

# MALYNÁR

Číslo 4 • Február 2008

Letná časť 17. ročníka



## Ahoj decká!

V škole je to riadna drina  
a odchádza pani Zima.

Utrite si slzičku,  
mám tu pre vás básničku.

Mám tu pre vás darček malý,  
pomôže vo vašom žiali.  
Sladkosti? Nie, čo si, díky,  
mám tu pre vás príkladíky.

O chvíľu tu bude jar  
a s ňou je tu Malynár,  
s Malynárom úloh kopa,  
vyriešte ich, kurnikšopa!

Matika má mnoho krás,  
veľký matik bude z vás.  
A ten, kto je matik veľký,  
zbalí na to priateľky.

Malynára rieši každý matik riadny  
a ja v tejto chvíli rým už nemám žiadny.

*Malynár*

## Zadania úloh 1. série Letnej časti

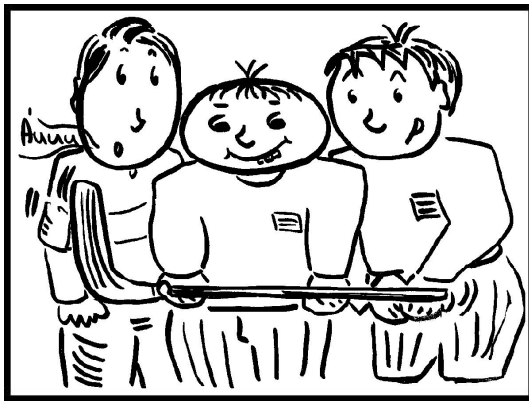
Termín odoslania: 17. Marec 2008



Malynárovo je svojská dedinka plná milých a priateľských nadšencov matematiky, ktorí sa tu utiahli, aby mohli nerušené objavovať najtajnejšie zákutia tejto vedy. Je ukrytá za siedmimi horami a siedmimi dolami. O okolitý svet sa jej obyvatelia príliš nezaujímajú, jediné, čo ich s ním spája, sú noviny, ktoré im každý pondelok doručuje poštár Emil. Viete si teda predstaviť ich prekvapenie, keď v jeden pondelok Emil neprišiel. Neprichádzal ani v utorok, ani v stredu, a obyvatelia Malynárova začínali byť zúfali. O týždeň sa rada starších zhodla na tom, že situácia je vážna. O ďalší týždeň rada vyhlásila, že situáciu treba bezodkladne riešiť. A tak sa už za necelý mesiac celé Malynárovo zišlo, aby spomedzi seba vybrali toho najodvážnejšieho, najmúdrejšieho, najšikovnejšieho a najvytrvavejšieho, aby sa vybral tam, kde noha žiadneho Malynárca už roky nevkročila. Mal nájsť poštára, ktorý opäť spojí Malynárovo s okolitým svetom. Podľa očakávaní túto nebezpečnú úlohu zverili Jankovi, a to nielen preto, že bol jediný, ktorý sa viac-menej dobrovoľne prihlásil. Na takú nebezpečnú a dlhú cestu sa treba poriadne pripraviť. A čo vám dodá viac energie, ako lahodná čokoláda?

### Úloha č. 1:

**Zistite, koľko najmenej peňazí treba Jankovi na nákup 43 čokolád, ak viete, že 1 čokoláda stojí 12 korún a za obaly zo 6 čokolád dostane zadarmo ďalšiu čokoládu. Janko si chce zobrať len čokolády, je mu jedno, či budú mať obal, alebo nie.**



Odhodlaný Janko prichystaný na ďalekú cestu sa rozlúčil s rodinou a vyšiel z domu. Vonku ho čakalo prekvapenie. Malynárčania sa rozhodli, že Janka nenechajú s ťažkou úlohou samého. Sprevádzajú ho malo najlepšie družstvo hokejbalistov, víťaz malynárskej ligy. Ktoré to však je?

**Úloha č. 2:**

Družstvá A, B a C hrali hokejbalovú ligu. Nižšie máme tabuľku, v ktorej je (zľava doprava) názov družstva, počet odohraných zápasov, počet výhier, počet remíz, počet prehíer, skóre mužstva po všetkých odohraných zápasoch a počet bodov po sezóne.

Tabuľka:

A	2	2	0	0	3:1	6
B	2	1	0	1	3:2	3
C	2	0	0	2	0:3	0

Ako dopadli jednotlivé zápasy medzi mužstvami? Vieme, že za výhru sú 3 body, za remízu 1 a za prehru 0 bodov.

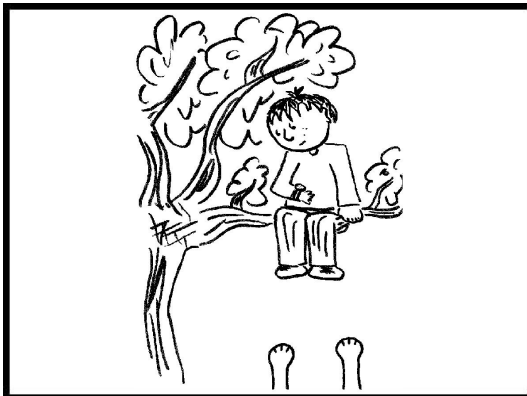
*Nezabudnite vysvetliť, prečo zápasy nemohli dopadnúť aj inak.*



Janko si po poldňovej ceste uvedomil, že putovanie horami a dolami je nebezpečnejšie, ako si myslel. Ani veľké zásoby čokolády ho pred nebezpečenstvom neochránia. Našťastie našli tri starodávne truhlice. Janko poznal naspamäť rozprávku o Dýke s kúzelnými schopnosťami ukrytej v starodávnej truhlici uprostred lesa. Vedel tiež, že otvárať zvyšné dve truhlice je veľmi nebezpečné. Kúzelná Dýka sa mu ale pri putovaní určite zide.

**Úloha č. 3:**

Máme tri truhlice, na každej z nich je nápis, ktorý je buď pravdivý alebo nepravdivý. V jednej z truhlíc je Dýka, vo zvyšných dvoch sú medvedice. Nápis na truhlici s Dýkou je pravdivý a aspoň jeden zo zvyšných dvoch je nepravdivý. Na truhlici 1 bol nápis: Medvedica je v truhlici 2. Na truhlici 2 stálo: Medvedica je v tejto truhlici 3. Na truhlici 3 bolo napísané: Medvedica je v truhlici 1. V ktorej truhlici je Dýka?

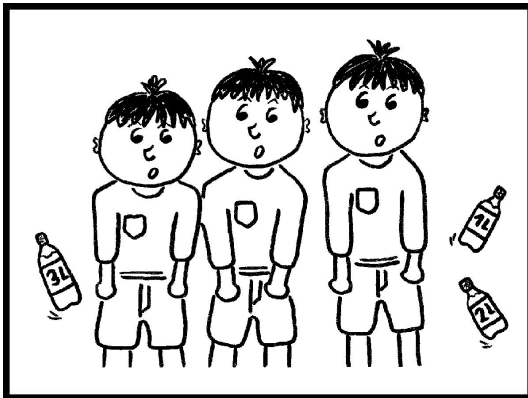


Na Jankovu škodu členovia hokejbalového družstva rozprávku o Dýke nepoznali. Kým si Janko so zatajeným dychom prezeral Dýku, ostatných napadlo, že by bolo fajn pozrieť sa, čo je v ďalších truhliciach. Otvorili jednu z nich a na ich nesmierne prekvapenie odtiaľ vyliezla mimoriadne hladne vyzerajúca medvedica (ktovie, ako dlho bola zatvorená v truhlici). Odvážni hokejbalisti sa okamžite rozpáchli na všetky strany a všetci boli doma skôr, ako si niekto stihol všimnúť, že odišli. Janko sa duchaprítomne vyšplhal na najvyšší strom, a čakal, kým medvedica, ktorá si ho nevšimla, odíde. Sledoval pri tom svoje náramkové hodinky.

#### Úloha č. 4:

**Jankove digitálne hodinky ukazujú hodiny, minúty aj sekundy. Teraz ukazujú presne 13:31:00. Medvedica odíde, keď sa na nich šesto tridsiaty piaty raz objaví číslica 5. Kedy bude môcť Janko zísť zo stromu a pokračovať v ceste?**

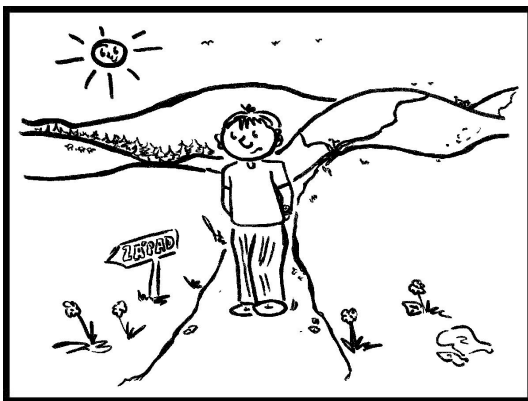
*Pomôcka: skúste si to predstaviť na hodinách, aké bývajú na železničnej stanici - tieto hodiny majú kartičky s číslami. Ak sa na hodinách objaví jedna kartička s číslom 5, tak ju raz zarátame a čakáme, kým ju na jej mieste nevymení iná. Napríklad: hodiny ukazujú 09:49. Za 6 minút máme na hodinách 09:55. Číslo 5 sa tam za ten čas objavilo 2-krát. O 09:50 sa päťka objavila raz na mieste desiatok minút (a odvtedy nezmizla). Druhý raz sa objavila na mieste jednotiek minút o 09:55.*



Po dlhom čakaní sa Janko odvážil zliezť zo stromu. Viac ako zbabelý útek hokejbalistov ho mrzelo to, že si so sebou odniesli aj všetku čokoládu. Našťastie však počul o veľkom ovocnom sade, kde by si mohol doplniť zásoby jedla. Nájsť ho ale nebolo vôbec jednoduché. Pri jazierku preto oslovil hádajúce sa trojčatá s prosbou o pomoc. Tí ho odmietli počúvať, kým nevyriešia hádku o fľaše s malinovkou. Pomôžte im.

### Úloha č. 5:

**Fľaše boli naplnené takto: v piatich fľašiach bolo po litri, v piatich po dvoch litroch a v piatich po troch litroch malinovky. Ako si majú trojčatá rozdeliť fľaše, ak si má každé z nich vziať rovnaký počet fliaš a rovnaké množstvo malinovky bez prelievania? Vedia si rozdeliť fľaše viacerými rôznymi spôsobmi?**



Janko trojčatám poradil, a oni mu prezradili, ako sa dostane do sadu. Janko ľutoval, že sa pri nich zdržoval, veď uznajte, že za takúto radu by ste určite nedali ani deravé noviny.

**Úloha č. 6:**

Podľa pokynov tročiat sa Janko vydal na cestu. Od jazierka šiel najprv 1 km na sever, potom 2 km na východ. Ďalej kráčal 2 km na juh a potom odbočil a šiel 3 km na západ. Nakoniec sa vybral ešte 1 km na sever.

a) Koľko anglických míľ pri hľadaní sadu prešiel?

b) Ako ďaleko od jazierka sa ocitol?

c) Keďže sad nenašiel, vrátil sa k jazierku. Skúsil šťastie opäť, teraz už šiel vlastnou cestou. Vydal sa 1 km na západ, 1 km na sever, 3 km na východ, 1 km na juh, 1 km na západ, 1 km na juh a nakoniec 2 km na západ. Je teraz od jazierka ďalej ako bol pri predchádzajúcej ceste?

Dostal sa Janko do ovocného sadu? Podarilo sa mu získať jedlo potrebné na cestu a našiel poštára Emila? Čo všetko zažil počas svojej nebezpečnej cesty? Toto a ešte oveľa viac sa dozvieš, ak sa začítaš do druhej série príkladov. Nezabudni nám ale predtým poslať vyriešené príklady prvej série, a to do 17.3.2008. Tešíme sa na Tvoje riešenia.

## Zadania úloh 2. série Letnej časti

Termín odoslania: 21. Apríl 2008



Odvážny Janko z Malynárova už dlho putoval cestou i necestou. Snažil sa nájsť poštára Emila, priviesť ho do Malynárova a zachrániť Malynárovo pred osudom stratenej dedinky. Šťastne došiel do ovocného sadu, kde si chcel doplniť zásoby jedla na ďalšiu cestu. Prekvapil ho tam strážca Koloman, ktorý sa hral s kockami a nechcel Jankovi predať ovocie, kým nezistí odpovede na dve ťažké otázky. Janko zistil odpovede na otázky aj bez rozostavovania kociek. Vieš ich zistiť aj ty? (Pokojne si môžeš pomôcť kockami, ak ich toľko doma nájdeš :)

**Úloha č. 1:**

V škatuli je 660 obyčajných hracích kociek. Koloman ich postupne berie a ukladá za sebou na lavicu. Prvú kocku položí jednou bodkou navrch, potom dve kocky položí každú dvoma bodkami navrch, ďalej tri kocky každú tromi bodkami navrch, atď., až kým mu na stole neleží šesť kociek, každá so šiestimi bodkami navrchu. Potom to všetko začne opakovať, teda opäť položí jednu kocku jednou bodkou navrch, dve kocky dvoma bodkami navrch... Takto pokračuje, až kým svoju škatuľu nevyprázdni. Potom sa dozvie odpovede na otázky:

- Kolko bodiek má navrchu posledná položená kocka?
- Aký je súčet všetkých bodiek na horných stenách uložených kociek?

*Odpovede na obe otázky treba poriadne zdôvodniť, nestačí len výsledok.*



Vyzbrojený Dýkou a jedlom sa Janko opäť vybral v ústrety nebezpečenstvám. Po dlhom putovaní konečne natrafil na prvú stopu vedúcu k poštárovi Emilovi. Náhodou si vypočul rozhovor dvoch drevorubačov: „Chudák Emil,“ vravel prvý. „Čo nevidieť ho zachránia, počul som, že ho už hľadajú,“ vravel ten druhý. Janko sa samozrejme chcel dozvedieť viac, no bál sa ísť s bubnom na zajace. Tak si sadol neďaleko drevorubačov, vybral z batôžka kocky a zlatý staniol a začal sa hrať najnápadnejšie, ako vedel. Čoskoro zaujal ich pozornosť. Aby si ju aj udržal, dal im úlohu.

**Úloha č. 2:**

Máme štyri kocky s hranou dlhou 1 cm. Z týchto kociek chceme zlepiť teleso, ktoré potom oblepíme staniolom. Kocky sa nedajú nijako deliť ani deformovať. Cieľom je použiť pri oblepovaní čo najmenej staniolu. Aké teleso máme z kociek zlepiť a koľko staniolu budeme potrebovať na jeho oblepenie?

*Kocky sa dajú k sebe prilepiť len celými stenami. Tešíme sa na obrázok výsledného telesa, ktorý vo Vašom riešení určite nemôže chýbať.*



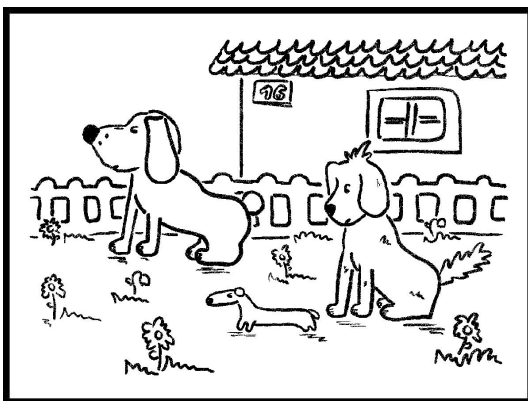


Pri riešení sa všetci traja výborne zabavili a Janko z nich nenápadne vyťahoval informácie o nezvestnom Emilovi. Vypočutý rozhovor mu nahnal poriadny strach. Drevorubači Emila stretávali každý týždeň, často pri nich oddychoval a občas ich aj ponúkol zo svojho obeda. Jeho náhle zmiznutie si vysvetľovali tak, že ho určite niekto uniesol. Veď, ako vraveli, Emil by doručil noviny, aj keby z neba padali kamene. Keď Janko zistil, že drevorubači radi pomôžu pri hľadaní, vyzprával im celý svoj príbeh. Spolu sa dohodli, že najviac sa dozvedia, ak zatelefonujú na poštu, kde by mali o Emilovi vedieť viac. Len si spomenúť na telefónne číslo...

### Úloha č. 3:

**Drevorubači si pamätali, že v päťcifernom telefónnom čísle je súčet všetkých jeho cifier 10, všetky cifry sú navzájom rôzne a sú usporiadané podľa veľkosti od najväčšej po najmenšiu. Aké je telefónne číslo?**

*Nezabudnite podrobne popísať, prečo nájdené číslo vyhovuje a iné nie.*

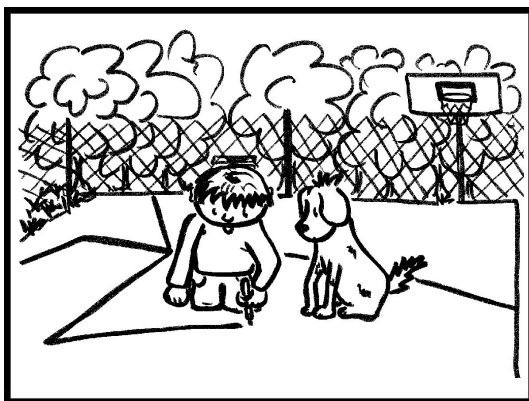


Janko zatelefonoval na poštu a zistil, že aj oni Janka hľadajú. Nemajú o ňom nijaké správy. Poradili mu, že ak ho niekto dokáže priviesť k Emilovi, tak jedine

jeho verný psík Rex Prvý. Janko teda našiel Emilov domček, ale v záhrade ho na jeho prekvapenie nečakal jeden, ale hneď traja psi s menom Rex na obojku.

#### Úloha č. 4:

Vedľa seba sedeli traja Rexovia: Rex Prvý, Rex Druhý a Rex Tretí. Rex Prvý hovoril vždy pravdu, Rex Druhý vždy klamal a Rex Tretí občas klamal, občas hovoril pravdu (náhodne). Janko sa každého z nich spýtal, ako sa volá ten, ktorý sedí v prostriedku. Rex, ktorý sedel naľavo, odpovedal, že Rex Prvý, Rex, sediaci uprostred, vrel, že sa volá Rex Druhý a Rex sediaci napravo odpovedal, že Rex Tretí. Janko raz-dva spoznal, ktorý z Rexov je Rex Prvý. Ako? Ktorý to bol?

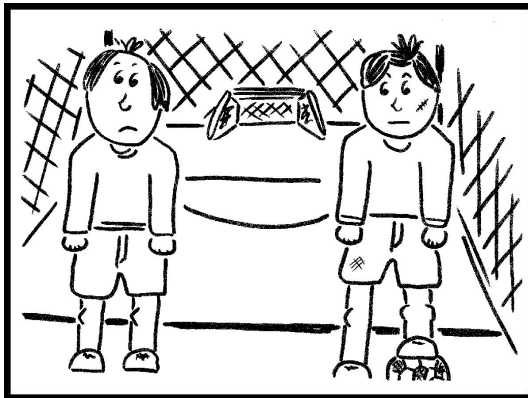


Rex bol šťastný, že ho niekto pustil von zo záhrady, a bežal za svojím pánom tak rýchlo, že sa Jankovi skoro stratil. Keď ho Janko dobehol, Rex sedel pri jaskyni a smutne pozeral smerom k nej. V nej väznili Emila hrozivo vyzerajúci chlapi. Bolo ich tak veľa, že ani s čarovnou Dýkou a s pomocou troch Rexov by Janko proti nim nemal šancu. Rex mu ale poradil, že kedysi dávno videl únoscov hrať futbal na neďalekom ihrisku. Dážď im však zmyl z ihriska čiary. Ak by ich Janko dokázal znovu nakresliť, odlákal by ich od jaskyne a mohol by Emila vyslobodiť.

#### Úloha č. 5:

Rex si pamätal, že čiary boli na ihrisku (100m x 75m) nakreslené veľmi zvláštne. Všetky to boli rovné úsečky nakreslené od jedného okraja ihriska až po druhý. Nepamätal si presne, ako boli rozložené, mohli viesť hociktorým smerom. Pustili sa do skúšania. Vyskúšajte si to aj vy.

- Rozdeľte ihrisko piatimi čiarami na 16 častí.
- Na koľko častí viete rozdeliť ihrisko troma čiarami?
- Dá sa ihrisko rozdeliť na 4 časti šiestimi rôznymi čiarami?



Janko rozdelil ihrisko na 16 častí, no Rex si spomenul, že takto pôvodné ihrisko určite nevyzeralo. Zmyl teda všetky čiary a skúsil rozdeliť podľa Rexových pokynov ihrisko troma čiarami. Zakaždým ale Rex odmietavo krútil hlavou. Tak opäť zmyl čiary a skúšal to znovu a znovu, s troma aj šiestimi čiarami. Rex si zrazu spomenul, že na ihrisku bola len jedna čiara, ktorá ho rozdeľovala na dve rovnaké polovice. Nahnevaný Janko chcel vynadať Rexovi, že ho nechal celý deň kresliť čiary zbytočne, ale zazreli jedného z únoscov, tak sa rýchlo skryli za kríky. Únosca bol nadšený z ihriska a o malú chvíľku už chlapi naháňali loptu po ihrisku. Na Jankovo sklamanie ale nie všetci. Pri strážení Emila sa striedajú piati strážcovia.

### Úloha č. 6:

**Prvý strážca stráži každý tretí deň, druhý každý piaty deň, tretí každý siedmy deň, štvrtý každý pätnásty deň a piaty každý dvadsiaty prvý deň. Dnes strážia Janka všetci piati. Zistite, o koľko dní tu budú opäť všetci a koľko dní tu pred tým, ako sa zas stretnú všetci piati, nebude strážiť nikto.**

Plán na Emilovo vyslobodenie je hotový, čaká sa už len na niekoľko múdrych detí, ktoré by pomohli zachrániť Emila aj Malynárovo. Nechcel(a) by si patriť medzi nich?

## *Za podporu a spoluprácu ďakujeme*

- Gymnázium Poštová 9, Košice
- Ústav matematických vied, Prírodovedecká fakulta Univerzity P. J. Šafárika, Košice
- Jednota slovenských matematikov a fyzikov, pobočka Košice
- Pergamon, s.r.o., Strojárska 3, Košice

**Názov:** MALYNÁR — korešpondenčný matematický seminár  
Číslo 4 • Február • Letná časť 17. ročníka (2007/2008)  
Internet: <http://malynar.strom.sk>

**Vydáva:** Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice 1  
Internet: <http://zdruzenie.strom.sk>  
E-mail: [zdruzenie@strom.sk](mailto:zdruzenie@strom.sk)