MALYNÁR

Číslo 5 • apríl 2013 **Letná časť 22. ročníka**

Čaute Malynárčatá!

Veľká Noc a spolu s ňou i posledné prázdniny pred letom prišli a opäť odišli. Krutú zimu a silné mrazy vystriedali teplé a žiarivé slnečné lúče. Našťastie až teraz, keď už máte prvú sériu za sebou! No dajte si pozor, aby ste nezaspali na vavrínoch. Je tu totiž ešte druhá séria. A rozhodne by ste ju nemali zanedbať. Lebo, ako každý rok, len tí najšikovnejší z vás budú môcť ísť na výlet spolu s našimi hrdinami. A tiež s nami, samozrejme. No ak nás chcete stretnúť ešte skôr, môžete sa aj so svojimi spolužiakmi prihlásiť na tímovú súťaž Mamut a pozdraviť nás. Už teraz sa tešíme na to, ako vás 31.5. uvidíme.

Vaši Opravovatelia

Vzorové riešenia úloh 1. série Letnej časti

Úloha č. 1:
opravovali Laco Bačo & Miro Stankovič

Matej Hanus

Zadanie: Dominus má 130 drevených doštičiek. Z 5 doštičiek vie spraviť kopiju. Zo 7 drevených doštičiek vie spraviť okrúhly štít a zo 14 vie spraviť čln. Kopiju dokáže predať za 6 zlatých, štít za 8 zlatých a čln za 19 zlatých. Koľko najviac zlatých vie Dominus zarobiť? Koľko kopijí, štítov a člnov pri tom spraví? Koľko doštičiek mu ostane? *Pri výrobe Dominus nemusí minúť všetky doštičky.*

Riešenie: Čo robiť s takouto úlohou? 130 doštičiek je celkom veľa na to, aby sme iba bezhlavo skúšali vyrábať kopije, štíty, člny a počítali, koľko zlatých za ne dostaneme. Nič nám však nebráni skúsiť to pre menšie počty doštičiek. Aspoň získame predstavu o tom, čo sa nám oplatí vyrábať.

Po chvíľke skúšania vieme prísť k nasledujúcim pozorovaniam:

⋆ ak by sme mali spraviť tri kopije so ziskom 18 zlatých, radšej miesto nich vyrobíme čln za 19 zlatých a ako bonus sa nám zvýši aj jedna doštička,

⋆ ak by sme mali spraviť dva štíty so ziskom 16 zlatých, radšej miesto nich vyrobíme čln za 19 zlatých z rovnakého množstva doštičiek.

To vyzerá užitočne. Teraz si ešte musíme uvedomiť, čo to znamená pre Domina a jeho zisk. Chceme dostať čo najviac zlatých. Ak tri vyrobené kopije alebo dva štíty nahradíme člnom, žiadne peniaze nestratíme. Ba práve naopak, zarobíme na tom a prípadne aj ušetríme drevo. To ale znamená, že v našom riešení musia byť menej ako tri kopije a menej ako dva štíty, inak by sme vedeli zarobiť viac, a teda naše riešenie by nebolo najlepšie.

Na základe našich pozorovaní vidíme, že vyrábať člny sa zrejme oplatí. Tak to poďme skúsiť. Zo 130 doštičiek vieme vyrobiť najviac 9 člnov, za ktoré zarobíme

$9 \cdot 19 = 171$ zlatých. Zvýšia sa nám však štyri doštičky. To je celkom škoda, za to nevieme spraviť ani len kopiju.

Čo tak vyrobiť o jeden čln menej, čím sa nám zvýši 18 doštičiek, a z nich spraviť nejaké kopije a štíty? Pozrime sa, aké máme možnosti. Pritom sa vždy sa snažíme nenechávať doštičky nazmar, ak z nich vieme ešte niečo vyrobiť. Rozdeľme si to podľa toho, koľko štítov vyrobíme:

- ⋆ 0 štítov: z 18 doštičiek vieme spraviť $18 : 5 = 3$ kopije, zvyšok 3 doštičky. Zárobok $3 \cdot 6 = 18$ zlatých,
- ⋆ 1 štít: z $18 - 7 = 11$ doštičiek vieme spraviť $11 : 5 = 2$ kopije, zvyšok 1 doštička. Zárobok $2 \cdot 6 + 1 \cdot 8 = 20$ zlatých,
- ⋆ 2 štíty: z $18 - 2 \cdot 7 = 4$ doštičky nevieme vyrobiť žiadnu kopiju. Zárobok $2 \cdot 8 = 16$ zlatých.

Viac štítov už vyrobiť nevieme, na to by sme potrebovali aspoň $3 \cdot 7 = 21$ doštičiek.

Po takejto chvíľke skúšania vidíme, že najviac získame vyrobením dvoch kopijí a jedného štítu. Zarobíme spolu $2 \cdot 6 + 1 \cdot 8 + 8 \cdot 19 = 172$ zlatých, čo je viac ako v prvom prípade.

Dá sa zarobiť viac, ak vyrobíme ešte menej člnov? To by sa nám zvýšilo ešte viac doštičiek, a ak by sme ich chceli rozumne využiť, vyrobili by sme z nich aspoň tri kopije alebo aspoň dva štíty. No a my sme si predsa povedali, že toľko kopijí a štítov v najlepšom riešení nemôže byť, lebo by sme vedeli riešenie zlepšiť výrobou člnov miesto kopijí a štítov. Takže zarobiť viac ako 172 zlatých nevieme. Najlepšie je vyrobiť 2 kopije, 1 štít a 8 člnov.

Iné riešenie: Prvá časť riešenia je rovnaká ako v predchádzajúcom riešení. V najlepšom riešení teda môže byť 0 alebo 1 štít a 0, 1 alebo 2 kopije. Za zvyšné doštičky vyrobíme toľko člnov, koľko sa bude dať. A asi sa nám zvýši aj nejaké drevo.

Máme dokopy 6 možností:

Kopije	Štíty	Člny	Ostalo	Zárobok
0	0	$130 : 14 = 9$	4 doštičky	$9 \cdot 19 = 171$
1	0	$125 : 14 = 8$	13 doštičiek	$1 \cdot 6 + 8 \cdot 19 = 158$
2	0	$120 : 14 = 8$	8 doštičiek	$2 \cdot 6 + 8 \cdot 19 = 164$
0	1	$123 : 14 = 8$	11 doštičiek	$1 \cdot 8 + 8 \cdot 19 = 160$
1	1	$118 : 14 = 8$	6 doštičiek	$1 \cdot 6 + 1 \cdot 8 + 8 \cdot 19 = 166$
2	1	$113 : 14 = 8$	1 doštička	$2 \cdot 6 + 1 \cdot 8 + 8 \cdot 19 = 172$

Samozrejme, ak sa dá, mohli by sme zo zvyšných doštičiek urobiť kopiju (kopije) alebo štít. Ale tým by sme dostali buď nejakú inú z vyššie uvedených možností, alebo nejakú možnosť, kde je kopijí alebo štítov priveľa na to, aby to bolo najlepšie riešenie. To sme si povedali pred chvíľou, že veľa kopijí alebo štítov viem nahradiť člnom a zarobím viac.

Z vypísaných možností vidíme, že Dominus zarobí najviac, keď vyrobí 2 kopije, 1 štít a 8 člnov. Dokopy to vie predať za 172 zlatých a zvýši sa mu 1 doštička.

Komentár: Viacerí z vás si správne uvedomili, že zvyčajne sa najviac oplatí vyrábať člny. Preto ste vyrobili najviac člnov, ako sa dalo, a zvýšili sa vám 4 nevyužité doštičky. Mnohí ste si potom všimli, že tie 4 doštičky vieme použiť lepšie, ak uberieme jeden čln a z 18 doštičiek urobíme 2 kopije a 1 štít. To je pravda, ale je to skutočne najlepšie riešenie? Nemôže sa stať, že vyrobením ešte menej člnov a viac kopijí a štítov zarobíme viac?

Úloha č. 2:

opravovali Tina Oravcová & Terka Volavková

Matej Hanus

Zadanie: Dominus mal k dispozícii 8 člnov, každý s kapacitou 6 ľudí na prevoz. Do každého z člnov chcel usadiť 3, 4, 5 alebo 6 členov výpravy. Dominova výprava mala spolu s ním 31 členov. Rozsadenie do člnov muselo spĺňať tieto podmienky:

- ⋆ Člnov, v ktorých sedia traja členovia výpravy, má byť viac ako člnov, v ktorých sedia štyria členovia výpravy.
- ⋆ Člnov, v ktorých sedia piati členovia výpravy, má byť menej než tých, v ktorých sedia traja členovia výpravy.
- ⋆ Člny, v ktorých sedia šiesti členovia výpravy, sú najviac dva.
- ⋆ Všetky člny boli rovnaké rozmermi aj farbou.
- ⋆ Žiaden z ôsmich člnov neostal prázdny po rozsadení.

Koľkými spôsobmi mohol Dominus rozsadiť členov výpravy ak chcel splniť všetky podmienky? Pre každé rozsadenie napíš, koľko členov posádky bolo v ktorom člne.

Pozor! Napríklad rozsadenie $(3, 4, 5, 4, 5, 3, 4, 3)$ *(traja členovia posádky v prvom člne, štyria členovia posádky v druhom člne, ..., traja členovia posádky vo ôsmom člne) je rovnaké ako rozsadenie* $(3, 3, 5, 4, 5, 4, 4, 3)$. *Líši sa len v tom, v ktorom člne je koľko členov posádky.*

Riešenie:

Z poslednej podmienky v zadaní vyplýva, že v každom člne je minimálne trojčlenná posádka. Takto usadíme $3 \cdot 8 = 24$ členov výpravy. Ostáva mám nájť miesto pre $31 - 24 = 7$ pasažierov a neporušiť pri tom podmienky zadania. Môžeme to dosiahnuť napríklad tak, že budeme obsadzovať miesta v člnoch do maximálnej kapacity, teda 6 miest. Plne obsadených lodí nebude viac ako dve. To tiež vieme zo zadania. Poďme teraz rozobrať usádzanie ľudí do člnov vzhľadom na počet plne obsadených člnov.

Ak budú 2 člny, v ktorých sú 6 členovia výpravy, ostane jeden člen, a ten si sadne do ľubovoľného člna, kde sú 3 ľudia. Týmto dostávame prvé riešenie ako Dominus mohol rozsadiť výpravu, a to $(6, 6, 4, 3, 3, 3, 3, 3)$.

Ak bude 1 čln, v ktorom sú 6 členovia výpravy, ostanú neusadení 4 ľudia. Tých môžeme rozsadiť tak, že budeme mať 2 člny s 5 členmi výpravy alebo jeden čln s 5 členmi a dva so 4 členmi, aby ostali splnené podmienky zadania. Týmto dostávame druhé a tretie riešenie ako Dominus mohol rozsadiť výpravu, a to $(6, 5, 5, 3, 3, 3, 3, 3)$ a $(6, 5, 4, 4, 3, 3, 3, 3)$. Ak by sme nechceli mať člny s 5 členmi výpravy, porušili by sme podmienku, že člnov s 3 ľuďmi je viac ako člnov so 4 ľuďmi.

Ak nebude žiaden čln so 6 členmi, zvyšných 7 zostávajúcich členov výpravy dáme do člnov, kde budú nakoniec 5 alebo 4 ľudia. Maximálne môžeme vytvoriť tri člny po 5 členov (do troch člnov s 3 ľuďmi dáme po 2 zostávajúcich členoch) a zostávajúci člen výpravy si sadne do ľubovoľného člna s trojčlennou posádkou. Týmto dostávame posledné (štvrté) riešenie ako Dominus mohol rozsadiť výpravu, a to $(5, 5, 5, 4, 3, 3, 3, 3)$. Ďalšie rozdelenie spĺňajúce zadanie nie je. Ak by sme chceli mať len 2 člny s piatimi členmi výpravy, porušili by sme podmienku, že člnov s trojčlennou posádkou je viac ako člnov so štvorčlennou posádkou.

Ako už bolo v zadaní spomenuté, hľadali sme rôzne rozsadenia, a keďže lode sú rovnaké, tak napríklad $(5, 5, 5, 4, 3, 3, 3, 3)$ je to isté ako $(5, 3, 5, 4, 3, 3, 5, 3)$.

Rozsadenia mohli byť teda takéto

$(6, 6, 4, 3, 3, 3, 3, 3)$ – Dve lode so 6 členmi výpravy, jedna loď so 4 členmi výpravy a päť lodí s 3 členmi výpravy.

$(6, 5, 5, 3, 3, 3, 3, 3)$ – Jedna loď so 6 členmi výpravy, dve lode s 5 členmi výpravy a päť lodí s 3 členmi výpravy.

$(6, 5, 4, 4, 3, 3, 3, 3)$ – Jedna loď so 6 členmi výpravy, jedna loď s 5 členmi výpravy, dve lode so 4 členmi výpravy a päť lodí s 3 členmi výpravy.

$(5, 5, 5, 4, 3, 3, 3, 3)$ – Tri lode s 5 členmi výpravy, jedna loď so 4 členmi výpravy a štyri lode s 3 členmi výpravy.

Komentár: Domina ste, našťastie, nenechali v štichu a s touto úlohou ste si hravo poradili. Podstatou v nej bolo nájsť si vhodný systém hľadania kombinácií rozsadenia tak, aby nám žiadna možnosť neprekĺzla a nikde sa nestratila. Našlo sa viacero spôsobov ako postupovať pri hľadaní vhodných možností. Jeden z nich, ten najjednoduchší, je vo vzoráku, ale prezradíme aj tie ostatné, ktoré ste využili. Prvý: postupne ste riešili situácie, kde máme najprv 2 lode so 6 pasažiemi, potom jednu a nakoniec žiadnu loď. Druhý: podobne ako v prvom, len tu ste rozoberali prípady pre počty lodí s tromi členmi. A nakoniec je škoda, že nejaké tie bodíky vám ušli, pretože ste nám zabudli napísať postup hľadania možností. Ale podstatné je, že sme úspešne preplávali s celou výpravou na druhý breh, a to len vďaka vašej pomoci.

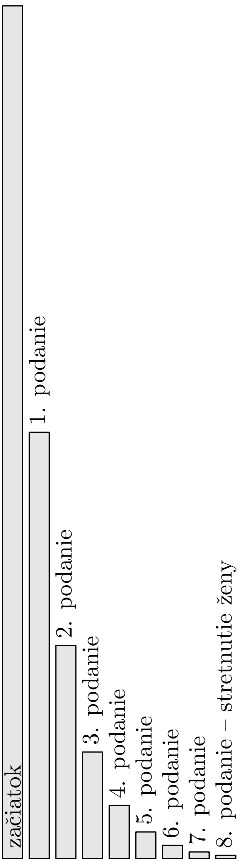
Úloha č. 3:

opravovali Jano Dudič & Miro Kulifaj

Matej Hanus, Norbert Micheľ, Katka Sčíslaková

Zadanie: Dominus a Viktor sa striedajú pri vedení skupiny v podzemí. Na cestu si svietia sviecou na svietniku, ktorú zapálili pri vstupe do podzemia. Dominus nesie svietnik od zapálenia sviečky až kým nezhorí presne polovica z nej. Potom svietnik podá Viktorovi a ten ho vpredu nesie tiež kým nezhorí polovica zo zvyšku sviece. Potom ju opäť podá Dominovi atď. Keď malo nastať ôsme podanie svietnika, stretli neznámu ženu. Od tohto momentu si už svietnik nepodávali, ale nechali sviečku ešte horieť. Od tejto chvíle trvalo presne jednu minútu, kým sviečka nezhasla. Ako dlho im sviečka horela od kedy ju zapálili kým im nezhasla?

Riešenie: Skôr ako sa pustíme do samotného riešenia, ukážeme si niečo o tom, čo to vlastne tá polovica je.



V zadaní sa totiž mnohokrát spomína, že kým si sviečku znovu podali, zhorela z nej polovica. V bežnom živote sa s polovicou stretávame najmä pri sladkostiach. Tie si vždy máme so súrodencom rozdeliť na dve aspoň približne rovnaké časti. Podobne je to aj v matematike. Rozdeliť niečo na polovicu v matematike znamená rozdeliť niečo na dve presne rovnaké časti.

Každá z týchto častí je preto dvakrát menšia ako celok. Teda polovica čokolády, ktorú zjete, je dvakrát menšia ako celá čokoláda, ktorú ste si mali so súrodencom rozdeliť. Teraz sa na to pozrime z opačnej strany. Mám polovicu niečoho. Povedzme čokolády. Potom celá čokoláda musela byť dvakrát väčšia. To je práve myšlienka, ktorú budeme v riešení používať.

Na konci je sviečka, ktorá horí jednu minútu. Táto jedna minúta ubehne od momentu, kedy sa stretnú s neznámou ženou. Kedy sa to ale stalo? Bolo to, keď nastalo siedme podanie? Nie! Potom, čo nastalo siedme podanie, zhorela ešte polovica ostávajúcej sviečky a až potom stretli neznámu ženu. Moment, kedy stretli ženu, môžeme teda prehlásiť za ôsme podanie napriek tomu, že si tam sviečku nepodali.

Podávanie sviečky ilustruje obrázok vľavo. Na začiatku máme sviečku (stĺpec), ktorá sa každým podaním skráti na polovicu. Pri prvom podaní je to polovica z toho, čo bolo na začiatku. Pri druhom podaní je to polovica zo sviečky, ktorú sme mali pri prvom podaní atď. Pri ôsmom podaní je to malý kúsok, o ktorom vieme, že horí presne minútu. Výpočet horenia prevedieme od konca od ôsmeho podania.

Ak po ôsmom podaní horela svieca minútu a bola to polovica sviece pri siedmom podaní, potom svieca pri siedmom podaní by horela $2 \cdot 1 = 2$ minúty. Takýmito úvahami pokračujeme ďalej.

Ak po siedmom podaní by svieca horela 2 minúty a vieme, že je to polovica sviece pri šiestom podaní, potom svieca pri šiestom podaní by horela $2 \cdot 2 = 4$ minúty.

Ak po šiestom podaní by svieca horela 4 minúty a vieme, že je to polovica sviece pri piatom podaní, potom svieca pri piatom podaní by horela $2 \cdot 4 = 8$ minút.

Ak po piatom podaní by svieca horela 8 minút a vieme, že je to polovica sviece pri štvrtom podaní, potom svieca pri štvrtom podaní by horela $2 \cdot 8 = 16$ minút.

Ak po štvrtom podaní by svieca horela 16 minút a vieme, že je to polovica sviece pri treťom podaní, potom svieca pri treťom podaní by horela $2 \cdot 16 = 32$ minút.

Ak po treťom podaní by svieca horela 32 minút a vieme, že je to polovica sviece pri druhom podaní, potom svieca pri druhom podaní by horela $2 \cdot 32 = 64$ minút.

Ak po druhom podaní by svieca horela 64 minút a vieme, že je to polovica sviece pri prvom podaní, potom svieca pri prvom podaní by horela $2 \cdot 64 = 128$ minút.

Ak po prvom podaní by svieca horela 128 minút a vieme, že je to polovica sviece, ktorú sme zapálili na začiatku, potom celá svieca bude horieť $2 \cdot 128 = 256$ minút.

Sviečka horela 256 minút, kým zhasla.

Komentár: Na začiatok vás chceme pochváliť. Veľká časť z vás dospela k správnemu výsledku a mnohí postup aj pekne popísali. Výsledkom je veľa deviatok, čo nás vždy teší. Vybrať najkrajšie riešenia vôbec nebolo jednoduché. Rozhodne najvtipnejšie riešenie, bohužiaľ za málo bodov, nám poslal Erik Novák. Tí z vás, ktorí úlohu nevyriešili správne, si najčastejšie zle vyložili zadanie. A tak nám prišlo viacero riešení, v ktorých po siedmom podaní trvalo minútu, kým sviečka dohorela. Trocha menej riešiteľov si myslelo, že ženu stretli až pri deviatom podaní. No a nakoniec, niekoľko z vás stratilo body kvôli numerickým chybám. Dávajte si na to pozor. Úplne zbytočne vás to stojí body.

Úloha č. 4:

opravovali Dávid Hvizdoš & Peťka Plšková

Michal Masrna

Zadanie: Vypisujme zaradom všetky prirodzené čísla za sebou bez akýchkoľvek oddeľovačov (1234567891011 teraz je posledné číslo 11, má dve cifry, v rade čísel pokračujeme - 121314...).

a) Koľko cifier budeme mať napísaných na papieri, keď sa v tomto rade čísel prvýkrát objavia tri za sebou idúce cifry 4?

b) Koľkociferné bude posledné prirodzené číslo, ktoré napíšeme do radu za podmienky, že posledných 31 cifier radu čísel bude cifra 4 a náš rad čísel je najkratší možný?

Riešenie: Tri štvorky môžu byť súčasťou najviac dvoch za sebou idúcich čísel. A to preto, že pri vypisovaní čísel za radom sa dve po sebe idúce čísla líšia od seba práve poslednou cifrou (S výnimkou prechodu cez desiatku).

Hľadáme prvý výskyt troch štvoriek za sebou. Prvé tri štvorky idúce za sebou budú súčasťou dvoch za sebou idúcich dvojciferných čísel. V jednom z týchto dvoch čísel je jedna cifra rôzna od 4, druhé číslo musí byť číslo 44. Vedľa neho sú čísla 43 a 45. Má však byť splnená podmienka, že tri štvorky musia ísť za sebou. Z toho vyplýva, že sú to čísla 44 a 45 (4445). Teraz už len potrebujeme zistiť, aký je počet cifier v číslach od 1 do 45. Rozdelíme ich na dve skupiny: jednociferné a dvojciferné. Jednociferných je 9 (čísla od 1 do 9) – to je aj 9 cifier. Dvojciferných je $45 - 9 = 36$ (musíme odpočítať tých 9 jednociferných). Keďže dvojciferné sa skladajú z dvoch cifier, tak počet cifier je $36 \cdot 2 = 72$. No a dokopy to je $72 + 9 = 81$ cifier. Ale pozor, tretiu štvorku napíšeme ako osemdesiatu cifru.

V druhej časti máme zistiť, koľkociferné je posledné číslo. Tak isto ako v prvej časti je hlavnou myšlienkou riešenia tejto úlohy to, že štvorky majú byť súčasťou najviac dvoch čísel. No lenže v tomto prípade je v zadaní aj podmienka, že posledné číslo bude tvorené zo samých štvoriek. To preto, že posledných 31 cifier radu čísel bude cifra 4. Toto číslo bude mať pochopiteľne na mieste jednotiek takisto štvorku, takže predposledné číslo sa bude končiť cifrou 3. Z tohto vyplýva, že posledných 31 čísel radu budú súčasťou jedného čísla. Posledné číslo je tridsaťjedenciferné.

Komentár: Táto úloha vôbec nedopadla dobre. Prvou časťou úlohy sa ste sa úspešne prehrýzli viac-menej všetci. O to prísnejšie sme preto strhávali body za slabší popis riešenia. Niektorí z vás zabudli na to, že v zadaní sa jasne píše toto: „Vypisujme zaradom všetky prirodzené čísla ...“ nie číslice. Preto zarátať musíme aj päťku, ktorá je na konci. Na druhej časti úlohy si však veľa skúsených riešiteľov vylámalo zuby. Zadanie znelo „... za podmienky, že posledných 31 cifier radu...“. A predsa rady väčšiny z vás končili číslicou 5. Bohužiaľ sme pre to museli strhnúť body hneď niekoľkým veľmi pekným riešeniam.

Úloha č. 5:

opravovali Floro Hatala & Tomáš Daneshjo

Samuel Banas

Zadanie: V dedine žili dve skupiny ľudí. Ľudia z jednej skupiny stále klamú a tí z druhej stále hovoria pravdu. Na otázky vedia odpovedať len slovami Bal a Ga, pričom jedno z týchto slov je áno a druhé nie. Dominus však netuší, ktoré je ktoré. Tak si odchytil jedného obyvateľa ostrova. Spýtal sa ho: „Znamená Bal áno?“ Odpovedal mu: „Bal.“

a) Patrí tento obyvateľ medzi tých, čo vždy hovoria pravdu alebo medzi tých, čo vždy klamú?

b) Vie na základe odpovede dedinčana Dominus povedať, čo znamená slovo Bal?

Riešenie: Dominus mohol stretnúť buď klamára, alebo pravdovravného dedinčana. My musíme prísť na to, ktorého z nich stretol. Vieme, že Bal znamená áno a Ga znamená nie alebo Bal znamená nie a Ga znamená áno.

	Áno znamená	Nie znamená
1.	Bal	Ga
2.	Ga	Bal

1. Ak by sme sa opýtali klamára, či Bal znamená áno, on nám musí zaklamať.

Povie: Ga (Nie)

Ak by sme sa opýtali pravdovravného, či Bal znamená áno, on nám musí povedať pravdu.

Povie: Bal (Áno)

2. Ak by sme sa opýtali klamára, či Bal znamená áno, on nám musí zaklamať.

Povie: Ga (Áno)

Ak by sme sa opýtali pravdovravného, či Bal znamená áno, on nám musí povedať pravdu.

Povie: Bal (Nie)

Zhrňme si to do tabuľky:

	Áno znamená	Nie znamená	Klamár odpovie	Pravdovravný odpovie
1.	Bal	Ga	Ga	Bal
2.	Ga	Bal	Ga	Bal

Z tabuľky vieme vyčítať, že nezáleží na tom, ktoré slovo znamená áno a ktoré nie. Na otázku „Znamená Bal áno?“ nám klamár vždy odvetí Ga a pravdovravný Bal.

a) To znamená, že dedinčan, ktorého Dominus stretol, bol určite pravdovravný.

b) Rovnako to ale znamená, že nevieme povedať, či Bal znamená áno alebo nie. Je to preto, že odpoveď dedinčana je v oboch prípadoch rovnaká.

Komentár: Musíme skonštatovať, že väčšina z vás úlohu vyriešila. Nie vždy ste si však dali záležať na tom, aby boli vaše tvrdenia dostatočne popísané. Hlavne časť b) spôsobila, že sa vyníma na vašich prácach menej deviatok, ako by mohlo. Vzhľadom na vysoký počet riešiteľov tejto úlohy vás bavila, čo nás teší.

Úloha č. 6:

opravovali Peťo Milošovič & Robo Schönfeld & Tóno Gromóczki

Norbert Micheľ

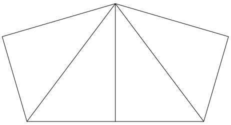
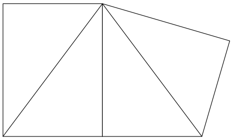
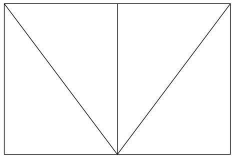
Zadanie: Pred Viktorom ležia 4 drevené diely tvaru trojuholníka s hrúbkou 1 cm. Každý diel má jednu stranu dĺžky 3 cm, jednu 4 cm a jednu 5 cm. Keď diely k sebe priloží tak, aby sa diely neprekrývali ani neboli na sebe, dostane útvar, s ktorým je možné ovládať bránu, ak útvar spĺňa jednu podmienku. A to, aby útvar mal najmenší obvod spomedzi všetkých útvarov, ktoré je možné z týchto dielov vytvoriť. Aký je obvod útvaru, ktorý ovláda bránu? Nakresli aspoň jeden takýto útvar, pomocou ktorého je možné otvoriť bránu.

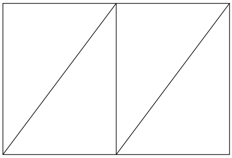
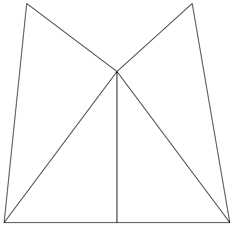
Riešenie: Pokiaľ by sme trojuholníky rozhádzali len tak, aby sa ani nedotýkali, obvod kľúča, ktorý by nám vznikol, by bol obvod všetkých trojuholníkov spolu. Obvod jedného dielu je $3 + 4 + 5 = 12$ cm a diely sú štyri, teda obvod by bol 48 cm. My ale naše trojuholníky môžeme (dokonca musíme) spájať tak, aby sa dotýkali stranami. Nie je nutné, aby sa dotýkali celými stranami, ale keďže chceme, aby sa obvod minimalizoval, tak aspoň jedna zo spájaných strán bude pri spájaní použitá celá. Vždy, keď nejaké dve strany spojíme, celkový obvod sa zmenší o dvojnásobok kratšej zo spájaných strán. Najmenší obvod teda nájdeme tak, že zistíme, ako treba pospájať trojuholníky, aby súčet pospájaných strán bol čo najväčší.

Povedzme, že trojuholníky budeme spájať postupne. Teda začneme prvým, k nemu pripojíme druhý, atď. Keďže máme 4 trojuholníky, dokopy urobíme 3 spojenia. Pri každom spojení odoberieme niekoľko centimetrov z celkového obvodu. Trojuholník má dĺžky strán 3 cm, 4 cm a 5 cm, teda pri každom zo spájaní ubudne z obvodu 6 cm alebo 8 cm alebo 10 cm. Najlepšie by teda bolo vo všetkých troch spojeniach odobrať 10 cm. Problémom je, že na to by sme potrebovali šesť 5 cm strán, no máme len štyri. Rozpíšme jednotlivé možnosti:

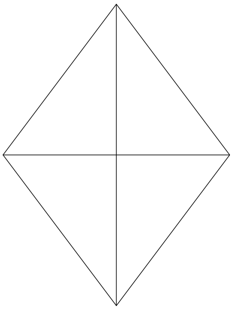
1. spojenie	2. spojenie	3. spojenie	Ušetrený obvod
6	6	8	20 cm
6	6	10	22 cm
6	8	8	22 cm
6	8	10	24 cm
6	10	10	26 cm
8	8	10	26 cm
8	10	10	28 cm

Ako vidíme, najviac uberieme z obvodu, ak spojíme 5 cm strany dvakrát a 4 cm strany raz. Výsledný útvar bude mať obvod $48 - 28 = 20$ cm. Vieme zostrojiť niekoľko útvarov s obvodom 20 cm.

Problémom je náš doterajší predpoklad, že stále pri pripájaní nového trojuholníka ho pripojíme len jednou stranou. Určite ste si už všimli, že trojuholník so stranami 3 cm, 4 cm a 5 cm je pravouhlý. To znamená, že má uhol, ktorý má veľkosť 90°. Trojuholníky teda vieme pospájať tak, aby tieto pravé uhly ležali pri sebe, a preto v treťom spojení pripojíme trojuholník dvoma stranami. Trojuholníky sa dajú pospájať tak, aby spolu vytvorili kosoštvorec. Ten má obvod 20 cm, čo je rovnako ako predchádzajúce riešenia.



Komentár: Teší nás, že k správnemu výsledku sa dopracovala väčšina z vás. Body sme nekompromisne strhávali za nevysvetlenie postupu alebo úplne vynechanie postupu. Aj keď správny výsledok bol dôležitý, správny postup a jeho vysvetlenie bolo pre nás ešte dôležitejšie. Mnohých delilo od zisku plného počtu naozaj málo a poväčšine to bolo to, že v riešení sa nezamysleli nad tým, prečo je 20 cm naozaj to správne riešenie a prečo sa nám nemôže podariť niečo, čo by mohlo mať obvod o čosi menší. Pri riešní úloh je vždy veľmi dôležité poriadne si prečítať úlohu. Mnohí z vás si z nepozornosti pozmenili strany a to už správne riešenie vznikne ťažko.

Poradie riešiteľov po 1. sérii

Poradie	*Meno*	*Trieda*	*Škola*	*Poč.*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*Pr.*	*Súčet*
1.	Matej Hanus	6. A	ZKro4KE	0	9	9	9	9	9	7	0	52
2.	František Gábor	6. A	ZKro4KE	0	9	9	9	8	9	7	0	51
3.	Norbert Micheľ	5. A	ZKro4KE	0	9	9	9	5	7	9	7	50
4.	Dárius Pacholský	6. A	ZKro4KE	0	6	9	9	9	9	7	0	49
5. – 6.	Michal Masrna	6. B	ZKro4KE	0	7	9	9	9	9	5	0	48
	Nina Mizeráková	5. C	ZŠmerPO	0	8	9	8	9	7	7	7	48
7.	Patrik Paľovčík	6. A	ZKro4KE	0	7	9	8	8	8	7	0	47
8. – 13.	Michal Kavuľa	6. B	ZKro4KE	0	8	9	9	8	5	6	0	45
	Jakub Mičko	4. B	ZKro4KE	0	6	-	7	8	9	6	9	45
	Martin Jakub Želinský	5. A	ZKro4KE	0	6	7	9	3	8	9	6	45
	Adam Čabrák	4. A	ZKro4KE	0	6	9	7	7	7	6	9	45
	Simona Sabovčíková	5. B	ZKro4KE	0	3	9	9	6	9	6	6	45
	Šimon Šoltés	1.OA	GTr12KE	0	8	9	7	8	9	4	0	45
14. – 15.	Benjamín Mravec	6. B	ZKro4KE	0	7	9	9	4	9	6	0	44
	Matúš Masrna	4. A	ZKro4KE	0	6	9	8	3	9	-	9	44
16. – 20.	Gabriela Genčiová	5. B	ZKro4KE	0	4	9	8	5	9	7	5	43
	Radován Laščák	6. B	ZKro4KE	0	8	9	9	4	7	6	0	43
	Lujza Milotová	5. A	ZBrusKE	0	8	9	9	3	9	4	4	43
	Katarína Sčísláková	6. B	ZHvieLY	0	5	9	9	6	9	5	0	43
	Soňa Špakovská	5. A	ZTomKe	0	8	5	9	5	9	7	5	43
21. – 23.	Martin Albert Gbúr	6. A	ZKro4KE	0	7	9	9	4	7	6	0	42
	Peter Zimovčák	6. B	ZKro4KE	0	9	8	9	4	7	5	0	42
	Tomáš Chovančák	6. B	ZKro4KE	0	8	9	9	-	9	7	0	42
24. – 25.	Frederik Ténai	5. B	ZAngeKE	0	8	8	7	3	9	4	4	40
	Adam Garafa	4. A	ZKro4KE	0	4	7	8	3	7	6	8	40
26. – 28.	Ján Richnavský	5. B	ZKro4KE	0	4	-	8	9	7	7	4	39
	Róbert Bažalik	5. A	ZZeliKE	0	8	7	4	1	9	7	4	39
	Samuel Banas	5. A	ZBrezPN	0	6	-	9	4	9	7	4	39
29. – 30.	Róbert Sabovčík	5. A	ZKro4KE	0	4	9	9	4	7	5	4	38
	Erik Novák	4. A	ZKro4KE	0	4	9	1	4	7	5	9	38
31. – 33.	Jakub Patrik	6. A	ZKro4KE	0	7	9	4	5	7	5	0	37
	Viktória Smolárová	4. A	ZOravJa	0	5	5	5	3	9	4	9	37
	Jakub Vojčík	prima B	GAlejKE	0	5	8	8	4	7	5	0	37
34.	Sofia Kuliková	5. A	ZZeliKE	0	7	9	3	4	7	5	4	36
35. – 37.	Daniela Cinkaničová	5. C	ZTomKe	0	7	9	6	3	0	7	3	35
	Martin Kozák	prima B	GAlejKE	0	4	8	4	5	7	7	0	35
	Jakub Pravda	Prima A	ZSkaBA	0	4	8	9	4	5	5	0	35
38. – 39.	René Čáky	Prima A	GAlejKE	0	6	3	9	5	7	4	0	34
	Filip Pereš	5. A	ZKro4KE	0	4	5	8	4	9	4	4	34
40. – 42.	Michaela Rusnáková	5. A	ZBrusKE	0	9	5	8	3	2	5	3	33
	Tomáš Prielomek	5. A	ZOravJa	0	6	5	9	4	4	5	4	33
	Simona Vrbová	5. A	ZKro4KE	0	6	5	7	3	7	4	4	33
43. – 45.	Marek Čižmár	5. B	ZTomKe	0	5	5	8	2	6	4	4	32
	Tomáš Miščík	5. B	ZKro4KE	0	7	5	4	4	6	6	4	32
	Martin Kuľka	6.	ZSDrienov	0	4	9	5	1	7	6	0	32
46.	Martin Kánássy	5. B	ZKro4KE	0	4	5	7	4	6	5	4	31
47. – 48.	Klára Hricová	5. A	ZKro4KE	0	3	5	4	9	4	4	4	30
	Samuel Peter Kovár	5. B	ZKomeMD	0	4	5	3	4	9	4	4	30
49.	Blažej Fabián	5. A	ZHlavKZ	0	4	3	3	4	9	6	3	29
50. – 53.	Martin Bertko	Prima A	GAlejKE	0	1	4	6	3	9	5	0	28
	Simona Horváthová	5. A	ZKro4KE	0	2	1	9	4	7	4	2	28
	Diana Rudzanová	prima B	GAlejKE	0	4	3	9	0	7	5	0	28
	Alica Olexová	5. A	ZTomKe	0	3	9	0	4	4	5	3	28
54. – 56.	Dávid Erdödy	5. A	ZTomKe	0	3	5	2	4	6	5	3	26
	Zuzana Krajňáková	5. A	ZKro4KE	0	2	2	8	2	8	4	2	26
	Soňa Liptáková	6. B	ZKro4KE	0	2	6	3	-	6	9	0	26

Poradie	*Meno*	*Trieda*	*Škola*	*Poč.*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*Pr.*	*Súčet*
57.	Veronika Danková	Prima B	GAlejKE	0	4	4	4	1	7	5	0	25
58. – 61.	Dominik Červený	6. B	ZKro4KE	0	5	2	9	3	1	4	0	24
	Alex Removčík	6. A	ZŠmerPO	0	1	4	5	4	6	4	0	24
	Richard Ciglanský	Prima A	GAlejKE	0	7	-	5	1	7	4	0	24
	Matej Štencel	5	ZŠkolMG	0	6	2	6	2	4	4	2	24
62.	Stanislav Jochman	Prima A	GAlejKE	0	6	2	4	3	2	6	0	23
63. – 64.	Matej Tarča	6. B	ZKro4KE	0	5	5	2	3	-	7	0	22
	Daniel Kalina	5. B	ZKro4KE	0	2	-	-	7	9	4	-	22
65. – 67.	Filip Franko	5. C	ZTomKe	0	2	2	8	3	1	3	2	20
	Jaroslav Šillák	5. A	ZOravJa	0	2	4	5	3	1	4	2	20
	Samo Albrecht	5. A	ZKro4KE	0	-	3	9	3	5	-	-	20
68.	Martin Müller	Prima A	GAlejKE	0	7	3	2	1	-	6	0	19
69. – 72.	Veronika Belániová	5.	ZJeleNH	0	6	2	2	4	-	2	2	18
	Jozef Maximilián Vrábel	5.	ZTrencT	0	3	2	3	4	1	4	2	18
	Juraj Roman	prima B	GAlejKE	0	1	5	7	0	1	4	0	18
	Anthony Martin	5. B	ZKro4KE	0	3	1	2	1	7	4	1	18
73. – 75.	Damián Baňačkai	5. A	ZKro4KE	0	-	-	9	-	8	-	-	17
	Laura Antolová	5.	ZJeleNH	0	1	3	4	4	0	4	1	17
	Kristína Šedovičová	5. B	ZKro4KE	0	2	1	0	8	1	4	1	17
76.	Alexandra Koledová	6. A	ZHlinŽA	0	1	3	5	0	6	1	0	16
77.	Tomáš Čorej	5. C	ZŠmerPO	0	1	3	9	2	-	-	-	15
78. – 79.	Filip Miroslav Kucka	6. B	ZNov2KE	0	1	1	7	1	2	1	0	13
	Matej Bačo	6. B	ZKro4KE	0	4	-	-	2	5	2	0	13
80. – 85.	Jakub Barkáč	5. A	ZKro4KE	0	1	-	8	-	2	1	-	12
	Adam Szamosi	Prima A	GAlejKE	0	2	2	0	1	6	1	0	12
	Rebeka Rešteiová	Prima A	GAlejKE	0	4	2	4	1	-	1	0	12
	Michaela Illeová	6. A	ZHlinŽA	0	1	2	5	3	1	-	0	12
	Filip Fukas	6		0	1	5	0	1	1	4	0	12
	Martin Berká	5. B	ZKro4KE	0	-	1	3	2	6	-	-	12
86.	Jakub Vertaľ	5. B	ZKro4KE	0	1	1	-	1	3	3	1	10
87.	Kristína Mosejová	5. A	ZZeliKE	0	-	5	-	4	-	-	-	9
88. – 91.	Lea Petrželková	6	ZHlinŽA	0	3	0	1	1	1	-	0	6
	Aurélia Zlatica Poláková	6. A	ZHlinŽA	0	1	2	0	1	1	1	0	6
	Ondrej Lipták	6. A		0	2	1	2	1	-	-	0	6
	Anton Breicha	5. B	ZTomKe	0	1	5	0	-	-	-	-	6
92.	Matej Jaššo	6. A	ZHlinŽA	0	3	1	-	-	1	0	0	5
93.	Patrik Štefanko	Prima A	GAlejKE	0	1	1	0	0	1	1	0	4
94. – 95.	Dominik Valkovský	Prima A	GAlejKE	0	1	0	-	-	1	-	0	2
	Richard Benčík	6. A	ZHlinŽA	0	1	1	-	-	0	0	0	2
96. – 97.	Peter Olexa	5. A	ZTomKe	0	1	-	0	0	0	-	-	1
	Róbert Tóth	6.	ZZeliKE	0	1	-	0	-	-	-	0	1
98. – 100.	Daniela Einkaničová	5. C	ZTomKe	0	-	-	-	-	-	-	-	0
	Michal Horanský	Prima C	ZTeplBA	0	-	-	-	-	-	-	0	0
	Simona Jacková	4. B	ZKro4KE	0	-	-	-	-	-	-	-	0

Za podporu a spoluprácu ďakujeme

- Gymnázium Poštová 9, Košice
- Ústav matematických vied, Prírodovedecká fakulta UPJŠ, Košice
- Jednota slovenských matematikov a fyzikov, pobočka Košice
- APVV LPP–0057–09 *Rozvíjanie talentu prostredníctvom korešpondenčných seminárov a súťaží*

Názov: MALYNÁR — korešpondenčný matematický seminár
Číslo 5 • apríl • Letná časť 22. ročníka (2012/2013)
Internet: `http://malynar.strom.sk`

Vydáva: Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice 1
Internet: `http://zdruzenie.strom.sk`
E-mail: `zdruzenie@strom.sk`