

MAELYNÁR

Číslo 3 • December 2014

Zimná časť 24. ročníka



Ahojte!


Dni sú stále kratšie a kratšie a Vianoce sa pomaličky blížia. V čase keď všetci zháňame darčeky pre našich blízkych sme sa aj my rozhodli obdarovať vás. Pod vianočným stromčekom si môžete prečítať nový časopis, plný vzorových riešení a samozrejme toho naočakávanejšieho - poradia. Na tých najúspešnejších sa tešíme v januári na sústreďení a ostatným želáme príjemné Vianoce, šťastný Nový Rok a veľa chuti a energie pri riešení letnej časti Malynára.

vaši milovaní vedúci

Vzorové riešenia 2. série úloh Zimnej časti

Úloha č.1:

Opravovali: Anton Gromóczki & Zoltán Hanesz

 *Nina Griačová, Martin Čabra*

Počet riešiteľov: 103

Zadanie:

Po dvore pobehovali pštrosy, tučniaky, pumy a muflóny. Všetky zvieratá sú v poriadku a dokopy majú 65 hláv, 80 krídel a 44 rohov. Pštrosov je štyrikrát viac ako tučniakov. Koľko je na dvore jednotlivých zvierat?

Riešenie:

Spomedzi pštrosov, tučniakov, púm a muflónov je muflón jediné zviera, ktoré má rohy. Vieme, že na dvore máme dokopy 44 rohov, a keďže jeden muflón má dva rohy, počet muflónov bude $44 : 2 = 22$. Zvieratá s krídlami sú na dvore iba vtáky, teda pštrosy a tučniaky. Každý vták má po dvoch krídlach. To znamená, že počet vtákov na dvore bude $80 : 2 = 40$. Keďže pštrosov je štyrikrát viac ako tučniakov, skúsime celkový počet vtákov rozdeliť do piatich skupín s rovnakým počtom zvierat. V jednej skupine bude teda $40 : 5 = 8$ zvierat. Počet tučniakov bude rovný jednej takejto skupine ($1 \cdot 8 = 8$) a počet pštrosov štyrom takýmto skupinám ($4 \cdot 8 = 32$), čo je jediný spôsob ako vieme vtáctvo rozdeliť, aby platila podmienka zo zadania. Zistili sme, že máme 22 muflónov, 8 tučniakov a 32 pštrosov. Celkovo máme 65 hláv, čo znamená, že počet púm sa bude rovnať celkovému počtu hláv mínus počtu doteraz zistených zvierat, takže $65 - 22 - 8 - 32 = 3$. Na dvore je 22 muflónov, 8 tučniakov, 32 pštrosov a 3 pumy.

Komentár:

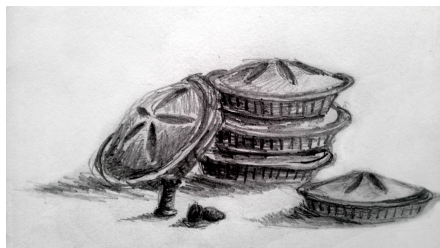
Biologické vlastnosti živočíchov ste určili správne a naše obavy z rohatých tučniakov sa teda nenaplnili. Správnych výsledkov bolo veľa, správnych riešení bolo o niečo menej. Zrejme najčastejšie sme body strhávali pri najťažšej časti príkladu t.j. úvahe o zložení 40-člennej skupiny vtáctva na našom dvore. Tu mnohí zabudli vysvetliť, ako sa dopracujeme ku 8 tučniakom a 32 pštrosom a uchylovali sa k hádaniu, či zamlčanému vysvetleniu "veď to sedí".

Úloha č.2:*Opravovali: Monika Zlaczka & Jakub Mach**Adam Garafa, Tatiana Kerestiová, Kristína Melicherová* *Počet riešiteľov: 86***Zadanie:**

Hugo, Dugo a Lugo hrali šach pre troch o koláče. Na začiatku mal každý z nich iný počet koláčov a počas celej hry si koláče vymieňali len medzi sebou. Po prvom kole Hugo stratil toľko koláčov, že ostatní dvaja mali teraz dvakrát toľko koláčov ako predtým. V druhom kole prehral Dugo toľko koláčov, že ostatní dvaja mali teraz dvakrát toľko, ako pred začiatkom tohto kola. A v treťom kole Lugo prišiel o toľko koláčov, že zvyšní dvaja mali teraz dvakrát toľko koláčov ako po druhom kole. Koľko mal každý z nich koláčov na začiatku, ak na konci mal každý z nich 24 koláčov?

Riešenie:

Pri riešení tejto úlohy budeme postupovať od posledného kola hry až k úplne prvému. Najprv si uvedomme, že počet koláčov bol počas celej hry rovnaký (bratia počas hry koláče nejedli ani nepiekli nové koláče). Pretože vieme, koľko koláčov mal každý z nich na konci, vieme zistiť s kolkými koláčmi hrali hru: $24 + 24 + 24 = 72$.



V poslednom kole Lugo prišiel o toľko koláčov, že Hugo a Dugo mali na konci kola dvakrát viac koláčov ako pred tým. Pred týmto kolom teda museli mať polovicu z 24, teda 12 koláčov a Lugo mal $72 - 12 - 12 = 48$. Teraz vieme, koľko koláčov mal každý z nich na konci druhého kola.


V druhom kole prehral Dugo toľko koláčov, že zvyšní dvaja mali dvakrát viac ako predtým. Teda na začiatku kola mal Hugo polovicu z 12 koláčov, čo je 6 koláčov a Lugo musel mať polovicu zo 48 koláčov, teda 24 koláčov. Dugo musel mať $72 - 6 - 24 = 42$ koláčov.

Našu úvahu zopakujeme ešte raz. Počas prvého kola prišiel o koláče Hugo, a preto Dugo musel mať na začiatku prvého kola polovicu 42 koláčov, čo je 21 koláčov, Lugo musel mať $24 : 2 = 12$ koláčov a Hugo musel mať $72 - 12 - 21 = 39$ koláčov.

Takto spätne sme sa dopracovali až k začiatku hry. Odpoveďou na otázku je teda, že Hugo mal 39, Lugo mal 12 a Dugo mal 21 koláčov.

Komentár:

To, že túto úlohu treba riešiť odzadu (od posledného kola k prvému) väčšine z vás napadlo a väčšina tiež uviedla správny výsledok. Problém sa však často objavil pri vysvetľovaní, ako ste k výsledku prišli, ktoré bolo často neúplné alebo celkom chýbalo.

Úloha č.3:*Opravovali: Florián Hatala & Juraj Mičko* *Kristína Koščiková, Tatiana Kerestiová**Počet riešiteľov: 91***Zadanie:**

Na medzirasovej matematickej olympiáde sa objavila táto úloha:

Na štvorčekovom papieri je nakreslený obdĺžnik s rozmermi 2×4 , vrcholy má v bodoch mriežky a strany má rovnobežné so stranami papiera. Vyfarbite štvrtinu jeho obsahu, no môžete pritom vyfarbovať len celé štvorčeky štvorčekovej siete. Nájdite práve jedno riešenie.

Úlohu zdarne vyriešili všetci zúčastnení škriatkovia. Pri kontrole ich výsledkov organizátori zistili, že žiadne dve z riešení nie sú rovnaké a nikto nevyfarbil dva štvorčeky, ktoré spolu susedili stranou. Zo všetkých možných takýchto riešení sa dokonca medzi výsledkami objavilo každé z nich. Koľko škriatkov sa zúčastnilo tejto olympiády?

Riešenie:

Mriežka 2×4 má 8 políčok. Vyfarbiť máme štvrtinu, teda 2 štvorčeky. Aby nevznikli nejasnosti, v tomto riešení budeme kresliť mriežku na šírku. Dôležité je tiež nájsť, alebo zistiť počet všetkých od seba navzájom rôznych možností, ako vyfarbiť už spomínanú mriežku podľa zadania. Počet takých možností je rovnaký ako počet škriatkov, ktorí sa súťaže zúčastnili. Nižšie ponúkame dva spôsoby ako sa popasovať s takouto úlohou.

1. Spôsob

Celkom jednoduché bude najprv spočítať všetky možnosti ako vyfarbiť 2 štvorčeky a potom odrátať tie, ktoré nevyhovujú zadaniu. Koľko je možností na vyfarbenie 1. štvorčeka? Predsa 8. A koľko je možností na vyfarbenie 2. štvorčeka? Jeden štvorček už je obsadený, vyfarbiť teda môžeme už iba jeden zo siedmich nezafarbených. Počet možností ako vyfarbiť postupne dva štvorčeky je $8 * 7 = 56$. Tu si však musíme uvedomiť, že nezáleží na poradí, v akom sme štvorčeky vyfarbili, preto tento počet musíme vydeliť dvomi. Počet možností ako vyfarbiť naraz dva štvorčeky, pričom nezáleží na poradí, v ktorom ich vyfarbujeme, je $8 * 7 / 2 = 28$.

Teraz chceme zistiť, koľko z týchto 28 možností je takých, kde oba štvorčeky so sebou susedia. Hľadáme teda obdĺžnik s rozmermi 1×2 v sieti štvorčekov 2×4 . Môže byť umiestnený vodorovne: 1×2 alebo zvislo: 2×1 . Zvislé sú 4, môže sa nachádzať v jednom zo štyroch stĺpcov. Vodorovných je tam 6, v oboch riadkoch po 3. Existuje teda práve 10 možností, v ktorých 2 naraz vyfarbené štvorčeky so sebou susedia. Už len jednoducho vypočítame počet vyhovujúcich možností: $28 - 10 = 18$.

2. Spôsob

Teraz to skúsime tak, že sa budeme postupne pozeráť na jednotlivé štvorčeky a ku každému určíme počet vyhovujúcich dvojíc. Označme políčka písmenami A, B, C, D po stĺpcoch a číslami 1, 2 po riadkoch.

V mriežke 2×4 sú 2 rôzne typy políčok, pre každý typ vypíšeme počet vyhovujúcich dvojíc.

1. V rohoch mriežky ($A1, D1, A2, D2$)

Rohové políčko má 2 susedov, teda k nemu môžeme ako druhé vyfarbiť 5 ďalších políčok.

2. V strede mriežky ($B1, C1, B2, C2$)

Stredné políčko má 3 susedov, teda k nemu môžeme ako druhé vyfarbiť 4 rôzne políčka.

Rohové políčka sú 4, preto dostávame $4 * 5 = 20$ možností, kde prvé vyfarbené políčko bude v rohu. Stredné políčka sú 4, preto dostávame $4 * 4 = 16$ možností, kde prvé vyfarbené políčko bude jedno z tých stredných. Ale aj v tomto prípade si musíme uvedomiť, že sme každú možnosť zarátali dvakrát. Opäť nezáleží na poradí vyfarbovania políčok. Ak vyfarbíme políčko $A1$ ako prvé a napríklad $D2$ ako druhé ide o tú istú možnosť vyfarbenia dvoch políčok, ako keby bolo $D2$ vyfarbené prvé a $A1$ druhé, pretože škriatkovia vyfarbujú obe naraz. Celkový počet vyhovujúcich možností bude potom $(20 + 16)/2 = 18$, pričom vieme, že zúčastnených škriatkov bolo rovnako veľa.

Komentár:

Veľa z vás úlohu riešilo vypísaním všetkých možností. Lenže práve tu nastávajú chyby. Niekedy zabudnete nakresliť niektoré z osemnástich riešení, niekedy nakreslíte dané riešenie viac krát. A čo ak by škriatkovia dostali podobnú úlohu na mriežke 100×100 ? Tam by ste namiesto kreslenia všetkých možností museli vymyslieť niečo rozumnejšie. Všimnite si, že ani v jednom z týchto riešení sme nepotrebovali poznať konkrétne možnosti, stačilo nám vedieť ich počet. A takto sme sa celkom efektívne vyhli chybám, ktoré sú spojené s vypisovaním všetkých možností.

Úloha č.4:

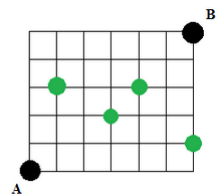
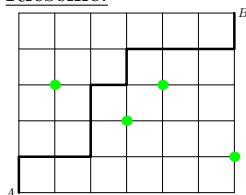
Opravovali: Tomáš Babej & Tobiáš Babej

🏆 Eva Krajčiová, Hana Lučanská, Hana Žáková

Počet riešiteľov: 80

Zadanie:

Na mape bolo mesto, kde ulice tvorili strany štvorcíkov. Kolkými najkratšími cestami sa dá dostať z bodu A , ktorým je vchod do mesta, do bodu B , ktorým je kráľovská väznica, ak tieto cesty nesmú prechádzať zelenými bodmi, ktorými sú označené hliadky?

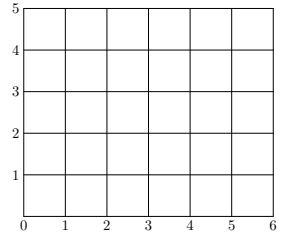
Riešenie:

Najprv sa skúsme zamyslieť nad tým, akú dĺžku má najkratšia cesta z vchodu do väznice.

Po chvíľke hrania sa s mapou mesta ľahko nájdete cestu z bodu A do bodu B , ktorá má dĺžku 11 ulíc (strán štvorcíkov). Jednou z nich je napríklad cesta na obrázku vľavo. Ako sa však presvedčíme, že neexistuje kratšia cesta?

Označme si riadky a stĺpce mapy číslami.

Každá ulica spája dva susedné stĺpce (vodorovná ulica) alebo dva susedné riadky (zvislá ulica), a teda po prejdenní jednej ulice zmeníme svoju polohu buď o jeden riadok, alebo o jeden stĺpec. Všimnime si, že väznica je od vchodu na mape vzdialená o 5 riadkov smerom nahor. Takže na akejkolvek ceste, ktorá vedie z bodu A do bodu B musí byť aspoň 5 rôznych ulíc, ktoré prejdeme smerom nahor.



Uvažujme rovnako, no tentoraz o stĺpcoch. Väznica je od vchodu vzdialená 6 stĺpcov smerom doprava. Čiže na každej ceste, ktorá vedie z bodu A do bodu B , musí byť aspoň 6 rôznych ulíc ktoré prejdeme smerom doprava.

Keďže žiadna ulica nevedie zároveň nahor a doprava, sú všetky tieto ulice navzájom rôzne, a teda každá cesta z vchodu do väznice obsahuje aspoň $5 + 6 = 11$ ulíc.

Najkratšia cesta má teda dĺžku 11 ulíc, a nachádzajú sa na nej len cesty prejdené smerom nahor alebo doprava.

Kolko je najkratších rôznych ciest z A do B ? Keďže do bodu B sa vieme dostať len z bodu priamo pod ním (riadok 4, stĺpec 6) alebo priamo vľavo od neho (riadok 5, stĺpec 5), prechádza ľubovoľná najkratšia cesta vedúca do B jedným z týchto bodov. Keďže žiadna najkratšia cesta neprechádza oboma týmito bodmi, počet najkratších ciest do bodu B je daný súčtom počtu najkratších ciest do bodu priamo pod ním a do bodu priamo naľavo od neho.

A rovnaký postup môžeme použiť pre ľubovoľný bod mapy! Ak totiž tento bod leží na najkratšej ceste z bodu A do bodu B , môžeme do neho prísť len zdola alebo zľava (ukázali sme, že na najkratšej ceste sa pohybuje len smerom nahor, alebo doprava). Tým pádom je počet najkratších ciest do tohto bodu daný súčtom počtu najkratších ciest do bodu priamo pod ním a do bodu priamo naľavo od neho.

| | | | | | | |
|---|---|---|----|----|----|-----|
| 1 | 2 | 9 | 22 | 35 | 59 | 105 |
| 1 | 1 | 7 | 13 | 13 | 24 | 46 |
| 1 | 0 | 6 | 6 | 0 | 11 | 22 |
| 1 | 3 | 6 | 0 | 5 | 11 | 11 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

Toto pravidlo nám dáva jednoduchý návod ako vypočítať počet najkratších ciest z bodu A do bodu B pre ľubovoľný bod mapy. Stačí postupovať systematicky zľava doprava v rámci stĺpcov a zdola nahor v rámci riadkov. Najprv vypočítame hodnoty v nultom riadku zľava doprava, potom hodnoty v 1. riadku zľava doprava, a tak po riadkoch pokračujeme až kým nevypočítame počet najkratších ciest z A pre celé mesto.

Netreba ešte zabúdať, že do bodu A sa vieme dostať práve 1 spôsobom (je to začiatok našej trasy) a do bodov, v ktorých sú hliadky sa môžeme dostať 0 cestami (nemôžeme cez ne prejsť). Teraz nám už nič nebráni vyplniť celú mapu.

Počet najkratších ciest z A do B je 105.

Komentár:

Toto bola úloha, ktorá ukázala, že priamočiary postup systematického vypisovania možností nie je vždy to pravé orechové. Aj tí najopatrnejší z vás sa pri vypisovaní jednotlivých možností pomýlili. V takýchto prípadoch je teda užitočné sa zamyslieť, či sa úloha nedá vyriešiť inou úvahou.

Vo svojich riešeniach ste často používali sebaisté tvrdenia, ktoré ste však nepodopreli žiadnymi argumentami. Ak napríklad tvrdíte, že najkratšia cesta má dĺžku 11 ulíc, je potrebné uviesť aj dôvod, ktorým nás presvedčíte.

Úloha č.5:

Opravovali: Peľo Milošovič & Kubo Genči & Naty Česánková

 *Adam Garafa, Daniel Dzurík, Anežka Mártonfiová* *Počet riešiteľov: 84*

Zadanie:

Na čistinke bolo 5 škriatkov, Kubo, Juro, Zoli, Mišo a Adam. Každý z nich má na hlave buď červenú, alebo modrú čiapku. Aj keď žiadny škriatok nevidí svoju čiapku, ten, ktorý má červenú čiapku, vždy hovorí pravdu. Škriatok s modrou čiapkou vždy klame. Jednotliví škriatkovia povedali toto:

- Kubo: “Vidím tri modré a jednu červenú čiapku.”
- Juro: “Vidím štyri červené čiapky.”
- Zoli: “Vidím jednu modrú a tri červené čiapky.”
- Mišo: “Vidím štyri modré čiapky.”

Zistite, aké čiapky môžu mať jednotliví škriatkovia. Nájdite všetky možnosti!

Riešenie:

Škriatkovia s červenou čiapkou na hlave vidia všetky klobúky okrem svojho červeného. Všetci teda vidia presne to isté. Keďže títo škriatkovia aj hovoria pravdu, musia aj tvrdiť to isté. Žiadny zo škriatkov ale nehovorí to isté ako niektorý zo zvyšných škriatkov. Preto má červenú čiapku nanaajvýš jeden zo štvorice Kubo, Juro, Zoli a Mišo.

To zároveň znamená, že každý z nich môže vidieť nanaajvýš jednu červenú čiapku, Adamovu (ak ju vôbec má). Juro aj Zoli tvrdia, že ich vidia viac, preto určite nehovoria pravdu a obaja majú na hlavách modré čiapky.

Môže mať Mišo na hlave červenú čiapku? Ak by ju mal, tak potom všetci ostatní majú modrú a to znamená, že klamú. Pozrime sa však na to, čo vidí Kubo. Kubo vidí 3 modré čiapky a 1 červenú (tú Mišovú). Presne to však Kubo aj tvrdí, teda vraví pravdu. Prečo by mal potom modrú čiapku? Mišo zjavne klamal a na hlave má modrú čiapku.

Mohol by mať Kubo na hlave červenú čiapku? Kubo zatiaľ vidí 3 modré čiapky. Tie patria Jurovi, Mišovi a Zolimú. To sa zatiaľ zhoduje s tým čo hovorí Kubo. Na

to aby mal Kubo na hlave červenú čiapku však musí vidieť aj škriatka s červenou čiapkou. Tú by mohol mať na hlave už iba Adam. Našli sme jedno riešenie, ktoré vyhovuje zadaniu.

Musíme už len zvážiť to či môže mať Kubo na hlave modrú čiapku. Ak by ju mal, tak potom Adam musí mať modrú čiapku (vieme, že Juro, Mišo a Zoli majú modré čiapky a chceme aby Kubo nehovoril pravdu). V tomto prípade majú všetci na hlave modrú čiapku a to znamená, že všetci klamú. Mišo potom vidí 4 modré čiapky, no to isté aj hovorí. A keď hovorí pravdu, tak potom má mať červenú čiapku, nie modrú. Táto možnosť nám nejako neseďí, veď nevieme dať Mišovi žiadnu čiapku. A to je dôvod prečo Kubo nemôže mať modrú čiapku.


Našli sme iba jedno riešenie tejto úlohy: Kubo a Adam majú červenú čiapku a Juro, Mišo a Zoli modrú čiapku.

Komentár:

Niektorým z vás sa podarilo úlohu zdarne vyriešiť. Zopár riešiteľov však zabudlo na to, že niečo treba aj rozpísať a objasniť, pretože nie vždy je všetko jasné. Mnohí ste z nepozornosti dospeli k dvom riešeniam. Nezabúdajte, že skúška správnosti nie je niekedy na škodu!

Úloha č.6:

Opravovali: Roman Staňo & Michal Pándy

 *Eva Krajčiová, Oszkár Urbán*

Počet riešiteľov: 77

Zadanie:

Na večierku sa zišlo niekoľko dám a pánov. Kráľovská etiketa hovorí o tom, že pán a dáma sa zdravia bozkom na ruku, dámy objatím a páni podaním ruky. Určte, koľko bozkov na ruku na večierku padlo, keď sa pozdravil každý s každým a podaní rúk bolo o 8 viac než objatí.

Riešenie:

Najprv sa pozrime na to, koľko pozdravov padne medzi niekoľkými ľuďmi rovnakého pohlavia, keď sa pozdraví každý s každým (je pri tom jedno či si vezmeme dámy alebo pánov). Je jasné, že medzi dvomi pánmi nastane jeden pozdrav. Lahko tiež prídeme na to, že medzi tromi pánmi nastanú tri pozdravy. Ako to však bude pri štyroch pánoch? Tu je už situácia trochu náročnejšia. Postavme si preto týchto štyroch pánov do radu a povedzme prvému nech sa pozdraví všetkým ostatným (trom pánom). Teraz povedzme druhému pánovi nech sa pozdraví zvyšným. Uvedomme si však, že pozdrav je vzájomný a keďže prvý a druhý pán sa už pozdravili, druhý pán sa pozdraví len zvyšným dvom (tretiemu a štvrtému pánovi). Na rade je tretí pán. Ten sa zdraví už len so štvrtým. Všimnime si, že posledný pán sa takto už pozdravil s každým. Spolu nám tak padlo: $1 + 2 + 3 = 6$ pozdravov. Čo ak by sme mali 5 pánov? Už asi tušíte, že do radu len pristavíme ďalšieho pána a podobným spôsobom zistíme, že nám padne $1 + 2 + 3 + 4 = 10$ pozdravov. Jednotlivé počty pozdravov v nejakej skupinke pánov alebo dám vieme zhrnúť do tejto tabuľky:

| Počet osôb | Počet pozdravov | Počet osôb | Počet pozdravov |
|------------|-----------------|------------|------------------------|
| 1 | 0 | 6 | $1+2+3+4+5=15$ |
| 2 | 1 | 7 | $1+2+3+4+5+6=21$ |
| 3 | $1+2=3$ | 8 | $1+2+3+4+5+6+7=28$ |
| 4 | $1+2+3=6$ | 9 | $1+2+3+4+5+6+7+8=36$ |
| 5 | $1+2+3+4=10$ | 10 | $1+2+3+4+5+6+7+8+9=45$ |

Teraz musíme nájsť také dva počty pozdravov, ktorých rozdiel je 8. Hneď vidíme, že v možnosti kde máme 9 a 8 ľudí je rozdiel pozdravov $36 - 28 = 8$, čo vyhovuje zadaniu našej úlohy. Na večierku tak mohlo byť 9 pánov a 8 dám (uvedomme si, že pánov je určite viac, lebo podaní rúk padlo viac než objatí). Je to však jediná možnosť?

Všimnime si, že počty pozdravov sú súčty po sebe idúcich čísel od jedna. Rozdiel ľubovoľných dvoch bude preto tiež predstavovať súčet niekoľko po sebe idúcich čísel. My hľadáme také dva, ktorých rozdiel je 8. Na mieste preto je otázka: "Akými všetkými spôsobmi vieme napísať číslo 8, ako súčet niekoľkých po sebe idúcich čísel?"

Už sme zistili, že to vieme zapísať samotným číslom 8. Ak by sme, ale chceli použiť dve čísla, nepodarí sa nám to. Je to preto, lebo keď si vezmeme ľubovoľné dve po sebe idúce čísla, jedno z nich bude párne a druhé a nepárne. To, ale znamená, že ich súčet je nepárne číslo a teda nie 8. Vráťme sa teda k našej otázke a skúsme to s tromi číslami. Je nám jasné, že $1 + 2 + 3 = 6$ (a teda nie 8) a ďalej $2 + 3 + 4 = 9$ (čo tiež nie je 8). Teraz si ale uvedomme, že ak zoberieme ľubovoľné ďalšie tri po sebe idúce čísla, ich súčet bude určite ešte väčší ako 9 a teda určite nebude 8. A ako to je so štyrmi po sebe idúcimi číslami? Už uhádnete, že podobne platí $1 + 2 + 3 + 4 = 10$, čo je veľa a každá ďalšia takáto štvorica bude ešte viac. Podobne to bude aj pre súčet 5,6,7 ... čísel. Dokázali sme tak, že existuje len jedna možnosť ako dostaneme medzi jednotlivými rozdielmi pozdravov číslo 8, a to práve vtedy, keď bude pánov 9 a dám 8.

Ostáva posledná časť: určiť koľko bozkov na ruku padlo. Každý z 9 mužov pobožkal ruku každej z 8 dám. Spolu tak padlo $9 \times 8 = 72$ bozkov.

Komentár:

Teší nás, že skoro všetci ste sa dopracovali k správne výsledku. Postup, ktorým sa vám to podarilo, ale nebol vždy úplne správny. Niektorí dostatočne nepopísali spôsob, akým sa dostali k jednotlivým počtom pozdravov medzi páňmi alebo dámmami, iní zas zabudli spomenúť ako získali číslo 72 v odpovedi. Najčastejšou chybou však bolo to, že takmer všetci len mlčky prepokladali, že pánov je o jedna viac ako dám (teda, že 8 podaní v rozdiel musí nutne vzniknúť medzi dvomi po sebe idúcimi počtami pozdravov). Tentokrát ste mali šťastie, lebo úloha mala len jedno riešenie, čo by sa ale stalo ako by bolo podaní rúk o 9 viac ako objatí? Našli by ste týmto spôsobom všetky odpovede? Skúste si to sami :) (nápoveda: úloha by takto mala až 3 riešenia).

Poradie po 2. sérii zimného semestra 24. ročníka

| Poradie | Meno a priezvisko | Trieda | Škola | PS | 1. | 2. | 3. | 4. | 5. | 6. | P | CS |
|-----------|-------------------------|---------|---------|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|
| 1. | Eva Krajčiová | 2. A | ZBe16KE | 54 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 108 |
| 2. | Samuel Osuský | 4. A | Zgen.MA | 52 | 9 | 9 | 7 | 6 | 8 | 9 | 9 | 103 |
| 3. - 4. | Adam Garafa | 6. A | ZKro4KE | 46 | 9 | 9 | 9 | 8 | 9 | 9 | 0 | 99 |
| | Hana Záková | 6. A | ZGTilBA | 48 | 9 | 9 | 9 | 6 | 9 | 0 | 99 | |
| 5. | Jakub Skaloš | Prima A | ZSkaBA | 52 | 8 | 9 | 7 | 8 | 6 | 7 | 0 | 97 |
| 6. | Matúš Legát | 5. ZA | ZMládPP | 44 | 8 | 9 | 9 | - | 9 | 9 | 8 | 96 |
| 7. | Natália Kapustová | 5. | ZSBadin | 45 | 9 | 9 | 7 | 7 | 9 | 9 | 7 | 95 |
| 8. | Zuzana Miškaňová | 1. OA | GMudrPO | 42 | 9 | 9 | 9 | 8 | 8 | 9 | 0 | 94 |
| 9. - 10. | Matej Grofčík | 6. A | ZNov2KE | 43 | 9 | 9 | 9 | 6 | 9 | 8 | 0 | 93 |
| | Samuel Koribanič | 6. A | ZŠtefHE | 44 | 8 | 9 | 9 | 7 | 7 | 9 | 0 | 93 |
| 11. | Filip Baltovič | Prima B | GAlejKE | 46 | 9 | 9 | 9 | 2 | 9 | 8 | 0 | 92 |
| 12. - 13. | Jakub Kozák | 4. A | ZKomeNO | 42 | 9 | 9 | 7 | 6 | - | 9 | 9 | 91 |
| | Luboš Bucher | 5. A | ZKro4KE | 48 | 8 | 9 | 7 | - | 5 | 9 | 5 | 91 |
| 14. | Martin Čabra | 6. A | ZStanKE | 43 | 9 | 9 | 7 | 4 | 9 | 9 | 0 | 90 |
| 15. | Oliver Štubňa | 4. A | ZMarkSN | 45 | 8 | 9 | 7 | 8 | 2 | - | 9 | 88 |
| 16. | Oskar Hritz | 5. B | ZPoliKE | 46 | 9 | 9 | 5 | 6 | 4 | 7 | 5 | 87 |
| 17. - 18. | Maximilian Pándy | 6. | ZKuzmKE | 39 | 8 | 9 | 9 | 5 | 9 | 7 | 0 | 86 |
| | Petra Simová | 4. | ZLiet | 35 | 8 | 9 | 8 | 8 | 9 | - | 9 | 86 |
| 19. - 20. | Margaréta Berecká | 5. B | ZKro4KE | 37 | 7 | 9 | 7 | 6 | 7 | 9 | 7 | 83 |
| | Hana Lučanská | 5. A | ZBe16KE | 43 | 7 | 9 | 3 | 9 | 4 | 7 | 4 | 83 |
| 21. - 22. | Štefan Vašak | 5. A | ZKe30KE | 41 | 9 | 9 | 9 | 1 | 6 | 4 | 4 | 82 |
| | Sophia Sabovčíková | 5. B | ZKro4KE | 35 | 8 | 9 | 7 | 1 | 7 | 9 | 7 | 82 |
| 23. - 25. | Matúš Mikolaj | 5. A | ZMartZA | 43 | 9 | 9 | 7 | 2 | 1 | 9 | 2 | 81 |
| | Adam Morvay | 5. E | ZTajoSC | 38 | 8 | 9 | 7 | 5 | - | 9 | 5 | 81 |
| | Timotej Pudelský | 5. A | ZKe30KE | 44 | 9 | 7 | 3 | 3 | 8 | 7 | 3 | 81 |
| 26. - 28. | Daniel Dzurík | 6. C | ZStanKE | 41 | 6 | 9 | 7 | 0 | 9 | 7 | 0 | 79 |
| | Jakub Mičko | Prima B | GAlejKE | 33 | 9 | 9 | 9 | 5 | 6 | 8 | 0 | 79 |
| | Tatiana Kerestiová | 6. A | ZBe16KE | 35 | 9 | 9 | 9 | 2 | 8 | 7 | 0 | 79 |
| 29. | Michaela Alena Minárová | 6. B | ZHvieLY | 35 | 9 | 9 | 9 | 1 | 6 | 9 | 0 | 78 |
| 30. | Roman Fusek | 4. A | GPalaBA | 31 | 8 | 9 | 7 | 1 | 6 | 7 | 9 | 77 |
| 31. - 32. | Kristína Melicherová | 5. A | ZKro4KE | 42 | 9 | 9 | 8 | - | 8 | - | - | 76 |
| | Jaroslav Birka | 6. A | ZKro4KE | 38 | 9 | 9 | 6 | - | 7 | 7 | 0 | 76 |
| 33. - 34. | Simona Jacková | 6. A | ZKro4KE | 35 | 7 | 9 | 9 | - | 6 | 9 | 0 | 75 |
| | Martin Filip | 5. B | ZKro4KE | 35 | 7 | 7 | 7 | 1 | 6 | 7 | 6 | 75 |
| 35. | Elena Hanusová | 5. A | ZKro4KE | 43 | 9 | 9 | 7 | 0 | 0 | 6 | 0 | 74 |
| 36. - 37. | Oszkár Urbán | 6. | ZKuzmKE | 27 | 9 | 9 | 7 | 7 | 5 | 9 | 0 | 73 |
| | Nikolas Praženica | 4. | ZSKomj | 38 | 6 | 4 | 4 | 6 | 5 | 7 | 7 | 73 |
| 38. | Simona Gibalová | Prima B | GAlejKE | 32 | 6 | 9 | 9 | 1 | 6 | 9 | 0 | 72 |
| 39. | Alžbeta Szabová | 5. B | ZKro4KE | 34 | 7 | 9 | 6 | 1 | 4 | 7 | 4 | 71 |
| 40. - 41. | Chiara Lukáčová | 5. B | ZKro4KE | 32 | 6 | 7 | 7 | 1 | 5 | 8 | 5 | 70 |
| | Michal Chovancák | 5. B | ZKro4KE | 26 | 9 | 9 | 7 | 1 | 6 | 7 | 6 | 70 |
| 42. - 44. | Klára Macková | 5. A | ZABerMT | 35 | 7 | 7 | 9 | 2 | 1 | 6 | 2 | 68 |
| | Dominik Lukáč | Prima B | GAlejKE | 36 | 9 | 9 | 2 | 1 | 8 | 3 | 0 | 68 |
| | Katka Samčíková | 6. A | ZZeliKE | 42 | 9 | 7 | 7 | 1 | 0 | 2 | 0 | 68 |
| 45. - 46. | Patrik Sremaňák | 5. B | ZKro4KE | 34 | 6 | 6 | 9 | 1 | 1 | 8 | 1 | 65 |
| | Kristína Koščíková | 5. | ZBe16KE | 27 | 9 | 9 | 9 | 1 | 2 | 7 | 2 | 65 |
| 47. | Claudia Ciganová | 5. B | ZKro4KE | 29 | 9 | 9 | 6 | 1 | 0 | 8 | 1 | 63 |
| 48. - 49. | Barbara Michalíková | 5. B | ZKro4KE | 33 | 9 | 7 | 6 | 1 | 1 | 5 | 1 | 62 |
| | Alexandra Ivaskenková | 5. B | ZKro4KE | 29 | 9 | 9 | 6 | 0 | 1 | 7 | 1 | 62 |
| 50. | Viet An Nguyen | Prima A | ZStarKE | 30 | 6 | 7 | 5 | 3 | 1 | 9 | 0 | 61 |
| 51. | Sophia Horňáková | Prima B | GAlejKE | 30 | 9 | 9 | 4 | 2 | 0 | 6 | 0 | 60 |

| Poradie | Meno a priezvisko | Trieda | Škola | PS | 1. | 2. | 3. | 4. | 5. | 6. | P | CS |
|-------------|----------------------|---------|----------|----|----|----|----|----|----|----|---|----|
| 52. | Sára Šoltészová | Prima B | GÁlejKE | 16 | 9 | 9 | 9 | 2 | 5 | 9 | 0 | 59 |
| 53. | Lukáš Kacvinský | 4. A | ZFrič | 28 | 6 | 8 | 6 | 1 | - | 1 | 8 | 58 |
| 54. | Martin Gubík | 5. A | ZKro4KE | 32 | 9 | 9 | 7 | - | - | - | - | 57 |
| 55. - 59. | Chiara Dudová | Prima A | ZStarKE | 31 | 5 | 4 | 5 | 1 | 1 | 9 | 0 | 56 |
| | Anežka Mártonfiová | 6. A | ZBe16KE | 16 | 6 | 9 | 7 | - | 9 | 9 | 0 | 56 |
| | Erik Novák | 6. A | ZKro4KE | 32 | 3 | - | 7 | - | 8 | 6 | 0 | 56 |
| | Sára Lemesányi | 6. A | ZKro4KE | 40 | 7 | 9 | 0 | - | - | - | 0 | 56 |
| | Karol Jakubčák | 5. B | ZKro4KE | 30 | 8 | 9 | 3 | 0 | 0 | 6 | 0 | 56 |
| 60. | Jakub Koza | Prima | GHaliLC | 27 | 7 | 6 | 7 | 1 | 6 | 1 | 0 | 55 |
| 61. | Michal Lukáč | 5. B | ZKro4KE | 29 | 8 | 9 | 7 | 0 | 1 | 0 | 0 | 54 |
| 62. - 64. | Lukáš Mikulec | Prima | GLi69SC | 33 | 6 | 9 | 2 | 0 | 1 | 2 | 0 | 53 |
| | Filip Šašala | 5. B | ZKro4KE | 30 | 6 | 7 | 0 | 1 | 2 | 6 | 1 | 53 |
| | Ema Lenárthová | 6. A | ZŠkolMG | 20 | 9 | 9 | 5 | 1 | 0 | 9 | 0 | 53 |
| 65. - 66. | Katarína Murinová | 4. A | ZNámeBB | 30 | 6 | - | - | - | 8 | - | 8 | 52 |
| | Šimon Peter | 4. A | ZTribTO | 29 | 7 | 0 | 4 | 1 | 1 | 3 | 7 | 52 |
| 67. - 68. | Veronika Vodičková | 3. C | ZBe16KE | 0 | 9 | 9 | 7 | 7 | 9 | - | 9 | 50 |
| | Dorota Salzerová | Prima B | GÁlejKE | 18 | 9 | 9 | 8 | - | - | 6 | 0 | 50 |
| 69. - 70. | Matúš Masrna | 6. A | ZKro4KE | 49 | - | - | - | - | - | - | 0 | 49 |
| | Pavol Liščinský | 5. A | ZKro4KE | 34 | 8 | - | 6 | 1 | - | - | - | 49 |
| 71. | Barbora Gbúrová | 5. A | ZKro4KE | 29 | 6 | - | - | 1 | 1 | 9 | - | 46 |
| 72. - 74. | Jakub Šlauka | 6. A | ZKro4KE | 20 | 9 | 6 | 2 | 1 | 1 | 5 | 0 | 44 |
| | Miloš Harmady | 5. | ZSaraLV | 44 | - | - | - | - | - | - | - | 44 |
| | Richard Gašpírik | 6. | ZLiet | 21 | 9 | 9 | 0 | 1 | 1 | 3 | 0 | 44 |
| 75. - 77. | Lubomír Vargovčík | 5. A | ZKe30KE | 21 | 6 | 9 | 3 | 2 | 1 | - | 1 | 43 |
| | Oliver Demjan | 5. A | ZKro4KE | 22 | 9 | 7 | 5 | - | - | - | - | 43 |
| | Ivana Benešová | 6. A | ZKro4KE | 28 | 6 | 9 | 0 | - | - | - | 0 | 43 |
| 78. | Jakub Blišťan | 4. V | ZAngeKE | 0 | 6 | 9 | 6 | 1 | 3 | 9 | 9 | 42 |
| 79. | Simonka Surňáková | 6. B | ZMartZA | 19 | 9 | 7 | 2 | 2 | 0 | - | 0 | 39 |
| 80. | Samuel Peter | 4. A | ZTribTO | 28 | 1 | - | 2 | - | - | 3 | 3 | 37 |
| 81. - 82. | Nina Griačová | 4. A | ZTajoSC | 18 | 9 | - | - | - | - | - | 9 | 36 |
| | Bernadeta Gajdošová | 6. A | ZJuhoKE | 19 | 4 | 3 | 2 | 1 | 0 | 7 | 0 | 36 |
| 83. - 85. | Lukáš Tomčík | 5. A | ZKe30KE | 14 | 6 | 9 | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 35 |
| | Ján Kecer | 4. A | ZJuhoKE | 17 | 5 | 0 | 6 | 1 | 0 | - | 6 | 35 |
| | Patrik Hrdina | Prima | GHaliLC | 35 | - | - | - | - | - | - | 0 | 35 |
| 86. | Katarína Fabianová | 6. A | ZJuhoKE | 17 | 7 | 7 | 0 | 1 | 1 | - | 0 | 33 |
| 87. - 88. | Veronika Nemjová | 5. B | ZDnepKE | 32 | - | - | - | - | - | - | - | 32 |
| | Simona Dobosyová | 5. A | ZKe30KE | 16 | 6 | 9 | 0 | 1 | 0 | - | 0 | 32 |
| 89. | Karolína Vasilová | 6. B | ZAngeKE | 26 | - | - | - | - | - | - | 0 | 26 |
| 90. | Aurel Jatyel | 5. A | ZOrJase | 19 | 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 25 |
| 91. - 92. | Šimon Batkovič | 4. A | ZJuhoKE | 22 | 1 | - | - | - | - | - | 1 | 24 |
| | Viktória Tarnóczyová | 6. A | ZStanKE | 24 | - | - | - | - | - | - | 0 | 24 |
| 93. - 95. | Adam Varinský | 5. A | ZKro4KE | 10 | 9 | - | 3 | - | - | 0 | - | 22 |
| | Ondrej Ovčar | Prima A | GÁlejKE | 22 | - | - | - | - | - | - | 0 | 22 |
| | Oliver Harvančík | 6. B | ZMartZA | 0 | 9 | 9 | 2 | 1 | 0 | 1 | 0 | 22 |
| 96. - 98. | Radoslava Nigutová | 4. A | ZJuhoKE | 19 | 1 | - | 0 | - | - | - | 1 | 21 |
| | Máριο Mikula | 6. A | ZJuhoKE | 15 | 5 | - | 0 | 0 | - | 1 | 0 | 21 |
| | Lubomír Vranka | 4. | ZSkar | 21 | - | - | - | - | - | - | - | 21 |
| 99. - 101. | Timotej Berta | 5. A | ZKe30KE | 19 | 1 | - | - | - | - | - | - | 20 |
| | Viktória Sláviková | 5. A | ZBe16KE | 20 | - | - | - | - | - | - | - | 20 |
| | Peter Wollner | 6. B | ZMartZA | 0 | 9 | 7 | 2 | 1 | 0 | 1 | 0 | 20 |
| 102. - 105. | Martin Nigut | 6. A | ZJuhoKE | 19 | - | - | - | - | - | - | 0 | 19 |
| | Natália Zacharová | 6. | ZBrančNR | 7 | 6 | - | 0 | - | 0 | 6 | 0 | 19 |
| | Samuel Petróc | 5. A | ZKro4KE | 15 | 4 | - | - | - | - | - | - | 19 |

| Poradie | Meno a priezvisko | Trieda | Škola | PS | 1. | 2. | 3. | 4. | 5. | 6. | P | CS |
|-------------|---------------------|---------|----------|----|----|----|----|----|----|----|---|----|
| | Filip Saloň | 4. | ZSKomj | 17 | 0 | 0 | - | 0 | 0 | 1 | 1 | 19 |
| 106. – 107. | Róbert Doboš | 6. | ZBrančNR | 7 | 6 | 4 | 0 | 0 | 1 | - | 0 | 18 |
| | Peter Lukáč | 5. A | ZKro4KE | 18 | - | - | - | - | - | - | - | 18 |
| 108. | Dominik Pjatak | 6. A | ZŠkolMG | 8 | 4 | 0 | 0 | 1 | 0 | 4 | 0 | 17 |
| 109. – 110. | Diana Baňackai | 5. A | ZKro4KE | 7 | 8 | - | - | - | - | - | - | 15 |
| | Alžbeta Kobilková | 5. E | ZTajoSC | 15 | - | - | - | - | - | - | - | 15 |
| 111. | Oliver Orosz | 5. A | ZKro4KE | 7 | 6 | - | - | 1 | 0 | - | - | 14 |
| 112. | Lazár Banda | 5. | ZSaraLV | 13 | - | - | - | - | - | - | - | 13 |
| 113. – 114. | Andrea Tresová | 6. A | ZZeliKE | 12 | - | - | - | - | - | - | 0 | 12 |
| | Peter Tobias Duda | 4. | ZLiet | 12 | - | - | - | - | - | - | - | 12 |
| 115. | Marianna Kordiaková | 6. A | ZJuhKE | 11 | - | - | - | - | - | - | 0 | 11 |
| 116. – 119. | Erik Stach | 5. B | ZŠtefVY | 10 | - | - | - | - | - | - | - | 10 |
| | Branislav Knap | 5. A | ZKro4KE | 6 | 4 | - | - | - | - | - | - | 10 |
| | Dávid Jánošík | 4. | ZSKomj | 10 | - | - | - | - | - | - | - | 10 |
| | Lukáš Varga | 6. | ZBrančNR | 4 | 0 | 0 | 5 | 0 | 0 | 1 | 0 | 10 |
| 120. | Katarína Nguyen | Prima B | GAlejKE | 6 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 8 |
| 121. | Matej Gracik | 5. A | ZOrJase | 3 | - | - | - | - | - | - | - | 3 |
| 122. | Arny Világi | 4. A | ZJuhKE | 0 | 1 | - | - | - | - | - | 1 | 2 |

Za podporu a spoluprácu ďakujeme




hodina deťom
 NADÁCIA PRE DETI SLOVENSKA
 CHILDREN OF SLOVAKIA FOUNDATION



Projekt podporila Nadácia pre deti Slovenska z fondu Hodina deťom

Názov Malynár – korešpondenčný matematický seminár
 Číslo 3 • December 2014 • Zimný semester 24. ročníka (2014/2015)
Internet: <http://malynar.strom.sk>
E-mail: malynar@strom.sk

Vydáva: Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice
Internet: <http://www.strom.sk>
E-mail: zdruzenie@strom.sk