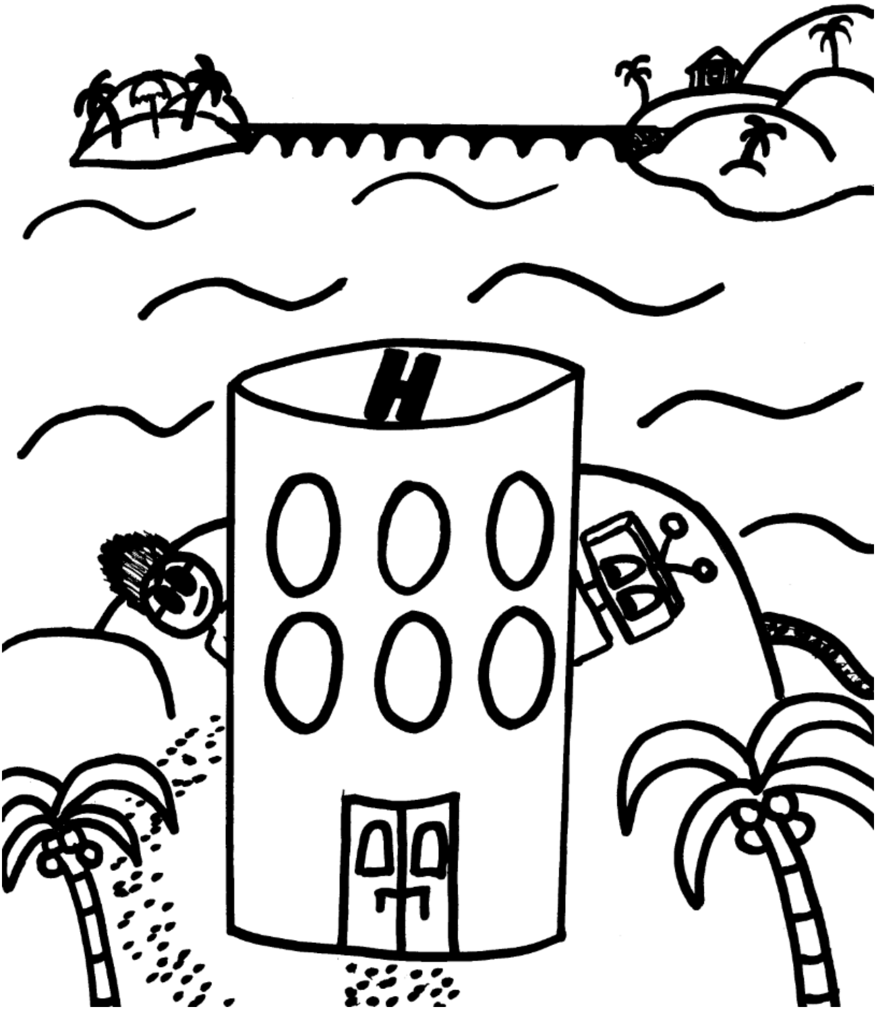
MALYNÁR

Číslo **2** — Ročník **28** — **malynar.strom.sk**



Ahojte!

Príjemné, teplé, jesenné dni odchádzajú a s nimi aj túžba vychádzať von do pomaly blížiacich sa mrazov. No nesmúťte! Zababušte sa do teplej deky, spravte si kakauko či čajík, vezmite si do ruky pero s papierom a hor sa rátať 2. sériu. Pretože tých najlepších čaká odmena v podobe týždňového sústredenia.

Vaši milovaní vedúci MALVNÁRa

Vzorové riešenia 1. série úloh zimného semestra

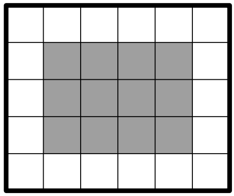
1

opravovali **Erik Berta** a **Mimi Hanus**
najkrajšie riešenia: Katarína Chabová, Martina Osuská

91 riešení

Zadanie

Čip je v tvare obdĺžnika a skladá sa zo sivých jednotkových štvorcov. Tento obdĺžnik je po obvode kompletne ohraničený vrstvou bielych jednotkových štvorcov. Štvorce sa dotýkajú vždy celou stranou a vrstva má šírku jedného štvorca. Obrázok ukazuje obdĺžnik, ktorý sa skladá z 12 vnútorných a 18 vonkajších.



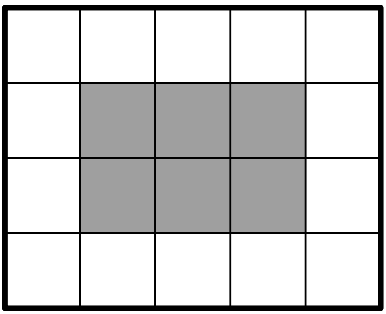
a) Nakreslite taký obdĺžnik, ktorý sa skladá zo 6 vnútorných a 14 vonkajších štvorcov.

b) Rozhodnite, či existuje obdĺžnik, ktorý sa skladá zo 6 vnútorných a 16 vonkajších štvorcov.

c) Máme obdĺžnik, ktorý je tvorený 20 vonkajšími štvorcami. Zistite všetky možné počty vnútorných štvorcov, ktoré môžu tvoriť daný obdĺžnik.

d) Dokážte, že existuje práve jeden obdĺžnik tvorený 42 vnútornými štvorcami taký, že počet príslušných vonkajších štvorcov nie je násobkom 5.

Riešenie



a) Ako na obrázku.

b) Rozoberieme možnosti, ako je možné usporiadať 6 sivých štvorcov do čipu (obdĺžnika). Môžeme postaviť čipy rozmerov 6×1 a 3×2, keďže 6 je násobkom práve týchto štyroch počtov – 1, 2, 3 a 6. Čip 6×1 musíme ohraničiť práve $2 \cdot (6 + 1) + 4 = 18$ bielymi štvorcami, čip 3×2 štvorcov $2 \cdot (3 + 2) + 4 = 14$ štvorcami. Takže hľadaný obdĺžnik neexistuje.

c) Okrem 4 bielych štvorcov v rohoch máme 16 štvorcov na obkolesenie štyroch strán čipu. Protiľahlé sú zhodné, teda súčet dĺžok oboch strán obdĺžnika musí byť $16 : 2 = 8$. A 8 môžeme rozdeliť na dva prirodzené sčítance štyrmi spôsobmi – $1 + 7$, $2 + 6$, $3 + 5$ a $4 + 4$. Zodpovedajúce počty sivých štvorcov sú $1 \cdot 7 = 7$, $2 \cdot 6 = 12$, $3 \cdot 5 = 15$ a $4 \cdot 4 = 16$.

d) Aby sme dokázali, že medzi všetkými je práve jeden, prejdeme postupne všetky také obdĺžniky. 42 sivých štvorcov môžeme uložiť do obdĺžnikov 42×1, 21×2, 14×3 a 7×6. Počty bielych štvorcov potrebných na ich ohraničenie sú jednotlivo $2 \cdot (42 + 1) + 4 = 90$, $2 \cdot (21 + 2) + 4 = 50$, $2 \cdot (14 + 3) + 4 = 38$ a $2 \cdot (7 + 6) + 4 = 30$. Ako vidíme, iba 38 nie je násobkom piatich, tým sme ukázali, že existuje práve jeden taký obdlžník.

Komentár

Na vašich riešeniach sa ukázalo, že sa nám podarilo zoradiť otázky podľa obtiažnosti. Prvú časť ste vyriešili skoro všetci, podobne aj druhú. Zvyčajne ste postupovali ako vzorové riešenie, hoci niekoľkokrát sa vyskytlo namiesto skúšania dvoch možností pre 6 sivých štvorcov aj veľmi obdobné preskúšanie troch možností pre 14 bielych štvorcov. S ďalšou časťou býval problém v tom, že na rozdiel od b) a d) tu bolo treba prehľadávať čipy podľa počtu vonkajších štvorcov. V tom si nezanedbateľná časť z vás nezvládla nájsť systém, a preto často vynechala niektoré zo štyroch možností. Najčastejšie zostala zabudnutá odpoveď 16. Práve tento výsledok minulo aj zopár kurióznych riešení, ktoré síce našli čip 4×4, ale následne prehlásili, že štvorec nie je obdĺžnik a nezahrnuli 16 do nájdených počtov. K týmto riešeniam sme boli zhovievaví, hoci štvorcové čipy zadanie nevylučovalo. Nakoniec v poslednej otázke ste si mnohí neuvedomili, že dokazujete, že požadovaný čip existuje práve jeden, nie aspoň jeden, kvôli čomu mnoho z vás stratilo body. Nestačilo totiž nájsť vyhovujúci variant, bolo treba prejsť aj ostatné a skontrolovať, či medzi nimi nie je ďalší. Celkovo ste sa s úlohou popasovali slušne, o čom svedčí, že sme nemuseli rozdať veľa núl.

2

opravovali **Maťo Gbúr** a **Viki Brezinová**

najkrajšie riešenie: Žofka Bartová

88 riešení

Zadanie

Dzivé číslo je také štvorciferné číslo, ktorého:

- súčet prvých dvoch číslic je rovnaký ako súčet posledných dvoch číslic,
- súčet krajných dvoch číslic je rovnaký ako vnútorných dvoch číslic.

Zistite, koľko je dzivých čísel, a nezabudnite odôvodniť, že sú to všetky. Štvorciferné číslo nemôže mať na mieste tisícov nulu.

Riešenie

Označme si naše štvorciferné číslo $\overline{ABCD}$, kde písmená A, B, C a D vyjadrujú jeho jednotlivé číslice. Ak sa súčet A a B rovná súčtu C a D, oba tieto súčty sa musia rovnať polovici súčtu všetkých číslic $(A + B + C + D)$. Rovnako, aj súčet A a D sa rovná súčtu B a C, teda aj tieto dva súčty sa musia rovnať polovici súčtu všetkých číslic nášho čísla $\overline{ABCD}$. Z toho vieme, že všetky štyri súčty sú rovnaké, čiže $A+B = C + D = A + D = B + C$.

Keďže súčet A a B je rovnaký ako súčet A a D, vidíme, že číslica D musí byť rovnaká ako B. To isté vieme povedať aj o A a C, lebo súčet A a B je rovnaký, ako súčet C a B. Preto si vieme naše štvorciferné číslo zapísať ako $\overline{ABAB}$.

Na začiatku čísla nemôže byť 0, takže máme 9 možností, čo dosadiť za číslicu A (čísla 1 až 9). Za číslicu B vieme už dosadiť 10 rôznych číslic (od 0 do 9). Môžeme si vypísať možnosti, ktoré dostaneme, ak za A dosadíme 1 a za B postupne dosádzame 0 až 9: 1010, 1111, 1212, 1313, 1414, 1515, 1616, 1717, 1818, 1919. Vidíme, že čísel, ktoré sa začínajú 1, je 10. Rovnako veľa bude aj čísel, ktoré sa začínajú 2, 3, ..., 9. Dokopy máme preto $9 \cdot 10 = 90$ dzivých čísel.

Komentár

Väčšine z vás sa síce podarilo prísť na správny výsledok (väčšinou vypísaním všetkých možností), ale chýbalo vám zdôvodnenie, prečo iné možnosti nevyhovujú. Toto bola najdôležitejšia časť úlohy, preto sme vám za takéto riešenia nemohli dať veľa bodov. Nezabúdajte, že okrem výsledku je pre nás veľmi dôležitý váš postup riešenia, preto nabudúce skúste napísať aj myšlienky, ktoré vás doviedli k výsledku. Ak neviete ako na to, skúste si prečítať vzorové riešenia a inšpirovať sa nimi :).

3

opravovali **Vraťo Madáč** a **Samo Krajči**
najkrajšie riešenie: Juraj Stach

76 riešení

Zadanie

Finále súťaže o najlepšieho robota sa zúčastnili Alex, Laura a Tom. Každý z 22 porotcov pridelil finalistom 1, 2 alebo 3 body — každému iný počet. 3 body získal súťažiaci za prvé miesto, 2 body za druhé miesto a 1 bod za tretie miesto. Alex získal rovnako veľa prvých a tretích miest. Druhých miest mal o štyri viac než prvých. Laura a Tom získali rovnako veľa prvých miest, avšak druhých miest mala Laura dvakrát viac než Tom. Kto vyhral finále? Koľko získal bodov?

Riešenie

Vieme, že počet Alexových prvých, druhých a tretích miest dokopy je 22. Vieme tiež, že prvých a tretích získal rovnako a druhých o štyri viac než prvých. Počet všetkých miest je teda trojnásobok počtu jeho prvých miest zväčšený o štyri. Alex preto získal $(22 - 4) : 3 = 6$ prvých a teda aj tretích miest. Druhých miest získal $6 + 4 = 10$.

Keďže máme 22 porotcov, prvých miest musí byť tiež 22. 6 z toho je Alexových a vieme, že zvyšných 16 si Laura a Tom delia na polovicu, teda obaja majú po 8.
Druhých miest je tiež dokopy 22, z čoho 10 je Alexových, a teda Laure a Tomovi zvýšilo spolu 12. Vieme, že Laura ich má dvakrát toľko ako Tom. To znamená, že 12 je trojnásobok počtu Tomových druhých miest – Tom ich preto získal $12 : 3 = 4$ a Laura 8.
Keďže Laura má 8 prvých aj druhých miest, tretích bude mať $22 - 8 - 8 = 6$. Podobne aj Tom, keďže má 8 prvých a 4 druhé miesta, tretích mu ostalo $22 - 8 - 4 = 10$. Poďme zhrnúť, na čo sme prišli:

	1. mesta	2. miesta	3. miesta
Alex	6	10	6
Laura	8	8	6
Tom	8	4	10

Keďže za prvé miesto sa dostávajú 3 body, za druhé 2 a za tretie 1, jednoducho vieme vypočítať, že Alex získal $3 \cdot 6 + 2 \cdot 10 + 1 \cdot 6 = 44$, Laura podobne $3 \cdot 8 + 2 \cdot 8 + 1 \cdot 6 = 46$ a Tom $3 \cdot 8 + 2 \cdot 4 + 1 \cdot 10 = 42$. Vyhrala Laura.

Komentár

Väčšinou ste úlohu vyriešili správne, ale častokrát ste nedostatočne odôvodnili, prečo jednotliví súťažiaci musia mať práve takéto rozloženie miest a nemôžu mať nejaké iné. Nestačí si to iba tipnúť, pretože pre kompletné vyriešenie úlohy musíte nájsť všetky možnosti, a teda aj odôvodniť, že iné neexistujú.

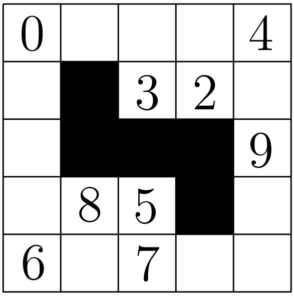
4

opravovali **Timea Szöllősová** a **Filip Csonka**
najkrajšie riešenie: Eva Krajčiová

48 riešení

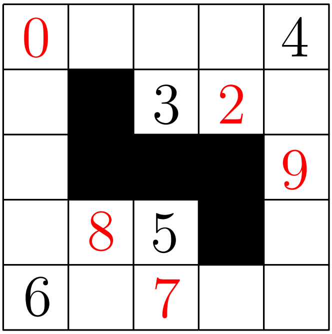
Zadanie

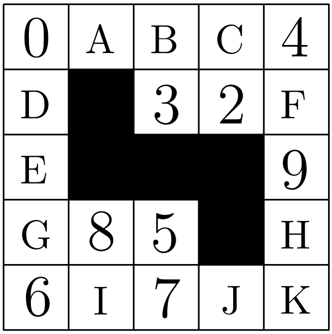
Máme tabuľku s výrezom v tvare obráteného Z (obrázok), ktorá má túto vlastnosť: keď zakrúžkujeme ľubovoľných päť čísel tak, že v každom stĺpci aj v každom riadku je zakrúžkované práve jedno, a sčítame ich, vždy dostaneme rovnaký súčet. Doplňte čísla na prázdne (biele) miesta. Nájdite všetky riešenia.



Riešenie

Najprv zistíme, aký súčet musí byť pri ľubovoľnej zakrúžkovanej pätici. Zakrúžkujeme si 5 známych čísel zo zadania tak, aby v žiadnom riadku ani stĺpci neboli dva krúžky. Takáto možnosť je len jedna, zistíme, že súčet musí byť $0+8+7+2+9 = 26$. Políčka, na ktoré treba doplniť číslo, si označíme A až K.





Ďalej môžeme postupne s určitosťou doplňovať čísla takým spôsobom, že si zvolíme nejaké 4 známe čísla, ktoré zakrúžkujeme, a keď od 26 odčítame ich súčet, dostaneme číslo, ktoré musí byť na jedinom políčku, kde je možné dať piaty kruh.

Keď chceme doplniť číslo A, zakrúžkujeme čísla 6, 5, 9 a 2, čím zistíme, že na políčku A musí byť $26 - (6 + 5 + 9 + 2) = 4$.

Keď chceme doplniť číslo B, zakrúžkujeme čísla 6, 8, 9 a 2, čím zistíme, že na políčku B musí byť $26 - (6 + 8 + 9 + 2) = 1$.

$$C = 26 - (6 + 8 + 9 + 3) = 0$$
$$D = 26 - (9 + 0 + 7 + 8) = 2$$
$$E = 26 - (7 + 8 + 2 + 4) = 5$$
$$F = 26 - (5 + 8 + 7 + 0) = 6$$
$$G = 26 - (9 + 2 + 7 + 4) = 4$$

$$H = 26 - (2+7+4+5) = 8$$
$$I = 26 - (4+9+2+1) = 10$$
$$J = 26 - (8+5+3+4) = 6$$
$$K = 26 - (5+2+5+4) = 10$$

A tým máme vyplnenú celú tabuľku jediným správnym riešením, keďže každé číslo sme dopĺňali s určitosťou.

0	4	1	0	4
2		3	2	6
5				9
4	8	5		8
6	10	7	6	10

Komentár

Väčšina z vás, na naše potešenie, vyriešila úlohu správne. Jedinou chybou bolo, že ste nepopísali svoj postup celý, ale len jeho časť, prípadne poslali len riešenie. Preto netreba zabúdať, že riešenie treba popísať poriadne, aby sme vám nemuseli strhávať body :)

5

opr. **Tomáš Chovančák**, **Ján Richnavský**, **Roman Staňo** 39 rieš.
najkrajšie riešenie: Richard Prikler

Zadanie

Niekoľko ostrovov je pospájaných mostami, pričom medzi dvomi ostrovmi vedie najviac jeden most. Navyše, z rôznych ostrovov vychádza rôzny počet mostov (ak z nejakého ostrova vychádza jeden most, z ostatných ostrovov musí vychádzať 0 mostov alebo aspoň 2 mosty). Dokážte, že bez ohľadu na to, ako sú ostrovy poprepájané, tak nie je možné splniť dané podmienky.

a) Riešte pre prípad, že ostrovov je 7.

b) Riešte pre prípad, že ostrovov je viac ako 7 – nájdite všeobecné riešenie pre všetky také počty.

Riešenie

a) Najväčší možný počet mostov vychádzajúcich z jedného ostrova je 6, keďže takto bude ostrov spojený so všetkými zvyšnými, s každým práve raz. Máme 7 ostrovov, pričom z každého vychádza iný počet mostov, teda z ostrovov musí vychádzať postupne 0, 1, 2, 3, 4, 5 a 6 mostov, iné možnosti nie sú. Dokopy teda máme $0+1+2+3+4+5+6 = 21$ koncov mostov medzi jednotlivými ostrovmi. Lenže každý most má dva konce, počet všetkých koncov teda musí byť párne číslo – je to dvojnásobok počtu mostov. To je však v rozpore s tým, že koncov je 21, ako sme už zistili. Takto sme ukázali, že splniť podmienky zadania nie je možné. Použitý spôsob dôkazu sa nazvýa dôkaz sporom a v našich seminároch sa s ním ešte určite stretnete.

b) Označme počet ostrovov písmenkom x – toto písmeno predstavuje nejaký konkrétny počet mostov väčší ako 7. Najväčší počet mostov, ktoré môžu z daného ostrova vychádzať, je o jeden menší ako počet všetkých ostrovov, pretože vtedy bude daný ostrov spojený s každým ďalším ostrovom práve raz. Z ostrovu preto môže vychádzať najviac $x - 1$ mostov. Napríklad, ak by bolo $x = 12$, tak z ostrova môže vychádzať najviac $x - 1 = 12 - 1 = 11$ mostov – používaním x vieme v riešení pokryť skutočne všetky čísla väčšie ako 7.

   Naopak, najmenší počet mostov, ktorý môže z ostrova vychádzať, je 0 – to nastáva práve vtedy, keď ostrov nie je spojený so žiadnym iným. Z ostrova preto môže vychádzať najviac $x - 1$ a najmenej 0 mostov. Uvedomme si, že čísel od 0 do $x - 1$ je presne x. Ak by z každého z x ostrovov mal vychádzať rôzny počet mostov, znamenalo by to, že každý z možných počtov mostov od 0 po $x - 1$ musí byť počtom mostov na nejakom z ostrovov práve raz. To ale znamená, že musí existovať ostrov, z ktorého vychádza $x - 1$ mostov a je teda spojený s každým ďalším a súčasne ostrov s 0 mostami, ktorý nie je spojený so žiadnym ostrovom. To však zjavne predstavuje spor a dané podmienky preto nie je možné splniť. Pre úplnosť doplníme, že tento postup sa dal použiť aj pre časť a), pre ktoré ale ponúkame aj myšlienkovo odlišné riešenie.

Komentár

Najčastejší problém u väčšiny riešení bolo overenie nesplniteľnosti pre konkrétny prípad prepojenia ostrovov. Úlohou však bolo dokázať to, že podmienky nevieme naplniť pre žiadnu vzájomnú polohu mostov a ostrovov. Obzvlášť časť b) si preto vyžadovala všeobecný prístup a nakreslenie niekoľkých zopár náčrtov nestačilo.

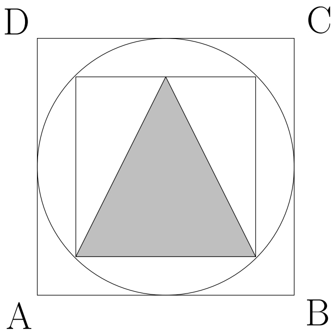
6

opravovali **Janka Baranová** a **Gabča Genčiová**
najkrajšie riešenie: Katarína Chabová, Martina Osuská

57 riešení

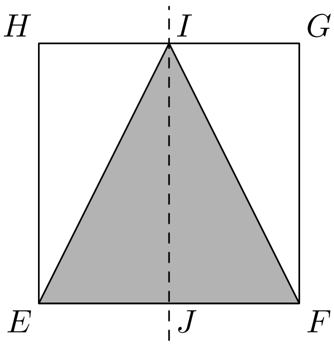
Zadanie

Strecha má tvar štvorca $ABCD$. Heliport je v tvare sivého trojuholníka. Akú časť plochy strechy tvorí heliport? Úlohu riešte bez použitia rysovacích pomôcok a merania vzdialeností.



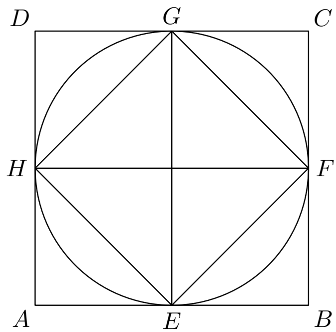
Riešenie

Zoberme si najprv menší štvorec, ktorý si označíme ako $EFGH$ a náš heliport označíme EFI. Štvorec rozdelíme na dve časti kolmicou na GH (resp. EF) v bode I. Priesečník strany EF a kolmice označíme J.



Môžeme vidieť, že kolmica rozdelila štvorec na 2 obdĺžniky, pričom EI je uhlopriečka obdĺžnika $EJIH$ a úsečka FI je uhlopriečka obdĺžnika $JFGI$. Zároveň vieme, že uhlopriečka rozdelí obdĺžnik na 2 zhodné trojuholníky s rovnakým obsahom. Keďže v obidvoch obdĺžnikoch je jeden trojuholník biely a druhý sivý, znamená to, že heliport (trojuholník EFI) zaberá 1/2 štvorca $EFGH$.

Štvorec $ABCD$ má vpísanú kružnicu, ktorá je zároveň opísaná štvorcu $EFGH$. Kružnica opísaná štvorcu má stred v priesečníku uhlopriečok, ktoré sú zároveň na seba kolmé a všetky vrcholy štvorca ležia na kružnici. Z toho vyplýva, že uhlopriečka štvorca je zároveň aj priemerom kružnice, keďže spája dva body kružnice a prechádza cez stred.
Vieme, že uhlopriečka štvorca $EFGH$ je aj priemerom kružnice, môžeme kružnicu (aj so všetkými bodmi v nej) otočiť tak, aby sa vrcholy štvorca $EFGH$ nachádzali v stredoch strán štvorca $ABCD$ (teda tam, kde sa naša kružnica pretína so stranami štvorca $ABCD$). Úsečky EG a FH rozdelili štvorec $ABCD$ na 4 rovnaké štvorce, keďže EG a FH spájajú stredy strán štvorca $ABCD$.



Zároveň môžeme vidieť, že strany štvorca $EFGH$ tvoria uhlopriečky menších štvorcov vzniknutých v štvorci $ABCD$. Každá uhlopriečka nám rozdelila štvorec na 2 rovnaké trojuholníky s rovnakým obsahom a my už vieme, že všetky 4 štvorce majú rovnaký obsah (keďže sú zhodné – dĺžka ich strán je 1/2 strany štvorca $ACBD$). To znamená, že aj všetky trojuholníky majú rovnaký obsah. Vo štvorci $EFGH$ sa nachádzajú 4 takéto trojuholníky a v štvorci $ABCD$ ich je 8. To znamená, že štvorec $EFGH$ je 1/2 zo štvorca $ABCD$.
Vieme teda, že heliport zaberá 1/2 zo štvorca $EFGH$ a ten zaberá 1/2 zo štvorca $ABCD$. To znamená, že heliport zaberá 1/4 zo štvorca $ABCD$.

Komentár

Na to, že úloha bola najťažšia zo série, ste si s ňou veľmi dobre poradili. Správnych výsledkov sme mali neúrekom. Väčšinou však chýbalo poriadne odôvodnenie vašich tvrdení a vaše riešenia vyzerali zhruba ako náš posledný odsek riešenia, čo na plný počet bodov nestačí. Skúste si prečítať vzorové riešenie, aby ste nabudúce vedeli, ako je dobré formulovať riešenia. Tešíme sa už na tie z 2. série :).

Autori vzorových riešení: Florián Hatala, Roman Staňo, Jakub Genči, Daniel Onduš, Zuzana Ontkovičová

Zadania 2. série úloh zimného semestra

Riešenia pošlite najneskôr do **26. novembra 2018**

Pozor! Zmena termínu druhej série!

Úloha 1

Štyri roboty sa nachádzajú na priamke a predstavujú body P, Q, R a S v nejakom poradí. Vieme, že dĺžky úsečiek $|PQ|$, $|QR|$, $|RS|$ a $|SP|$ sú jednotlivo 13, 11, 14 a 12. Aké je poradie bodov na priamke a aká je vzdialenosť medzi bodmi, ktoré sú od seba najvzdialenejšie? Nezabudnite nájsť všetky možnosti.

Úloha 2

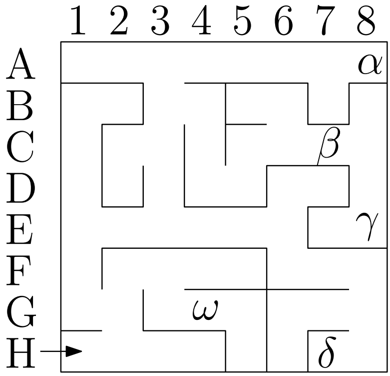
Les má podobu štvorcovej tabuľky o rozmeroch $n \times n$, ktorá je vyplnená všetkými číslami od 1 po $n \cdot n$ tak, že čísla v každom riadku, každom stĺpci a aj na oboch hlavných uhlopriečkach majú rôzne súčty. Aká najmenšia tabuľka sa dá zostrojiť? Prečo sa menšia už zostrojiť nedá? (Ak ste sa s tým ešte nestretli, tak n označuje nejaké neznáme číslo. Ak by bolo napr. $n = 4$, tak ide o tabuľku so 4 riadkami a 4 stĺpcami, kde nájdeme čísla od 1 do $4 \cdot 4$, teda do 16.)

Úloha 3

V obávanom bludisku sa nachádza portál pod jedným z polí α (alfa), β (beta), γ (gama), δ (delta), ω (omega). Každé pole sa nachádza na inom mieste (viď obrázok). Len pod jedným poľom sa nachádza portál a môžeme sa dostať len pod jedno zvolené pole. V okolí obávaného bludiska sa pohybovalo 5 strážcov, každý o portáli tvrdil niečo iné. Postupne títo piati ľudia povedali:

1. *Na najkratšej ceste za portálom sa musíš aspoň štyrikrát otočiť doprava.*
2. *Portál sa nachádza v riadku označenom písmenom zapisujúcim spoluhlásku.*
3. *Na najkratšej ceste za portálom musíš prejsť aspoň cez 15 políčok.*
4. *Portál sa nachádza na políčku, ktoré je v stĺpci označenom párnym číslom.*
5. *Na najkratšej ceste za portálom sa musíš aspoň štyrikrát otočiť doľava.*

Niektorí z nich však nehovorili pravdu. Ak by sme však vedeli, koľko z nich klamalo, dokázali by sme jednoznačne určiť, pod ktorým poľom sa portál nachádza. Pod ktorým? Do bludiska vchádzame otočení tým smerom, ktorým sme prišli. Na každom políčku sa vieme otočiť najviac jedenkrát, pričom otáčaním doprava resp. doľava myslíme otočenie o práve jednu štvrtinu kružnice.



Úloha 4

Hráč A a Hráč B majú na papieri napísaných 100 *jednotiek oddelených medzerami. Hráč A začína a s Hráčom B sa ťah po ťahu striedajú. Každý hráč musí v každom ťahu umiestniť medzi nejaké dve susedné jednotky znamienko plus alebo znamienko krát. Po vyplnení všetkých medzier ostane na papieri príklad, ktorého výsledok je buď párny, alebo nepárny. Ak je párny, vyhráva Hráč A, ak je nepárny, vyhráva Hráč B. Jeden z hráčov dokáže hrať tak, aby vždy vyhral, a to bez ohľadu na súperove ťahy. Ktorý z hráčov to je a prečo?*

Úloha 5

Okolo okrúhleho stola je v pravidelných rozostupoch rozostavených pätnásť stoličiek. Na stole sú kartičky s menami pätnástich hostí. Hostia si všimli kartičky až keď si už sadli. A tak sa stalo, že nikto z pätnástich hostí nesedel pred svojou vlastnou kartičkou. Dokážte, že je možné otočiť stôl tak, aby aspoň dvaja hostia sedeli na správnych miestach.

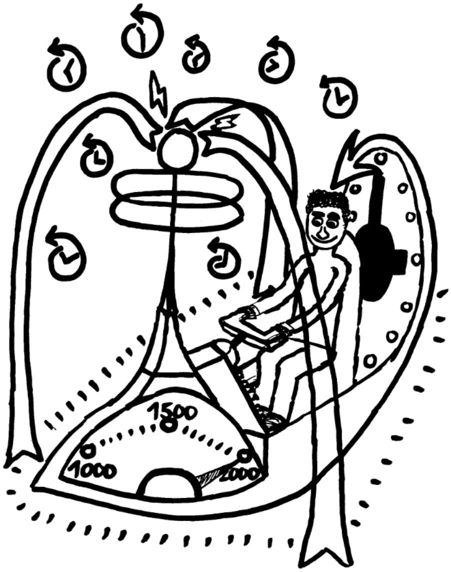
Úloha 6

Koľko rôznych sedempísmenových „slov“ vieme vytvoriť z písmen A, B, C, D? „Slovo“ je ľubovoľný zhluk abecedne zoradených písmen - napríklad $AAAABBD$ je „slovo“ ale $AACCBDA$ nie je. „Slová“ sú rovnaké len vtedy, ak sa zhodujú písmená na všetkých ich pozíciách. V „slove“ nemusíme použiť každé zo štyroch písmen.

Poradie po 1. sérii zimného semestra

Poradie	Meno a priezvisko	Ročník	Škola	1.	2.	3.	4.	5.	6.	PS	CS
1. - 5.	Michal Vodička	Z5	ZBe16KE	9	8	9	9	9	9	0	**54**
	Richard Prikler	Z5	ZVažePO	9	9	9	9	9	8	0	**54**
	Martina Osuska	Z5	ZDrJDMA	9	9	9	9	9	9	0	**54**
	Bruno Michael Kraner	Z4	ZBajkBA	9	9	9	9	9	9	0	**54**
	Žofka Bartová	Z4	ZBajkBA	9	9	9	9	9	9	0	**54**
6. - 7.	Milan Jozef Pokorný	Z6	GJH	9	9	9	9	9	8	0	**53**
	Katarína Chabová	Z6	ZLNovKE	9	9	9	8	9	9	0	**53**
8. - 9.	Ondrej Tóth	Z5	ZHôrky	8	9	9	9	9	-	0	**52**
	Ľudmila Krupová	Z6	ZKro4KE	9	9	9	9	9	7	0	**52**
10.	Eva Krajčiová	Z6	GAlejKE	9	9	9	9	9	6	0	**51**
11.	Alenka Bálintová	Z5	CZRZayZA	9	7	9	8	8	5	0	**48**
12.	Natália Tkáčová	Z6	ZLevoSN	9	7	5	9	9	8	0	**47**
13. - 14.	Aneta Štefančínová	Z6	GJARPO	9	8	9	9	0	9	0	**44**
	Janka Urbánová	Z5	ZKro4KE	9	4	9	9	9	-	0	**44**
15. - 16.	Ester Szabariová	Z6	GAlejKE	9	8	9	-	9	8	0	**43**
	Martin Vŕba	Z5	ZKro4KE	7	5	9	9	-	8	0	**43**
17.	Michal Ferdinandy	Z5	ZPoliKE	8	5	7	9	-	7	0	**41**
18. - 19.	Barbora Cimráková	Z5	CZRZayZA	6	4	8	9	9	-	0	**40**
	Oliver Seman	Z6	GAlejKE	8	5	9	8	9	1	0	**40**
20.	Matúš Zoričák	Z6	SMládPP	9	4	9	9	3	5	0	**39**
21.	Šimon Stano	Z6	EGJAKKE	7	4	9	8	2	8	0	**38**
22.	Filip Kovács	Z5	ZMRŠHLC	5	5	9	6	5	5	0	**35**
23.	Radovan Milián	Z6	ZKro4KE	9	4	9	8	-	4	0	**34**
24.	Juraj Stach	Z5	ZTSNPBB	6	3	9	7	-	4	0	**32**
25.	Marie Kasalová	Z4	ZMohPRA	9	3	0	9	-	-	0	**30**
26. - 27.	Lukáš Hanes	Z6	ZKro4KE	6	5	9	9	-	-	0	**29**
	Jakub Čaník	Z6	GAlejKE	3	3	9	9	0	5	0	**29**
28. - 30.	Matej Válek	Z6	ZKro4KE	7	5	6	1	0	7	0	**26**
	Alexandra Michalíková	Z6	ZKro4KE	7	9	9	-	1	-	0	**26**
	Teo Gertler	Z5	ZKošiBA	6	5	6	-	1	7	0	**26**
31.	Adam Gubík	Z5	ZKro4KE	4	3	8	9	-	-	0	**24**
32. - 33.	Ema Hudáková	None		7	5	-	1	9	-	0	**22**
	Viktor Boguský	Z5	ZJuhVnT	9	-	1	7	5	-	0	**22**
34.	Richelle Andrássyová	Z6	ZKro4KE	3	5	-	-	3	8	0	**19**
35. - 39.	Gregor Berta	Z5	ZMlynSC	9	9	-	-	-	-	0	**18**
	Šimon Stripaj	Z6	ZKro4KE	7	2	9	-	-	-	0	**18**
	Nela Hájovská	Z6	GHronBA	1	3	9	1	3	1	0	**18**
	Ján Štiavnický	Z5	ZKro4KE	4	5	7	-	-	2	0	**18**
	Tomáš Lang	Z5	ZOKožSN	5	3	7	3	-	-	0	**18**
40. - 41.	Tomáš Polomský	Z5	ZKro4KE	4	3	1	6	-	2	0	**17**
	Hana Semančíková	Z6	GAlejKE	1	5	6	1	1	3	0	**17**
42.	Simon Titko	Z6	ZJuhVnT	1	3	2	7	-	3	0	**16**
43. - 44.	Šimon Škombár	Z5	ZKro4KE	4	2	1	-	8	-	0	**15**
	Samuel Györi	Z5	ZKro4KE	4	3	1	1	5	-	0	**15**
45.	Oliver Groh	Z5	ZKro4KE	6	5	-	-	-	3	0	**14**
46. - 48.	Dušan Ivan	Z6	ZKro4KE	-	4	9	-	-	-	0	**13**
	Bogdana Studenková	Z6	ZKro4KE	6	4	2	-	-	1	0	**13**
	Nina Koščová	Z5	KSsvMPO	1	4	1	2	0	4	0	**13**
49. - 52.	Kristína Kočišková	Z5	KSsvMPO	2	3	7	-	-	-	0	**12**
	Lukáš Olexa	Z6	ZKomeMI	2	3	1	1	2	3	0	**12**

Poradie	Meno a priezvisko	Ročník	Škola	1.	2.	3.	4.	5.	6.	PS	CS
	Roman Virág	Z6	GAlejKE	1	-	9	1	-	1	0	**12**
	René Vančo	Z6	ZDruzKE	9	2	0	0	0	1	0	**12**
53. - 55.	Tomáš Daňo	Z6	ZDruzKE	1	5	4	-	-	1	0	**11**
	Richard Semanišin	Z2	ZPAngKE	4	3	-	-	-	-	0	**11**
	Anna Kuchtová	Z6	GAlejKE	1	2	5	-	0	3	0	**11**
56. - 62.	Dominik Janík	Z5	ZHôrky	4	4	0	1	0	1	0	**10**
	Zina Babinská	Z6	ZMRŠHLC	3	4	0	-	-	3	0	**10**
	Michal Šarkan	Z5	ZMRŠHLC	1	-	9	-	-	-	0	**10**
	Ondrej Kováč	Z5	ZKro4KE	3	4	-	-	-	3	0	**10**
	Viliam Slašťan	Z5	ZKro4KE	6	1	1	2	-	-	0	**10**
	Barbora Karchňáková	Z5	ZOKožSN	8	1	1	0	-	-	0	**10**
	Elena Pavlinská	Z6	ZDruzKE	5	4	1	0	-	0	0	**10**
63. - 66.	Oskar Cacara	Z6	ZKro4KE	6	3	-	-	-	-	0	**9**
	Martina Ľuptáková	Z6	ZMRŠHLC	1	4	-	-	-	4	0	**9**
	Roland Kaprál	Z6	ZGrunKK	-	-	6	-	-	3	0	**9**
	Daniel Sopko	Z5	ZBystre	6	1	1	-	-	1	0	**9**
67. - 70.	Adam Ilčík	Z6	ZKro4KE	3	5	-	-	-	-	0	**8**
	Dávid Javorský	Z6	ZBystre	6	-	1	-	-	1	0	**8**
	Simon Jakub	Z5	ZKro4KE	5	3	-	-	-	-	0	**8**
	Natália Lengová	Z5	ZKro4KE	4	1	0	-	3	-	0	**8**
71. - 77.	Juraj Horňák	Z5	ZKro4KE	4	1	1	-	-	1	0	**7**
	Michaela Bodnárová	Z6	GAlejKE	1	5	0	-	-	1	0	**7**
	Filip Dojčák	Z5	ZKro4KE	4	3	-	-	-	-	0	**7**
	Marek Malejčík	Z5	ZOKožSN	1	6	0	-	-	-	0	**7**
	Patrik Sliva	Z5	ZOKožSN	6	-	1	-	-	-	0	**7**
	Rastislav Obšitník	Z5	ZKro4KE	5	-	-	1	1	-	0	**7**
	Jordan Stanislav Boiadjiev	Z5	ZOKožSN	2	2	3	-	-	-	0	**7**
78. - 82.	Yakob Loub	Z6	ZKro4KE	1	4	-	-	-	1	0	**6**
	Alica Juhásová	Z6	ZKro4KE	3	1	2	-	-	-	0	**6**
	Anna Jacková	Z6	GTrebKE	1	1	1	2	0	1	0	**6**
	Noel Molitor	Z6	ZBystre	5	-	1	-	-	0	0	**6**
	Dorián Lovič	Z5	ZKro4KE	4	2	0	-	-	0	0	**6**
83. - 85.	Samuel Maco	Z6	ZKro4KE	-	3	-	-	-	1	0	**4**
	Šimon Pribičko	Z6	ZKro4KE	-	4	-	-	-	-	0	**4**
	Július Klein	Z5	ZKro4KE	2	2	-	-	-	-	0	**4**
86. - 89.	Ema Šipošová	Z6	GTrebKE	-	2	0	-	-	1	0	**3**
	Tomáš Dučai	Z5	ZBe16KE	1	2	0	-	-	0	0	**3**
	Maximilián Galdor	Z5	ZOKožSN	1	-	1	-	-	1	0	**3**
	Vanesska Blaščáková	Z5	ZOKožSN	2	0	1	0	-	-	0	**3**
90. - 93.	Dávid Györi	Z6	ZKro4KE	2	0	-	-	-	-	0	**2**
	Oskar Vizi	Z6	ZKro4KE	-	2	-	-	-	-	0	**2**
	Bernadet Benková	Z5	ZBystre	1	-	1	-	-	-	0	**2**
	Benedikt Benko	Z6	ZBystre	1	-	1	-	-	-	0	**2**
94. - 98.	Hana Volšíková	Z6	ZKro4KE	-	1	-	-	-	-	0	**1**
	Jakub Litavec	Z6	ZKro4KE	1	0	-	-	-	0	0	**1**
	Paťka Plachetková	Z6	ZKro4KE	1	0	-	-	-	-	0	**1**
	Michaela Špaková	Z5	ZOKožSN	1	0	-	-	-	-	0	**1**
	Damián Kvasňák	Z5	ZOKožSN	-	0	1	-	-	-	0	**1**
99.	Júlia Bilpuchová	Z5	ZOKožSN	0	0	-	0	-	-	0	**0**



Názov: MALYNÁR – korešpondenčný matematický seminár
Číslo 2 • November 2018 • Zimný semester 28. ročníka
Internet: malynar.strom.sk
E-mail: malynar@strom.sk

Organizátor: Univerzita Pavla Jozefa Šafárika v Košiciach,
Prírodovedecká fakulta, Šrobárova 2, 041 54 Košice
Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice

Organizačný poriadok korešpondenčných matematických seminárov Malynár, Matik, STROM je zaregistrovaný na Ministerstve školstva, vedy, výskumu a športu Slovenskej republiky pod číslom 2017/13750:2-10B0.

EURÓPSKA ÚNIA
Európsky sociálny fond
Európsky fond regionálneho rozvoja
OPERAČNÝ PROGRAM ĽUDSKÉ ZDROJE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVA, VEDY, VÝSKUMU A ŠPORTU SLOVENSKEJ REPUBLIKY

Tento projekt sa realizuje vďaka podpore z Európskeho sociálneho fondu a Európskeho fondu regionálneho rozvoja v rámci Operačného programu Ľudské zdroje

www.minedu.sk www.employment.gov.sk/sk/esf/ www.itakademia.sk