veď aj tak je zbytočné. Akurát že nemajú dosť výbušnín. „Už len 5 hodín...“ - pošepkal ticho Blackzilla. V tom sa šéf šéfov veľký Toxín rozhodol, že podporí ich projekt rozvoja chaosu v tele, ak si s ním zahrajú jednu hru a vyhrajú.

Úloha 5. *Hra je určená pre dvoch gangstrov. Prvý gangster povie ľubovoľné prirodzené číslo nie väčšie ako 10. Druhý gangster pripočíta k tomu číslu prirodzené* *číslo od 1 do 10 a oznámi súčet. Prvý gangster zase pripočíta k tomuto súčtu ľubovoľné prirodzené číslo nie väčšie ako 10 a oznámi nový súčet. Potom pokračuje druhý gangster atď. Vyhráva ten, ktorý prvý dosiahne 100. Ako je možné zabezpečiť si víťazstvo?*

Po zdĺhavom boji predsa len dosiahli súčet 100, čím získali potrebné množstvo výbušnín. Zostávala im už len hodina. Naskočia do auta a upaľujú po celom tele. Už len pol hodina - zabočujú do slepého čreva. Posledných 10 minút už rozostavujú výbušniny, pomaly sa začínajú noví bojovníci drať na povrch. A zrazu práááááááááááááááááááááááááááááááááááásk. Zem sa zrazila s meteoritom o veľkosti Európy a roztrhalo ju na kusy - všetok život zomrel.

Úloha 6. *Na kúsky Zeme, ktoré len tak za sebou poletujú vo vesmíre, si napíšeme čísla 1,2,...,10 v nejakom poradí a ku každému pripočítame jeho poradie. Dokážte, že aspoň v dvoch z týchto čísiel vystupuje na konci tá istá cifra.*

Poradie po 1.sérii

PS je súčet bodov za predchádzajúce série, **1–6** sú body za jednotlivé úlohy a **CS** je celkový súčet bodov.

Poradie	Meno	Trieda	Škola	PS	1	2	3	4	5	6	PCS
1. – 2.	Samuel Sládek	Sekunda A	GMierNO	0	9	9	9	9	-	9	54
	Dorota Jarošová	Tercia	GAlejKE	0	9	9	9	9	0	9	54
3.	Katarína Krajčiová	Tercia	GAlejKE	0	9	9	9	7	0	9	52
4. – 5.	Martin Rapavý	Kvarta A	GAlejKE	0	9	9	9	9	1	9	46
	Patrik Turzák	9. A	ZKro4KE	0	9	9	9	9	1	9	46
6.	Miroslav Stankovič	9. A	ZKro4KE	0	9	9	9	9	0	9	45
7.	Vladislav Vancák	Kvarta B	GAlejKE	0	9	8	9	9	0	9	44
8.	Alexander Ténai	Tercia	GAlejKE	0	8	1	9	8	-	8	43
9.	Ján Jursa	9. A	ZKro4KE	0	9	9	5	9	1	9	42
10. – 13.	Peter Micek	9. A	ZKro4KE	0	7	9	9	9	0	7	41
	Daniel Ondra	9. A	ZKro4KE	0	9	8	9	9	0	6	41
	Filip Stripaj	9. A	ZKro4KE	0	9	9	5	9	0	9	41
	Jaroslav Hofierka	9. A	ZgenSvBJ	0	9	8	8	9	1	6	41
14.	Martina Oravcová	9. A	ZBe16KE	0	9	9	5	9	-	8	40
15.	Lukáš Prokein	9. A	ZBrusKE	0	8	9	4	9	-	9	39
16.	Viktória Valachová	9. A	ZMarkSN	0	9	1	9	9	1	9	38
17.	Magdaléna Krejčíová	Kvarta A	GTataPP	0	9	9	9	-	-	9	36
18.	Ema Dučáková	8. A	ZKomePP	0	6	8	5	9	2	2	32
19.	Michal Kuc	9. A	ZBrusKE	0	6	9	5	8	0	2	30
20.	Michal Cechlár	7. B	ZSlobKE	0	0	8	5	2	-	5	28
21.	Boris Flaška	7. B	ZSlobKE	0	5	7	5	-	-	2	26

Poradie	Meno	Trieda	Škola	PS	1	2	3	4	5	6	PCS
22.	Martin Palčo	7. B	ZSlobKE	0	0	7	5	2	0	4	25
23. – 25.	Roman Pivovarník	Kvarta A	GMudrPO	0	9	-	9	-	0	6	24
	Matúš Čirip	Kvarta A	GMudrPO	0	9	1	5	9	0	-	24
	Barbora Kompišová	Kvarta A	GTataPP	0	9	8	7	-	-	-	24
26. – 27.	Peter Berezňanin	7. B	ZSlobKE	0	2	7	5	-	-	2	23
	Štefan Krištof	Tercia B	GDuklPO	0	7	1	7	-	0	1	23
28.	Oliver Koreň	8. A	ZKro4KE	0	6	4	5	2	0	2	21
29. – 31.	Monika Jendrálová	8. B	ZSkolSŠ	0	5	8	5	0	0	0	18
	Tomáš Dratva	9.	ZJPavlKE	0	9	-	9	-	0	-	18
	Cyntia Bisztránszká	9.	ZSkoSnB	0	9	-	9	-	0	-	18
32.	Ivana Jakubčáková	7. A	ZKomePP	0	2	1	5	1	0	3	17
33.	Samuel Černík	9. A	ZKro4KE	0	-	8	8	-	-	-	16
34.	Diana Ďurišová	7. A	ZKomePP	0	2	1	5	-	0	2	15
35. – 39.	Marianna Vernarská	8. A	ZSkolSŠ	0	2	8	4	0	0	0	14
	Klaudia Stanková	8. B	ZSkolSŠ	0	2	8	4	0	0	0	14
	Vanesa Kubičárová	8. B	ZSkolSŠ	0	2	8	4	0	0	0	14
	Zuzana Marcinová	9.	ZKo12SO	0	9	-	5	-	0	-	14
	Dominik Benko	8. A	ZKro4KE	0	9	-	5	-	-	-	14
40. – 41.	Anton Gromóczki	8. A	ZStanKE	0	4	-	4	5	-	-	13
	Katarína Miščíková	8. A	ZKomeSB	0	6	1	4	0	0	2	13
42.	Peter Kovács	Tercia	GAlejKE	0	2	2	4	-	0	-	12
43. – 45.	Lenka Maťašová	8. A	ZKomeSB	0	1	1	5	2	-	-	9
	Florián Hatala	8. A	ZKro4KE	0	3	-	5	-	-	1	9
	Jana Cerulová	8. A	ZKro4KE	0	4	-	5	-	-	-	9
46. – 47.	Richard Husár	8. A	ZStanKE	0	-	-	8	-	-	-	8
	Marek Pravda	8. A	ZStanKE	0	1	1	3	3	0	-	8
48. – 49.	René Michal Cehlár	7. A	ZKro4KE	0	0	1	3	-	-	-	7
	Stanislav Zeman	Kvarta A	GAlejKE	0	3	4	-	0	0	0	7
50.	Diana Ivanidesová	Kvarta A	GTataPP	0	-	-	-	-	-	-	0

Za podporu a spoluprácu ďakujeme:

AGENTÚRA NA PODPORU VÝSKUMU A VÝVOJA

Korešpondenčný matematický seminár **MATIK**
Číslo 5 • Letná časť 23. ročníka (2009/10) • Vychádza 1. apríla 2010
Internet: `http://matik.strom.sk` • E-mail: `matik@strom.sk`

Vydáva: Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice 1
Internet: `http://www.strom.sk` • E-mail: `zdruzenie@strom.sk`