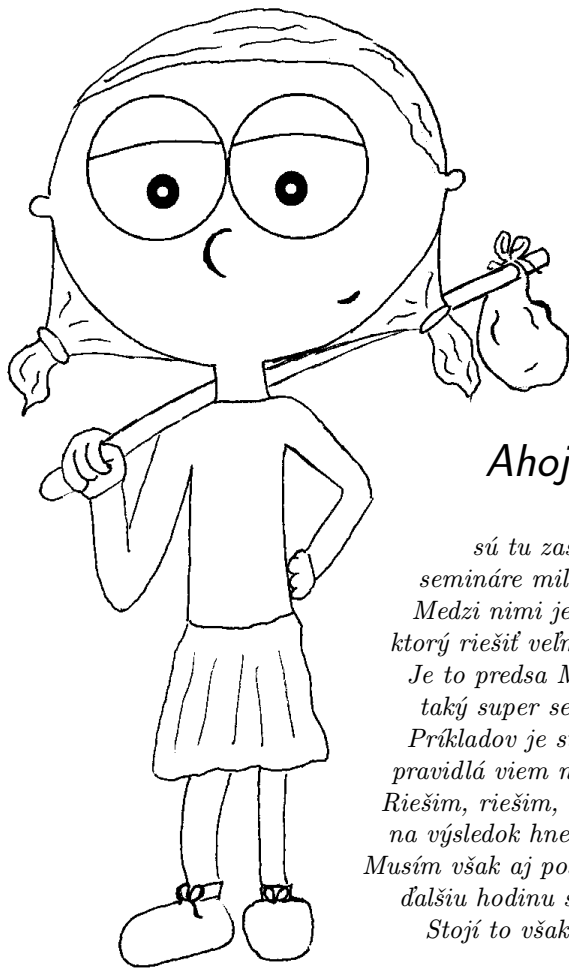


# MALYNÁR

Číslo 1 • september 2009

zimná časť 19. ročníka



**Ahoj!**

*sú tu zase,  
semináre milé naše.  
Medzi nimi je aj ten,  
ktorý riešiť veľmi chcem.  
Je to predsa Malynár,  
taký super seminár.  
Príkladov je stále päť,  
pravidlá viem naspamäť.  
Riešim, riešim, chvíľu len,  
na výsledok hneď prídem.  
Musím však aj postup stvoriť,  
ďalšiu hodinu sa moriť.  
Stojí to však za to.*

*Vaši opravovatelia*

## Zadania úloh 1. série zimnej časti

*Termín odoslania: 19. október 2009*

„... však vtedy vyrazil Mastičkovi Kalkulačku Moci z ruky a do krajiny sa vrátila spravodlivosť.“

Strýko zavrel knižku a usmial sa na Filoménu. „A čo sa s tou kalkulačkou stalo potom?“ spýtala sa ho. Strýko sa usmial ešte viac. „Je to len rozprávka. A okrem toho je už neskoro.“ Naklonil sa, dal jej pusu na zamračené čelo, oznámil: „Dobrá noc!“ a postavil sa na odchod. „Dobrá,“ zavolala za ním Filoménka. Ešte sa však nechystala spať. Blížili sa totiž strýkove narodeniny a ona už dobre vedela, čo mu podaruje.

### Úloha č. 1:

**Vyrezala si drevenú kocku a ráno natrela všetky jej strany čiernou farbou. Teraz, keď už farba vyschla, ju rozrezala na 64 rovnakých kociek. Z nich potom chcela pre strýka vyrobiť šachovnicu. Je možné z týchto kociek zložiť čierno-bielu šachovnicu ( $8 \times 8$ )? Je možné, aby mala celý okraj čierny? Svoju odpoveď zdôvodnite.**

Keď už bola s darčekom spokojná, ľahla si a zaspala. Na druhý deň však strýka nebolo. Od kedy sa Filoménka zobudila, tak prehľadala celý dom, niekoľkokrát zvolala strýko, raz dokonca aj Alojz Novák, a nič. Napokon to v zdala a rozhodla sa, že sa radšej naraňajkuje. No keď prišla k chladničke, aby si zobrala jogurt, našla na nej odkaz.

*Musel som utiecť, som v poriadku (neboj sa, neuniesli ma :P). Kiežby som mal čas všetko ti vysvetliť. Nechal som ti však mapu, podľa ktorej sa dostaneš na miesta, kde sa všetko dozvieš. Musel som ju však schovať. Je ukrytá v jednej z misiek, ktoré sú na stole. Tvoj strýko.*

Na stole boli tri misy plné čerešní. A pri nich ďalší odkaz:

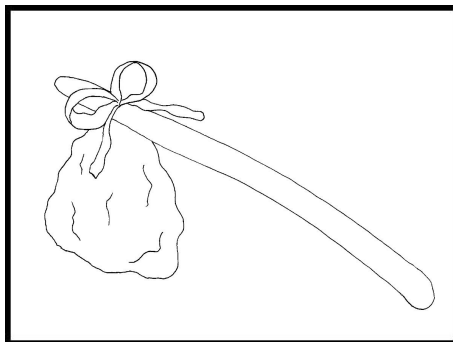


### Úloha č. 2:

V miske, v ktorej bolo najviac čerešní, je mapa. V ostatných dvoch ťa čaká nemilé prekvapenie. V troch miskách sú čerešne. Z prvej misky som zobral toľko čerešní, koľko bolo na druhej a pridal ich na druhú. Potom som zobral z druhej misky toľko čerešní, koľko bolo na tretej miske a pridal ich na tretiu. Nakoniec som zobral z tretej misky toľko, koľko ostalo na prvej miske a pridal ich na prvú. Na každej miske je teraz 16 čerešní. Tvoj strýko.

Ktorú misku si má Filoménka vybrať, ak nechce byť nemilo prekvapená?

Keď už mala mapu, tak si ešte chcela vyrobiť batôžtek, do ktorého si zbalí jedlo. Plachiet mali doma habadej, aj nožníc, nemali však žiadne pravítko. A takú vec, ako je výroba batôžka, predsa nemohla odfláknúť. A nieto krajšieho batôžka ako vyrobeného z plachty v tvare štvorca.



### Úloha č. 3:

Mala však paličky dĺžok 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 cm.

a) Kolkými spôsobmi z nich vie zložiť štvorec, ak použije všetky paličky? Dá sa to vôbec?

b) Kolkými spôsobmi z nich vie zložiť štvorec, ak nemusí použiť všetky paličky?

Dva štvorce sú rovnaké, ak majú ich strany rovnaké dĺžky, len paličky na jednej strane majú vymenené poradie. Taktiež sú rovnaké, ak jeden z nich je po pootočení rovnaký, ako ten druhý. Paličky nesmie lámať (boli veľmi drahé).

Takže už mala aj batôžtek. Chýbala jej však ešte veľmi dôležitá vec, bez ktorej nemá žiadne dobrodružstvo zmysel. A tak sa ešte zastavila u svojho najlepšieho kamaráta Kamila. „Teraz nemôžem nikam ísť, s bratom totiž riešime veľmi seriózný problém.“ Filoménka si zúfalo povzdychla nad celým mužským pokolením a ponúkla sa, že im pomôže.

**Úloha č. 4:**

**Kamilov brat Lukáš sčítal dve päťciferné čísla. V každom z čísel sa každá z číslic 5, 6, 7, 8, 9 vyskytovala presne raz. Vyšiel mu výsledok 164528. Kamil jeho výsledok skontroloval a prehlásil, že Lukáš spravil pri sčítaní chybu. Mal pravdu?**

Bolo po probléme a našim hrdinom už nič nebránilo vydať sa na cestu plnú. . . ešte ani nevedeli čoho vlastne. A tak išli podľa mapy, až sa ocitli na mieste, ktoré bolo označené krížikom. Bola to požiarnická stanica. Vnútri bol len jeden hasič, ktorý práve telefonoval. „Dobrý deň! Som Filoménka Nováková a toto je môj kamarát Kamil.“ Hasič zložil telefón a pozrel sa na obidve deti. „Posiela ťa strýko? Takže už nadišiel čas. . . Ale práve teraz máme situáciu.“

**Úloha č. 5:**

**Zbadal som spoza kopca dym. Za kopcom sú tri obce - Pravdice, kde každý obyvateľ stále hovorí pravdu, Klamáre, kde každý obyvateľ stále klame a Striedavá Lehota, kde každý obyvateľ hovorí stále striedavo - prvú vetu pravdivú, druhú lož, tretiu pravdivú. . . Pričom vždy začína tou pravdivou.**

**Hneď na to zazvonil telefón a ozvalo sa: HORÍ U NÁS!**

**Logicky som sa opýtal: Kde?**

**Obyvateľ: V Striedavej Lehote.**

**Kam mám teraz poslať vozidlo?**

Vôbec to nebolo také ťažké, a keď hasičovi oznámili správne miesto, požiarnické vozidlo s veľkým hlukom vyrazilo. Teraz sa im hasič konečne mohol venovať. „Zabudol som sa predstaviť. Volám sa Hadrián. Takže, milá Filoménka, počula si už o Kalkulačke Moci?“ Filoménka prikývla. „Myslíte tú rozprávku?“ Hasič mlčal. Na oboch sa zaďíval. Uprel zahmlený pohľad plný nepokojných spomienok do diaľky. A až potom zastretým hlasom povedal:

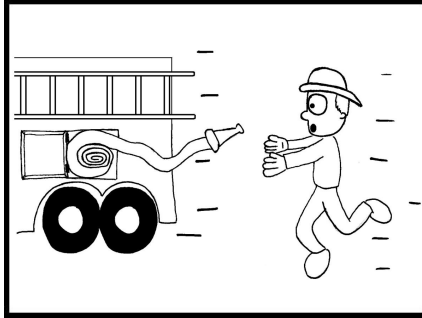
„To nie je rozprávka. Všemocná Kalkulačka Moci naozaj existuje.“

## *Zadania úloh 2. série zimnej časti*

*Termín odoslania: 23. november 2009*

„A nielen to, celý príbeh o tomto artefakte je pravdivý. Chrabrý Baču, Temný Mastička. . . nebolo to ani tak dávno. Krátko po týchto udalostiach sme vytvorili Tajné bratstvo, ktorého cieľom bolo, aby sa Všemocná Kalkulačka Moci už nikdy nedostala do nesprávnych rúk. Do tohto bratstva patril aj tvoj strýko.“ Filoménka nadvihla obočie. „Veru tak. Jemu bola dokonca Kalkulačka zverená. To že ste tu, že ste ma prišli navštíviť, znamená, že sa začali diať strašné veci. Buďte opatrní. Nebudem vás viac zdržovať. . . choďte, choďte, nestrácajte čas.“ Neochotne sa vydali na cestu, naposledy zamávali hasičovi Hadriánovi, ktorý stál pred svojou stanicou a díval sa za nimi. „Mohol nás aspoň nechať uňho prespať, veď čochvíľa

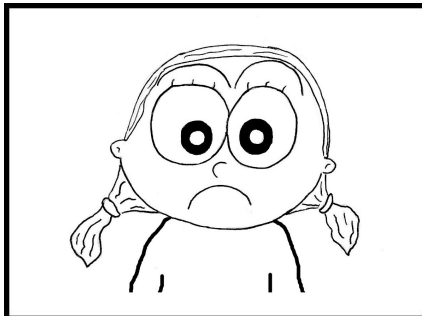
zapadne slnko,“ mrmlal si Kamil. Filoména len pokrčila plecami. Kráčali a kráčali a čo by to bolo za cestu, keby nenarazili na prekážku.



### Úloha č. 1:

**Pred nimi sa týčila rovná skalná stena. Potrebovali schody. Neďaleko boli ruiny veľkej kocky o hrane štyri malé kocky. Z týchto kociek chcú postaviť schody tak, že postavia jednu kocku, za ňou dve kocky na seba, za nimi tri kocky na seba a tak ďalej. Koľko najviac schodov môžu takýmto spôsobom postaviť?**

Schody akurát vystačili na to, aby sa dostali hore. Ich stavba im však zabrala veľa času. Slnko už takmer zapadlo. Prešla chvíľa a slnko zapadlo totálne. Nemali šancu ani vidieť na mapu. Našťastie si Filoména v diaľke všimla svetielko. A nedbajúc na Kamilovu prednášku o rôznych nebezpečných situáciách, ktoré za takýchto okolností často vznikajú (dokonca svoje tvrdenia podporil príkladom z Janička a Marienky), sa za ním vybrala. A keďže Kamil ju nemohol nechať ísť samú, vybral sa aj on. Svetielko vychádzalo z okienka chalúčky. Kamil sa veľavravne pozrel na Filoménu, tá však bez rozpakov podišla k dverám a zaklopala. Otvoril im odporivo vyzerajúci starček. „Čo chcete?“ zakrákal. „Dobrý deň! Ja som Kamil a toto je Filoména,“ chytil sa tentokrát iniciatívy Kamil. Nevedel však, čo viac by mal k tomu ešte dodať. Tak sa len usmial. „Nemohli by sme u vás prespať (ahá, pomyslel si Kamil)? Len túto noc,“ ozvala sa Filoména a nahodila pri tom pohľad podobný psíkovi pod stolom plným jedla. „Iba ak mi s niečím pomôžete,“ zaškriekal starček.



**Úloha č. 2:**

„Poskladal som si veľkú kocku z 27 modrých malých kociek. Taká kocka sa mi zdala príliš obyčajná a tak som vybral z každej steny tú strednú kocku a ešte aj tú úplne vnútornú kocku. Zostalo mi akési podivné teleso zložené z 20 malých kociek. Potom som to teleso ponoril do červenej farby. Keď farba vyschla, teleso som naspäť rozložil na pôvodné malé kocky. Koľko bolo kociek, ktoré mali zafarbenú 1, 2, 3, 4, 5, 6 stien modrou farbou? Há?“

Deti boli hladné a vyčerpané, preto im chvíľku trvalo, kým vôbec pochopili, čo od nich chce. Ale zvládli to. Zmorení touto úlohou si potom vďačne ľahli na zem pred kozubom. Uprostred noci sa však Filoménka zobudila na lomoz. Posadila sa a uvidela, ako ten starček prehladáva jej batôžtek. „Kde je? Kde je?“ hovoril si pritom popod nos. Filoménka štychla do Kamila. Ten sa s výkrikom posadil. Starček sa zháčil, ťažko by však zakrýval, čo práve robil. Rozhliadol sa. Schmatol prvú vec, čo mu prišla pod ruku a s revom sa rozbehol na deti. Rozháňal sa okolo seba hlava-nehlava. Možno keby sa mu do ruky dostalo niečo iné, ako prachovka, tak by niekto prišiel k úrazu. Ale aj tak to bolo strašné. Deti sa so smiechom a plné strachu vyrútili z chalúpy. A pred nimi stálo niekoľko jazdcov na čiernych koňoch. Všetci zahalení v čiernych plášťoch. Stáli tam a vyzerali hrozivo. „Majú Kalkulačku!“ zaškriekal spoza nich ten hnusný starec. Filoménka vzala Kamila za ruku a utekala preč. Do lesa. Preč od chalúpy a jazdcov. Počuli za sebou dupot kopýt, bližšie a bližšie. Potom sa ozval výstrel. Potom výkrik. Znova výstrel. A nakoniec... ticho. Napriek tomu ešte chvíľu bežali. Pre istotu. Až napokon usúdili, že je bezpečné zastať. „Utekáte celkom rýchlo. Ale pochybujem, že by ste dokázali utiecť aj bez mojej pomoci,“ bol to milý hlas, mužský. Naokolo však nevideli nikoho. Kamil sa pozrel hore a zaťahal Filoménu za rukáv. Na jednom z konárov nad nimi sedel muž vo vojenskej uniforme, s páskou na oku. „Za svoj život mi môžete poďakovať neskôr.“ Zoskočil k nim.

**Úloha č. 3:**

„Málokedy v týchto lesoch niekoho stretnem. Podme si zahrať lodičky. Na plániku  $5 \times 5$  máme skrytých 6 lodí. Jedna je kapitánska - skladá sa z troch štvorčekov. Dve sú poručíkovské - skladajú sa z dvoch štvorčekov. A tri sú pirátske, maličké - len z jedného štvorčeka. Ak viete, koľko štvorčekov pokrývajú jednotlivé pásma na vode, skúste zistiť, kde sú ukryté jednotlivé lodky. Lodky sa môžu dotýkať rohmi, ale nie stranami.“

	1	3	1	3	2
1					
4					
1					
1					
3					

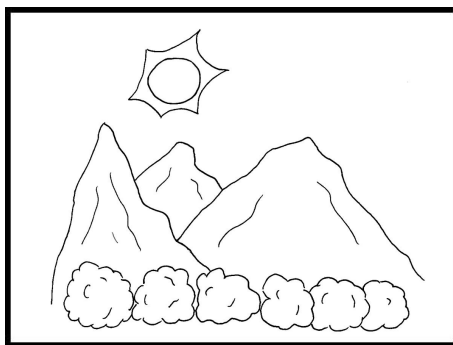
Konečne si užili na svojej ceste aj trocha zábavy. Keď sa však dohrali, muž s páskou cez oko zväžnel. „Viem, kto ste. Ja som členom Tajného bratstva, dávam pozor na tieto lesy. Ale už viac nie sú bezpečné. Jazdci, ktorí vás prenasledovali,

sú posluhovači Temného Mastičku.“ Filoména zhlýkla. Kamil, ktorý ten príbeh vlastne nikdy nepočul, sa hral s kameňkami. „Mastička totiž stále žije, a momentálne sa sústreďuje len na jedinú vec- Všemocnú Kalkulačku Moci. Preto pokračujte, kým nie je neskoro.“ „Ale my nemáme mapu. Nechala som ju v batôžku,“ povedala Filoména hlasom plným smútku. „Máme,“ povedal Kamil a vytiahol z vrečka papier zvinutý do rolky. „Včera som nevedel zaspáť a chcel som si kresliť. A nenašiel som iný papier ako tento.“ Rozvinul ho. Bol na nej pastelkami načmáraný zelený domček, hneď vedľa červeného stromčeka. Otočil ho. Bola to mapa. Keď sa na ňu pozreli, zistili, že sa veľmi nevzdialili od vyznačenej cesty. Dokonca miesto, kde stáli, bolo označené krížikom. S týmto vedomím sa veselo vydali ďalej, nechávajúc muža s páskou na oku za sebou.

#### Úloha č. 4:

**Prišli k mostu. Na moste však držal hliadku jeden z jazdcov. Ešte predtým, ako sa s jednookým mužom rozlúčili, dostali od neho dvoje presýpacie hodiny: 7-minútové a 11-minútové. Tiež im povedal, že na tomto moste sa hliadka strieda každých 15 minút. Preto nesmeli stratíť ani sekundu a začali merať až v tom momente, keď nastúpila nová hliadka. Ako majú postupovať? A ako budú postupovať na ďalšom moste, o ktorom vedia, že hliadka sa tu strieda každých 24 minút?**

Dokázali prejsť cez mosty a podľa mapy im už stačilo prejsť iba kúsok. V tomto bode cesty by sa bez mapy ďaleko nedostali, lebo veru ťažko by si všimli tunel vedúci do hory, pokrytý divokým porastom. Vstúpili doň a plahočili sa ďalej. Po stranách tunela boli zavesené horiace fakle, takže aj Kamil kráčal celkom sebaisto. Tunel sa však končil. Pred nimi bol iba kameň. Žiadne presvitajúce denné svetlo. Tak si sadli na zem, a vtedy to zbadali. Do toho kameňa bol vsadený panel s rôznymi znakmi. Potrebovali heslo.



#### Úloha č. 5:

**Tajný kód je tvorený z trojuholníkov, štvorcov a kruhov, pričom z každého máme dva kusy - žltý a zelený. Naši hrdinovia našťastie mali kód napísaný na mape. Ktovie, čo by sa bolo stalo, ak by zadali nesprávny.**

**Kamilovi to však nedalo a zamyslel sa. Kolko rôznych spôsobov existuje, ak vieme, že prvý je vždy trojuholník a vedľa seba sú vždy útvary buď rovnakého tvaru alebo farby?**

Kameň sa odvalil a zalialo ich denné svetlo. Otvorila sa im cestička do čarokrásneho údolia obkoleseného horami zo všetkých strán. Tá cestička viedla ďalej až na miesto, ktoré bolo na mape označené ako posledné. A na tom mieste sa nachádzal veľký kamenný biely hrad. Brána bola otvorená. Vstúpili. Išli tmavou chodbou, až vošli do kruhovej miestnosti plnej svetla, ktoré ich na chvíľu oslepilo. „Pokľaknite, bude k vám hovoriť najvyšší,“ zaburácal akýsi hlas. Pokľakli. „Vitajte. Dokázali ste, že ste hodní úlohy, pre ktorú ste boli vyvolení. Vaša cesta však ešte ani poriadne nezačala. Máte právo si oddýchnuť, a radím vám, aby ste toto právo plne využili. To, čo máte pred sebou bude viac než vyčerpávajúce. A nechápte ma zle, ale... patrilo by sa svojmu strýkovi povedať aspoň ahoj.“ Filoméne sa ten hlas zdal od začiatku povedomý. No až teraz zdvihla tvár, plnú radosti, postavila sa na nohy a šťastne sa rozbehla k veselo sa smejúcemu mužovi. Svojmu strýkovi.

## *Za podporu a spoluprácu ďakujeme*

- Gymnázium Poštová 9, Košice
- Ústav matematických vied, Prírodovedecká fakulta Univerzity P. J. Šafárika, Košice
- Jednota slovenských matematikov a fyzikov, pobočka Košice

**Názov:** MALYNÁR — korešpondenčný matematický seminár  
Číslo 1 • september • zimná časť 19. ročníka (2009/2010)  
Internet: <http://malynar.strom.sk>

**Vydáva:** Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice 1  
Internet: <http://zdruzenie.strom.sk>  
E-mail: [zdruzenie@strom.sk](mailto:zdruzenie@strom.sk)