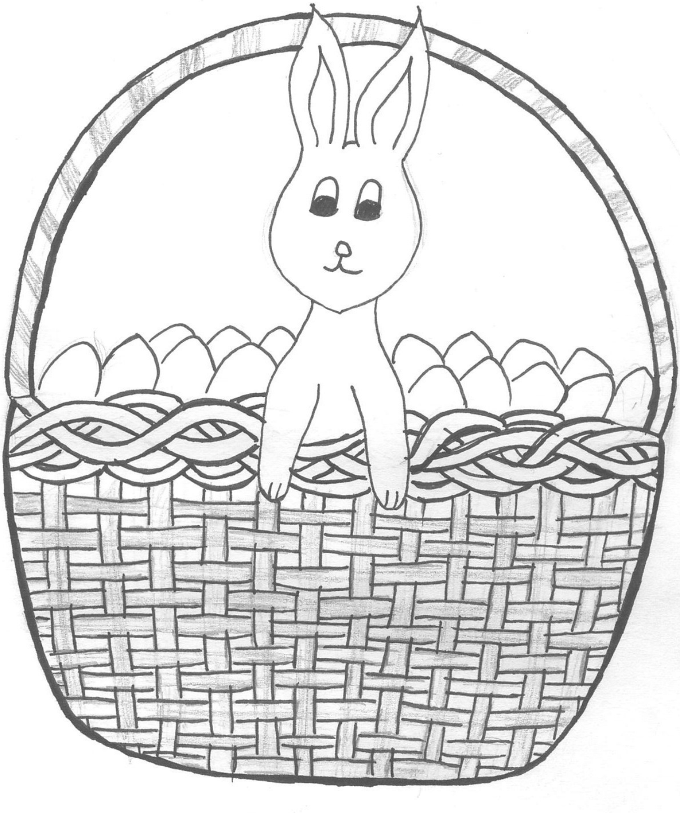
MALYNÁR

ČÍSLO 5 — ROČNÍK 28 malynar.strom.sk



Ahojte!

Takže 1. sériu už máme za sebou, riešenia sú opravené a body zrátané. No ak vás trápi nízke skóre, nezúfajte! Je tu séria číslo 2 a s ňou aj ďalšia šanca nahrabať si drahocenné bodíky. Ale ani tí na vrchole tabuľky by nemali zaspať na vavrínoch. Aj ostatní si iste brúsia zuby na pozvánky na vytúžené sústredenie, ktoré nás po 2. sérii čaká. Tak hor sa do toho a príjemné rátanie!

Vaši milovaní vedúci MALVNÁRa

Ako bude

Tábor mladých matematikov

Aj toto leto môžeš stráviť týždeň plný zábavy s kamarátmi a super vedúcimi na Tábore mladých matematikov. Môžeš sa tešiť na neopakovateľný program, zábavne podanú matiku a príjemnú spoločnosť.
TMM sa bude konať 11. - 18. augusta v Chate Radzim pri obci Vyšná Slaná a je určené pre budúcich siedmakov až budúcich druhákov na strednej škole. Kompletné informácie, ako aj prihlasovanie nájdeš na našej stránke. Nenechávaj si prihlásenie na poslednú chvíľu, lebo počet miest je obmedzený. Tešíme sa na teba.

2% z daní

Aj tento rok môžu vaši rodičia venovať 2% zo svojich daní verejnoprospešným organizáciám, ako sme my (dokonca niektorí až 3%).
Peniaze získané z 2% využívame na pokrytie časti nákladov spojených s aktivitami pre vás (kopírovanie časopisov, poštovné, ceny na súťažiach, aktivity na sústredeniach...).
Chceme vás preto poprosiť, aby ste rodičom, členom svojej blízkej aj vzdialenej rodiny, susedom a pokojne aj cudzím ľuďom na ulici porozprávali o našich aktivitách a poprosili ich, aby svojou troškou podporili našu dobrovoľnícku činnosť a pomohli tým skupine mladých cieľavedomých ľudí zabezpečujúcich chod týchto úžasných seminárov, ktoré tak zbožňujete. Porozprávajte im, čo pre vás znamená sústredenie, čo vám dáva riešenie úloh seminára, a vysvetlite im, že takto podporia aj váš rozvoj a prispejú k zmysluplnému tráveniu vášho voľného času.
Potrebné informácie o tom, ako darovať 2%, nájdete na stránke nášho združenia `https://zdruzenie.strom.sk/sk/zdruzenie/2percenta/` a radi vám odpovieme na ľubovoľné otázky ohľadom našej podpory aj mailom na `info@strom.sk`.
Ďakujeme!

Vzorové riešenia 1. série úloh letného semestra

1 opravovali **Gabča Genčiová** a **Martin Šalagovič**
najkrajšie riešenie: Žofka Bartová

85 riešení

Zadanie
Na zozname boli zapísaní (nie nutne v tomto poradí) Adam, Barča, Cyril, Dory, Ema a Fred. Každý z nich povedal jeden pravdivý výrok:
Adam: „Som zapísaný v prvej polovici zoznamu.“
Barča: „Moje poradové číslo je o jeden menšie, ako má Dory.“
Cyril: „Nie som posledný.“
Dory: „Ema nie je v druhej polovici zoznamu.“
Ema: „Mám párne poradové číslo.“
Fred: „Moje poradové číslo na zozname je menšie, ako má Adam.“
Zistite, v akom poradí boli súrodenci zapísaní na sprchovacom zozname, ak vieme, že na každom mieste môže byť zapísaný len jeden. Nájdite všetky možnosti a odôvodnite, že iné nie sú.

Riešenie
Z Dorynho výroku vieme, že Ema sa nachádza v prvej polovici zoznamu, a teda na prvých troch miestach. Podľa Emy vieme, že je na párnej pozícii. Z prvých troch miest je iba druhé miesto párne.
Ema je druhá.
Adam je zapísaný v prvej polovici zoznamu. Fredovo poradové číslo je menšie ako Adamovo, čiže sa na zozname nachádza nad ním, a teda tiež musí byť v prvej polovici zoznamu. V nej nám ostalo iba prvé a tretie miesto. Fred musí byť nad Adamom.
Fred je prvý.
Adam je tretí.
Barča o sebe tvrdí, že jej poradové číslo je o jeden menšie, ako má Dory. Dory sa nachádza na zozname za Barčou. Keby bola Barča posledná, Dory by sa už nemohla za ňou nižšie nachádzať. Zo zadania vieme, že posledný nemôže byť ani Cyril a Fredovo, Emino a Adamovo miesto už vieme.
Posledná môže byť iba Dory, je teda šiesta.
O Barči už vieme, že jej poradové číslo je o jeden menšie ako Doryno.
Barča je piata.
Jediné miesto pre Cyrila nám ostalo štvrté.
Cyril je štvrtý.
Všetky podmienky sú splnené a nikde sme nemali dve možnosti doplnenia osoby k miestu, je to teda jediná možnosť.

Komentár

Je super, v akom veľkom počte ste si poradili s touto úlohou na 9 bodov. Pri čítaní úlohy si dávajte pozor na to, ako znie zadanie. Nezabudnite, že bolo dôležité dokázať, že ste našli všetky možnosti a iné nie sú. Pár z vás si aj zle prečítalo výroky a pracovalo s inými. Aj preto je dobré si zadanie prečítať kľudne viackrát. Pri svojich riešeniach sa nestačilo odvolávať na výrok jedného zo súrodencov, ale bolo dôležité spomenúť, čo z neho vyplýva.

2 opravovali **Vraťo Madáč** a **Janči Richnavský**

najkrajšie riešenie: Oliver Seman

68 riešení

Zadanie

Na stole sú 3 nádobky, v jednej sú červené jablká, v druhej zelené a v tretej červené aj zelené. Nádobky sú označené nápismi „červené“, „zelené“ a „červené a zelené“, avšak každá má na sebe zlý nápis. Môžete si určiť nádobku a so zavretými očami vytiahnuť jablko. Na koľko najmenej vytiahnutí jabĺk (so zavretými očami) a pozretí si ich farby vieme s istotou určiť, ako majú byť nádobky označené správne? Nezabudnite, že vopred neviete, aké jablko vytiahnete, preto rozoberte všetky možnosti.

Riešenie

Keďže všetky nápisy na nádobkách sú nesprávne, tak vieme, že v nádobke teraz označenej ako „červené a zelené“ môžu byť buď iba červené, alebo iba zelené jablká. Preto po vytiahnutí jablka z tejto nádoby určite vieme, aké jablká sú v skutočnosti vo vnútri. Preto potiahneme jedno jablko z tejto nádobky a podľa toho, aké vytiahneme, si rozdelíme riešenie na dve možnosti, ktoré môžu nastať:

- Z nádobky označenej ako „červené a zelené“ vytiahneme červené jablko. Potom vieme, že v tejto nádobke sú určite červené jablká. V zvyšných dvoch nádobkách, ktoré majú označenie „červené“ a „zelené“ musia byť nejako uložené zvyšné jablká, ostávajú nám „zelené“ a „červené a zelené“ jablká. Keďže kvôli tomu, že nápisy klamú, „zelené“ nemôžu byť v nádobke s nápisom „zelené“, tak musia byť v nádobke označenej ako „červené“. Ostávajú nám „červené a zelené“, ktoré musia byť v poslednej nádobke, a teda v nádobke označenej ako „červené“.

- Z nádobky označenej ako „červené a zelené“ vytiahneme zelené. Potom vieme, že v tejto nádobke sú určite zelené jablká. V zvyšných dvoch nádobkách, ktoré majú označenie „červené“ a „zelené“ musia byť nejako uložené zvyšné jablká, ostávajú nám „červené“ a „červené a zelené“ jablká. Keďže „červené“ jablká nemôžu byť v nádobke s nápisom „červené“, tak musia byť v nádobke označenej ako „zelené“. Ostávajú nám „červené a zelené“ jablká, ktoré musia byť v poslednej nádobke, a teda v nádobke označenej ako „zelené“.

Ukázali sme, že na jedno vytiahnutie jablka z nádobky „červené a zelené“ vieme s istotou určiť správne označenia nádobiek. Je zjavné, že na nula vytiahnutí to nejde, a práve preto je 1 minimálny počet. V riešení sme rozobrali všetky možnosti, aké môžu nastať, a preto si môžeme byť istí, že tento postup bude fungovať vždy.

Komentár

To, že nápisy na nádobkách sú nepravdivé, mnoho z vás nevzalo do úvahy, pri čom je to informácia, ktorá nám hovorí viac ako sa mohlo zdať. Preto ste potom ťahali jabĺk viac ako bolo potrebné. Nezanedbateľný počet z vás riešil úlohu spôsobom, v ktorom sme potrebovali „šťastie“ alebo „náhodu“. Pri takých úlohách, kde hľadáme všeobecné riešenie, musíme nájsť taký postup, ktorý nás ku správnemu výsledku dovedie vždy, nielen ak budeme mať spomínané „šťastie“.

3

opravovali **Róbert Sabovčík** a **Michal Masrna**
najkrajšie riešenie: Teodor Malaschitz

70 riešení

Zadanie Pole má tvar trojuholníka ABC. Uhol pri vrchole C je $40°$. Osi uhlov pri vrcholoch A a B sa pretnú v bode D. Aký veľký je uhol ADB? Úlohu riešte všeobecne a bez rysovania.

Riešenie

Označme si uhol CAB ako α, ABC ako β a BCA ako γ. Vieme, že $\gamma = 40°$. Keďže vieme, že súčet veľkostí uhlov v trojuholníku je $180°$, tak vieme, že $\alpha + \beta = 180° - 40° = 140°$. Vieme, že osi uhlov delia uhly na polovicu, a teda že platí, že uhol $DAB = \frac{\alpha}{2}$ a $ABD = \frac{\beta}{2}$. Rovnicu $\alpha + \beta = 140°$ vydelíme 2 a dostaneme $\frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2} = 70°$. Pozrime sa teraz na trojuholník ABD. Aj v ňom musí byť súčet vnútorných uhlov $180°$. Vieme už, že súčet $DAB + ABD$ je $70°$, a teda si veľkosť uhla ADB dopočítame ako $180° - 70° = 110°$.

Komentár

Mnohí z vás stratili body na tom, že si zvolili iba nejakú konkrétnu hodnotu veľkostí uhlov, pre ktorú ste to dopočítali. Úlohu bolo treba riešiť všeobecne. Taktiež si treba dávať pozor na to, aby ste poriadne a exaktne popísali svoj postup tak, aby bolo zjavné, prečo platí to, čo tvrdíte.

4

opravovali **Timka Szöllősová** a **Maťo Spišák**
najkrajšie riešenie: Evka Krajčiová, Michal Vodička

77 riešení

Zadanie

Na stole je položená klasická hracia kocka (súčet čísel na protiľahlých stenách je 7). Pri stole sedí 5 Fredových súrodencov, z ktorých všetci vidia práve 3 steny kocky.

Fred im položil otázku: Aký je súčet čísel na stenách, ktoré vidíte? Dostal od nich takéto odpovede: Anita – 7, Blahoslav – 9, Ctibor – 10, Dobroslav – 14, Eugen – 15, avšak jeden z nich nevie počítať. Kto to je? Nezabudnite vysvetliť, prečo práve on.

Riešenie

Každé dieťa videlo práve tri strany kocky, nikto nemohol vidieť dve steny, čo ležia oproti sebe, takže každý videl práve jedno číslo z každej dvojice 1+6, 2+5 a 3+4. Vypíšme si všetky možnosti ako vieme zvoliť tieto trojice, a poznačíme si, kto povedal daný súčet:

$$1 + 2 + 3 = 6 \text{ – to nevidel nikto}$$

$$1 + 2 + 4 = 7 \text{ – toto videla Anita}$$

$$1 + 5 + 3 = 9 \text{ – videl Blahoslav}$$

$$1 + 5 + 4 = 10 \text{ – videl Ctibor}$$

$$6 + 2 + 3 = 11 \text{ – nevidel nikto}$$

$$6 + 2 + 4 = 12 \text{ – nevidel nikto}$$

$$6 + 5 + 3 = 14 \text{ – videl Dobroslav}$$

$$6 + 5 + 4 = 15 \text{ – videl Eugen}$$

Deti teda videli postupne súčty $1 + 2 + 4$, $1 + 5 + 3$, $1 + 5 + 4$, $6 + 5 + 3$ a $6 + 5 + 4$. Všimnime si, že každé z čísel 1,3,4 a 6 sa nachádza aspoň v dvoch, ale najviac v troch súčtoch detí, číslo 2 má vo svojom súčte iba Anita a číslo 5 sa nachádza práve v štyroch zvyšných súčtoch. Pretože kocka je položená na stole, leží na jednej stene a číslo na nej nemohol mať vo svojom súčte nikto. Naopak, jedno z čísel je navrchu, a toto číslo by mal vidieť každý. Pretože sa mýlila práve jedna osoba, tak jedno z čísel sa bude nachádzať v aspoň štyroch súčtoch. My sme zistili, že číslo 5 sa nachádzalo v súčtoch Blahoslava, Ctibora, Dobroslava a Eugena a nemala ho vo svojom súčte Anita. Čislo 5 teda bude na vrchu kocky, a mýlila sa Anita.
Ešte môžeme doplniť, že ak je na vrchu 5, tak na spodku musí byť 2 a toto číslo teda nemohol vidieť nikto. Anita ho však mala vo svojom súčte, čo nám ešte raz potvrdí to, že sa mýlila práve ona.

Iné riešenie (menej skúšania možností):

Uvedomme si, že keďže kocka je položená na stole, tak jednu zo stien nemôže vidieť nikto. Taktiež je nemožné, aby jeden človek videl obidve z ľubovoľnej dvojice protiľahlých stien. Každý teda vidí trojicu stien, ktoré majú všetky práve jeden spoločný vrchol, a nutne každý vidí vrchnú stenu. Existujú 4 dvojice bočných stien, ktoré môžeme vidieť, každá s iným súčtom.
Každá bočná stena susedí s dvoma bočnými stenami, takže ak každý z tejto štvorice videl inú dvojicu bočných stien, tak každú bočnú stenu do svojho súčtu zarátali

práve dvaja z tejto štvorice. Každý z nich videl vrchnú stenu, a tak môžeme súčet súčtov tejto štvorice ľudí vyjadriť v závislosti na vrchnej stene takto:

$$S = 4 \cdot v + 2 \cdot 2 \cdot 7 = 4 \cdot v + 28,$$

kde v je hodnota na vrchnej stene, každá dvojica protiľahlých stien má súčet 7, sú dve rôzne také dvojice a každá bola zarátaná dvakrát. Všimnime si, že tento súčet je deliteľný 4.
Z 5 detí môžeme do hľadanej štvorice vybrať 4 z nich piatimi spôsobmi, a spočítame súčet súčtov každej štvorice:

$$\begin{aligned} S &= 7 + 9 + 10 + 14 = 40, \\ S &= 7 + 9 + 10 + 15 = 41, \\ S &= 7 + 9 + 14 + 15 = 45, \\ S &= 7 + 10 + 14 + 15 = 46, \\ S &= 9 + 10 + 14 + 15 = 48. \end{aligned}$$

Z týchto súčtov sú deliteľné 4 iba prvý a posledný, preto vieme, že nesprávny súčet bol buď 15 alebo 7 (čísla, ktoré sa nevyskytujú v prvej alebo piatej rovnosti). Potrebujeme zistiť, ktorý z týchto súčtov mohol niekto vidieť a ktorý nie. Pre $S = 40$ a $S = 48$ dopočítame hodnotu na vrchnej kocke:

$$\begin{aligned} S = 40 \Rightarrow v &= \frac{40 - 28}{4} = \frac{12}{4} = 3, \\ S = 48 \Rightarrow v &= \frac{48 - 28}{4} = \frac{20}{4} = 5. \end{aligned}$$

Súčet 15 na 3 stenách kocky je možné získať iba ako $4 + 5 + 6$, súčet 7 môžeme dostať iba ako $1 + 2 + 4$. Vidíme, že žiadny z týchto súčtov neobsahuje číslo 3, čo znamená, že 3 nemohlo byť číslo na vrchnej stene. Z toho dôvodu nevyhovuje ani $S = 7 + 9 + 10 + 14 = 40$, a preto Anita nemohla narátať súčet 7 a musela sa zmýliť práve ona.

Komentár

Väčšina z vás pri riešení postupovala skúšaním možností súčtov na stranách kocky, a správne odôvodnili, že v týchto súčtoch hľadá buď číslo, ktoré sa vyskytuje v štyroch súčtoch, alebo číslo, čo sa vyskytuje iba v jednom. Niektorí z vás ste sa snažili vypisovať rôzne možnosti otočenia kocky, ale nie vždy ste ich vypísali všetky, a za to sme vám často museli strhnúť body. Takže nabudúce pozor, že ak vypisujete možnosti, treba ich naozaj všetky.

5 opravovali **Kel Hricová** a **Samo Krajči**

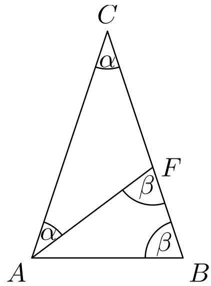
najkrajšie riešenie: Nikto :(

49 riešení

Zadanie

V trojuholníku ABC platí $|AC| = |BC|$. Na úsečke BC je bod F taký, že $|AB| = |AF| = |FC|$. Nájdite hodnoty vnútorných uhlov trojuholníka ABC. Úlohu riešte všeobecne a bez rysovania.

Riešenie



Keďže ACF je rovnoramenný trojuholník, tak uhly CAF a ACF sú rovnaké. Označme ich α. Trojuholník AFB je tiež rovnoramenný a teda uhly ABF a BFA sú rovnaké, označme ich β. Trojuholník ABC je tiež rovnoramenný a teda uhly ABC a BAC sú rovnaké, teda sú β. To znamená, že trujuholníky ABC a BFA sú podobné, pretože majú dva rovnaké uhly. Z toho vyplýva, že uhly FAB a ACB sú rovnaké, čiže uhol FAB je α. Teraz sa pozrime na uhol BAC. Vieme, že sa skladá z uhlov FAB a CAF a tiež, že má veľkosť β, teda vieme, že $2\alpha = \beta$. No a keďže v trojuholníku ABC máme uhly β, β a α a ich súčet je 180°. To znamená, že $5\alpha = 180°$, a teda $\alpha = 36°$. No a teda uhly v trojuholníku ABC sú 36°, 72° a 72°. Avšak pri tomto postupe sme vychádzali z toho, že nejaké trojuholníky FAB a AFC existujú. To však nemusia, ak F je buď v bode C, alebo v bode B. Takže musíme vyriešiť aj tieto dva prípady.

Ak $F = C$, tak úsečky AF a FC zrejme nemôžu byť rovnaké, pretože úsečka CF má nulovú dĺžku.

Ak $F = B$, tak úsečky AB a AF sú stále rovnako dlhé a ešte musia byť aj rovnaké ako BC, a teda trojuholník ABC musí byť rovnostranný, čiže všetky jeho uhly sú 60°.

Komentár

V úlohe sa bolo treba zamyslieť nad všetkými možnými umiestneniami bodu F na úsečke BC. Mnohí ste si či už s jedným alebo s druhým prípadom hravo poradili, avšak ani jednému riešiteľovi sa nepodarilo vyriešiť úlohu na plný počet bodov.

6 opravovali **Viki Brezinová** a **Lenka Hake**

najkrajšie riešenie: Marie Kasalová

45 riešení

Zadanie

Tatko Zajko a Mamka Zajková spoločne organizujú večierok. Pozvali štyri ďalšie manželské páry (každý manželský pár sa samozrejme navzájom pozná). Tatko Zajko a Mamka Zajková nemusia nutne poznať každého pozvaného. Na večierku si podajú ruky tie dvojice ľudí, ktoré sa nepoznajú. Potom sa Tatko Zajko každého okrem seba opýtal, s koľkými ľuďmi si podali ruku. Každý mu povedal iné číslo. S koľkými ľuďmi si podala ruku Mamka Zajková?

Riešenie

Na večierku bolo spolu 10 ľudí. Každý z nich určite pozná svojho partnera a nikto si samozrejme nepodá ruku sám so sebou. Takže každý si mohol podať ruku nanajvýš s 8 a najmenej s 0 ľuďmi. Tatko Zajko musel preto na svoju otázku dostať od deviatich opýtaných odpovede 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 a 8.
Zamyslime sa nad človekom s 8 podaniami rúk. Tento človek si určite podal ruku so všetkými ôsmimi okrem seba a svojho partnera. Teda všetci okrem jeho partnera si podali ruku aspoň s 1 človekom a jediný, kto si mohol podať ruku s 0 ľuďmi, je jeho partner. Vidíme, že jeden pár musia tvoriť ľudia s 8 a 0 podaniami rúk.
1. pár sme uzavreli, teda ďalej už budeme uvažovať len o skupine zvyšných 8 ľudí, z ktorých každý už má isté 1 podanie. Podobne ako predtým človek s 8 podaniami si aj človek so 7 podaniami rúk musel podať ruku so všetkými šiestimi v skupine okrem seba a svojho partnera. Teda jediný, kto si mohol podať ruku s práve 1 človekom je jeho partner. Vidíme, že 2. pár musia tvoriť ľudia so 7 a 1 podaním rúk.
Odmyslime si aj 2. pár a ostane nám skupina 6 ľudí, z ktorých každý už má isté 2 podania. Rovnakým spôsobom ako vyššie dospejeme k zisteniu, že jediný, kto môže mať práve 2 podania je partner človeka so 6 podaniami, keďže je to jediný človek v skupine, s ktorým si človek so 6 podaniami nepodá ruku. Našli sme 3. pár.
Pre skupinu 4 ľudí, z ktorých každý už má isté 3 podania, opäť rovnako zistíme, že práve 3 podania môže mať jedine partner človeka s 5 podaniami. To je 4. pár.
Ostali nám 2 ľudia, obaja aspoň so 4 podaniami, o ktorých naviac vieme, že musia tvoriť posledný 5. pár. Partneri sa navzájom poznajú, takže ani jeden si už s nikým ďalším ruku nepodal a obaja majú práve 4 podania. A už poznáme aj posledný pár.
Jediné číslo, ktoré sa medzi zistenými počtami podaní rúk opakuje je 4. Aby mali všetci okrem Tatka Zajka rôzny počet podaní rúk, tak si Tatko Zajko musel podať ruku s práve 4 ľuďmi. Už vieme, že jediný dvaja ľudia so 4 podaniami rúk tvoria pár. Preto, keďže si Tatko Zajko podal ruku so 4 ľuďmi, tak si aj jeho partnerka, Mamka Zajková, podala ruku so 4 ľuďmi.

Komentár

Bohužiaľ, zadanie tejto úlohy si mnohí z vás nesprávne vyložili. Pod „každý manželský pár sa samozrejme navzájom pozná“ bolo myslené, že každý manžel pozná svoju manželku a naopak, a nie to, že by sa medzi sebou poznali jednotlivé páry. A vete „Tatko Zajko a Mamka Zajková nemusia nutne poznať každého pozvaného.“ zodpovedá napríklad aj situácia, keď sú všetci na večierku pre oboch Zajkovcov neznámi, hoci v skutočnom živote by sa zdala nelogická.

Autori vzorových riešení: Jakub Genči, Žaneta Semanišinová, Florián Hatala, Peter Kovács, Martin Masrna, Kristína Mišlanová, Daniel Onduš, Zuzana Ontkovičová

Zadania 2. série úloh letného semestra

Riešenia pošlite najnekôr do **29. apríla 2019**

Úloha 1

V kruhu sedí niekoľko malých zajačikov. Prvý z nich povie: „Je nás tu 6“ a vyskočí z kruhu preč. Postupne vyskakuje z kruhu ďalší a ďalší zajačik a vždy povie: „Všetci, čo vyskočili predo mnou, klamali.“ Takto to pokračuje až kým v kruhu nebude sedieť ani jeden zajačik. Koľko zajačikov hovorilo pravdu? Nájdite všetky možnosti a svoje riešenie odôvodnite.

Úloha 2

Na papieriku stálo, že štvormiestny PIN kód od dverí je zaujímavý:

- *všetky jeho číslice sú prvočísla,*
- *1. a 2. číslica v tomto poradí vytvorí prvočíslo*
- *2. a 3. číslica v tomto poradí vytvorí prvočíslo*
- *3. a 4. číslica v tomto poradí vytvorí prvočíslo*

Na papieriku taktiež stálo, že všetky uvedené informácie sú pravdivé a po vložení správneho PINu sa dvere odomknú. Koľko existuje takých štvormiestnych čísel, ktoré by mohli byť správnym PINom od dverí? Nezabudnite odôvodniť, že ste na žiadne možnosti nezabudli.
Prvočíslo je prirodzené číslo väčšie ako 1, ktoré je deliteľné len číslom 1 a samo sebou.

Úloha 3

POZOR! Tlačiarenský škriatok zapríčinil, že úloha má v predchádzajúcich časopisoch nesprávne zadanie. Správne zadanie nájdete tu a aj na našej webovej stránke.
Obytný sektor má tvar štvorca 5×5 a každá miestnosť (štvorček 1×1) má priradené jednociferné číslo. V prípade núdze je potrebné vyfarbiť niektoré miestnosti tak, aby sa **žiadna** *hodnota miestnosti nevyskytovala medzi nevyfarbenými hodnotami v žiadnom riadku ani stĺpci viac ako 1-krát. Ďalšou podmienkou je, že vyfarbené miestnosti sa nesmú dotýkať stranou a nevyfarbené musia tvoriť súvislú plochu (v nej musia byť všetky nevyfarbené miestnosti spojené stranou).*

a) *Ukážte, že ak je v obytnom sektore 5×5 hneď vedľa seba (v jednom riadku alebo jednom stĺpci) umiestnená trojica rovnakých čísel, musia byť obe krajné miestnosti zafarbené a naopak stredná nesmie byť zafarbená. Svoje riešenie poriadne zdôvodnite.*

b) *Ukážte, že v obytnom sektore 5×5 nesmie byť číslo, ktoré by sa nachádzalo medzi dvojicou rovnakých čísel v jednom riadku alebo stĺpci, a zároveň by bolo zafarbené. Svoje riešenie poriadne zdôvodnite.*

c) *Vyfarbite štvorec na obrázku tak, aby vyhovoval podmienkam zadania. Spíšte aj postup v bodoch ako ste postupovali a prečo.*

3	2	4	4	4
5	1	5	3	2
4	4	2	5	4
1	4	5	2	3
4	5	4	1	4

Úloha 4

Vybratých 5 zajacov sa zúčastnilo turnaja. Každý s každým odohral práve jeden zápas. Za výhru získava hráč 1 bod, za remízu 0,5 bodu a za prehru 0 bodov. O turnaji vieme len to, že zajac s najvyšším počtom bodov nemal žiadnu remízu. Zajac, ktorý skončil ako druhý, žiaden zápas neprehral. A každý zo zajacov získal iný počet bodov. Koľko bodov získali jednotlivé zajace? Nájdite všetky možnosti a odôvodnite, že iné nie sú.

Úloha 5

Fred a Henry hrajú hru, v ktorej si na začiatku Henry vymyslí dvojciferné prirodzené číslo. V každom ťahu potom Fred povie Henrymu nejaké prirodzené číslo f, ktoré je väčšie ako 1. Ak je Henryho číslo násobkom Fredovho čísla f, tak Fred vyhráva. V opačnom prípade Henry odčíta Fredove číslo f od svojho aktuálneho čísla a hra pokračuje ďalším ťahom s novým číslom f. V momente, keď Henry dostane záporné číslo (číslo menšie ako 0), tak Fred prehrá. Ak je to možné, tak vymyslite ako má Fred hrať, aby vždy vyhral.

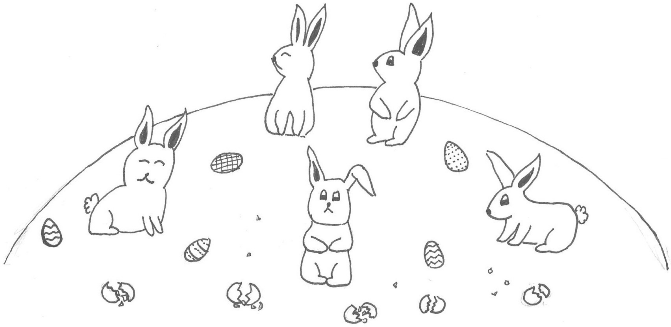
Úloha 6

Máme 3×7 mín na mínovom poli rozmietnených do tvaru štvorčekovej mriežky. Každá mína je ofarbená práve jednou z dvoch farieb. Ukážte, že nech sú míny ofarbené akokoľvek, tak v mriežke vždy existuje obdĺžnik s mínami (vrcholmi) jednej farby. Rovnakej farby musia byť len vrcholy obdĺžnika.

Poradie po 1. sérii letného semestra

Poradie	Meno a priezvisko	Ročník	Škola	1.	2.	3.	4.	5.	6.	PS	CS
1. - 4.	Richard Prikler	Z5	ZVažePO	9	9	9	9	8	9	0	**54**
	Martina Osuská	Z5	ZDrJDMA	9	9	9	9	8	9	0	**54**
	Bruno Michael Kraner	Z4	ZBajkBA	9	9	9	9	8	9	0	**54**
	Žofka Bartová	Z4	ZBajkBA	9	9	9	9	8	9	0	**54**
5. - 6.	Milan Jozef Pokorný	Z6	GJHNHTT	9	9	9	9	8	9	0	**53**
	Eva Krajčiová	Z6	GAlejKE	9	9	9	9	8	9	0	**53**
7. - 8.	Michal Vodička	Z5	ZBe16KE	9	7	9	9	8	9	0	**52**
	Alenka Bálintová	Z5	CZRZaZA	9	9	8	9	8	9	0	**52**
9. - 10.	Natália Tkáčová	Z6	ZLevoSN	9	9	9	9	8	6	0	**50**
	Teodor Malaschitz	Z4	ŠpMNDaG	9	7	9	5	8	8	0	**50**
11.	Kristína Kočišková	Z5	KSsvMPO	9	7	9	9	8	-	0	**49**
12.	Janka Urbánová	Z5	ZKro4KE	9	7	9	8	8	-	0	**48**
13. - 16.	Ľudmila Krupová	Z6	ZKro4KE	9	7	9	9	8	3	0	**45**
	Šimon Stano	Z6	EGJAKKE	9	7	9	9	8	3	0	**45**
	Oliver Seman	Z6	GAlejKE	9	9	8	9	1	9	0	**45**
	Ester Szabariová	Z6	GAlejKE	9	9	9	6	8	4	0	**45**
17.	Filip Kovács	Z5	ZMRŠHLC	9	9	8	5	8	2	0	**44**
18.	Ondrej Tóth	Z5	ZHôrky	4	9	9	9	8	-	0	**43**
19.	Radovan Milián	Z6	ZKro4KE	9	0	9	9	8	7	0	**42**
20.	Adam Adamuščín	Z3	ŠpMNDaG	8	7	8	9	-	-	0	**41**
21. - 22.	Leonard Gamba	Z6	GJHNHTT	8	7	7	9	-	9	0	**40**
	Alžbeta Kurimská	Z6	ŠsMŠGoPo	9	7	8	5	8	3	0	**40**
23. - 25.	Jakub Čaník	Z6	GAlejKE	9	9	9	9	1	2	0	**39**
	Barbora Cimráková	Z5	CZRZaZA	9	-	9	5	8	4	0	**39**
	Zina Babinská	Z6	ZMRŠHLC	9	7	5	9	8	1	0	**39**
26.	Martina Ľuptáková	Z6	ZMRŠHLC	9	9	7	5	7	1	0	**38**
27. - 28.	Michal Ferdinandy	Z5	ZPoliKE	2	8	8	9	8	0	0	**37**
	Matej Válek	Z6	ZKro4KE	8	9	9	9	1	1	0	**37**
29. - 30.	Katarína Chabová	Z6	ZLNovKE	9	3	7	9	8	-	0	**36**
	Marie Kasalová	Z4	ZMohPRA	9	9	-	-	-	9	0	**36**
31. - 33.	Richard Semanišin	Z2	ZPAngKE	8	9	-	9	-	-	0	**35**
	Matúš Zoričák	Z6	SMládPP	9	0	9	9	8	0	0	**35**
	Samuel Györi	Z5	ZKro4KE	9	0	9	9	8	-	0	**35**
34.	Juraj Stach	Z5	ZTSNPBB	8	7	2	6	8	-	0	**33**
35.	Alica Juhásová	Z6	ZKro4KE	9	0	9	9	-	3	0	**30**
36.	Richelle Andrássyová	Z6	ZKro4KE	9	0	8	9	-	3	0	**29**
37.	Lukáš Olexa	Z6	ZKomeMI	9	0	8	9	1	0	0	**27**
38. - 39.	Michaela Bodnárová	Z6	GAlejKE	9	-	5	3	8	-	0	**25**
	Nina Sluková	Z6	GAlejKE	8	0	8	1	8	0	0	**25**
40.	Nina Koščová	Z5	KSsvMPO	9	1	9	1	1	3	0	**24**
41. - 45.	Oskar Cacara	Z6	ZKro4KE	9	0	9	5	-	-	0	**23**
	Dušan Ivan	Z6	ZKro4KE	9	7	5	1	1	-	0	**23**
	Lukáš Hanes	Z6	ZKro4KE	9	0	5	9	-	-	0	**23**
	Tomáš Lang	Z5	ZOKožSN	1	0	9	9	1	2	0	**23**
	Rastislav Hrubý	Z6	GAlejKE	8	7	5	2	1	-	0	**23**
46. - 47.	Michal Berezňanin	Z6	ZStanKE	9	3	9	-	-	0	0	**21**
	Artur Pankuch	Z6	GAlejKE	9	0	9	2	1	-	0	**21**

Poradie	Meno a priezvisko	Ročník	Škola	1.	2.	3.	4.	5.	6.	PS	CS
48. - 51.	Martin Antoš	Z6	GAlejKE	8	0	6	5	1	-	0	**20**
	Anna Kuchtová	Z6	GAlejKE	9	-	8	3	-	-	0	**20**
	Michal Šarkan	Z5	ZMRŠHLC	9	-	8	3	-	-	0	**20**
	Lev Melnychuk	Z6	ZPAngKE	9	-	9	2	-	-	0	**20**
52.	Laura Kochelková	Z4	ZĎumbBB	9	-	-	1	-	-	0	**19**
53.	Marek Malejčík	Z5	ZOKožSN	9	-	-	9	-	-	0	**18**
54. - 58.	Šimon Stripaj	Z6	ZKro4KE	9	-	8	-	-	-	0	**17**
	Tomáš Daňo	Z6	ZDruzKE	9	-	0	8	0	-	0	**17**
	Ondrej Kováč	Z5	ZKro4KE	3	0	5	9	-	-	0	**17**
	Ján Štiavnický	Z5	ZKro4KE	8	0	-	9	-	0	0	**17**
	Adam Gubík	Z5	ZKro4KE	2	-	3	5	-	7	0	**17**
59.	Ivan Mikluš	Z6	ZStanKE	9	0	-	7	-	-	0	**16**
60. - 61.	Aneta Štefančínová	Z6	GJARPO	3	0	9	1	1	0	0	**14**
	Dorián Lovič	Z5	ZKro4KE	2	-	7	3	-	2	0	**14**
62. - 63.	Martin Vŕba	Z5	ZKro4KE	9	0	-	3	-	1	0	**13**
	Patrik Sliva	Z5	ZOKožSN	9	-	4	-	-	-	0	**13**
64.	Tomáš Polomský	Z5	ZKro4KE	2	0	7	3	-	-	0	**12**
65. - 67.	Alexandra Michalíková	Z6	ZKro4KE	9	-	-	-	-	2	0	**11**
	Natália Lengová	Z5	ZKro4KE	8	0	0	3	-	-	0	**11**
	Jordan S. Boiadjiev	Z5	ZOKožSN	8	0	-	3	-	-	0	**11**
68. - 71.	Dávid Györi	Z6	ZKro4KE	-	-	9	1	-	-	0	**10**
	Daniel Sopko	Z5	ZSpByst	-	0	8	1	1	-	0	**10**
	Noel Molitor	Z6	ZSpByst	-	0	8	1	1	-	0	**10**
	Vanessa Blaščáková	Z5	ZOKožSN	9	0	-	1	-	-	0	**10**
72.	Šimon Pribičko	Z6	ZKro4KE	9	-	-	0	-	-	0	**9**
73. - 80.	Adam Ilčík	Z6	ZKro4KE	8	0	-	-	-	-	0	**8**
	Hana Volšíková	Z6	ZKro4KE	8	0	-	-	-	-	0	**8**
	Benedikt Benko	Z6	ZSpByst	-	-	8	-	0	-	0	**8**
	Filip Dojčák	Z5	ZKro4KE	8	0	0	0	-	-	0	**8**
	Viktor Boguský	Z5	ZJuhVnT	3	4	-	1	-	0	0	**8**
	Damián Kvasňák	Z5	ZOKožSN	8	-	-	0	-	0	0	**8**
	Sebastián Svitaň	Z6	ZSpByst	-	0	6	1	1	-	0	**8**
	Veronika Langová	Z5	ZOKožSN	-	-	8	-	-	-	0	**8**
81.	Oliver Groh	Z5	ZKro4KE	-	-	5	-	-	-	0	**5**
82. - 86.	Dávid Javorský	Z6	ZSpByst	-	0	1	1	1	-	0	**3**
	Viliam Slašťan	Z5	ZKro4KE	2	0	-	-	1	0	0	**3**
	Jozef Domonkoš	Z6	ZStanKE	1	0	1	0	1	0	0	**3**
	Kevin Pauličko	Z6	ZSpByst	-	0	1	1	1	-	0	**3**
	Viktória Bjenončíková	Z5	ZOKožSN	2	-	-	1	-	-	0	**3**
87. - 91.	Juraj Horňák	Z5	ZKro4KE	2	-	-	-	-	-	0	**2**
	Simon Jakub	Z5	ZKro4KE	1	0	-	1	-	0	0	**2**
	Júlia Bilpuchová	Z5	ZOKožSN	2	-	-	-	-	-	0	**2**
	Kristián Ohman	Z6	GAlejKE	2	-	-	-	-	-	0	**2**
	Laura Petrášková	Z5	ZOKožSN	2	-	-	-	-	-	0	**2**
92. - 93.	Samuel Maco	Z6	ZKro4KE	1	-	-	-	-	0	0	**1**
	Tomáš Dučai	Z5	ZBe16KE	0	-	-	1	-	-	0	**1**
94. - 95.	Oskar Vizi	Z6	ZKro4KE	0	0	-	-	-	-	0	**0**
	Bernadeta Rút Benková	Z5	ZSpByst	-	-	0	-	-	-	0	**0**



Názov: MALYNÁR – korešpondenčný matematický seminár
Číslo 5 • Apríl 2019 • Letný semester 28. ročníka
Internet: `malynar.strom.sk`
E-mail: `malynar@strom.sk`

Organizátor: Univerzita Pavla Jozefa Šafárika v Košiciach,
Prírodovedecká fakulta, Šrobárova 2, 041 54 Košice
Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice

Organizačný poriadok korešpondenčných matematických seminárov Malynár, Matik, STROM je zaregistrovaný na Ministerstve školstva, vedy, výskumu a športu Slovenskej republiky pod číslom 2017/13750:2-10B0.

EURÓPSKA ÚNIA
Európsky sociálny fond
Európsky fond regionálneho rozvoja

OPERAČNÝ PROGRAM ĽUDSKÉ ZDROJE

MINISTERSTVO ŠKOLSTVA, VEDY, VÝSKUMU A ŠPORTU SLOVENSKEJ REPUBLIKY

Tento projekt sa realizuje vďaka podpore z Európskeho sociálneho fondu a Európskeho fondu regionálneho rozvoja v rámci Operačného programu Ľudské zdroje

www.minedu.sk www.employment.gov.sk/sk/esf/ www.itakademia.sk