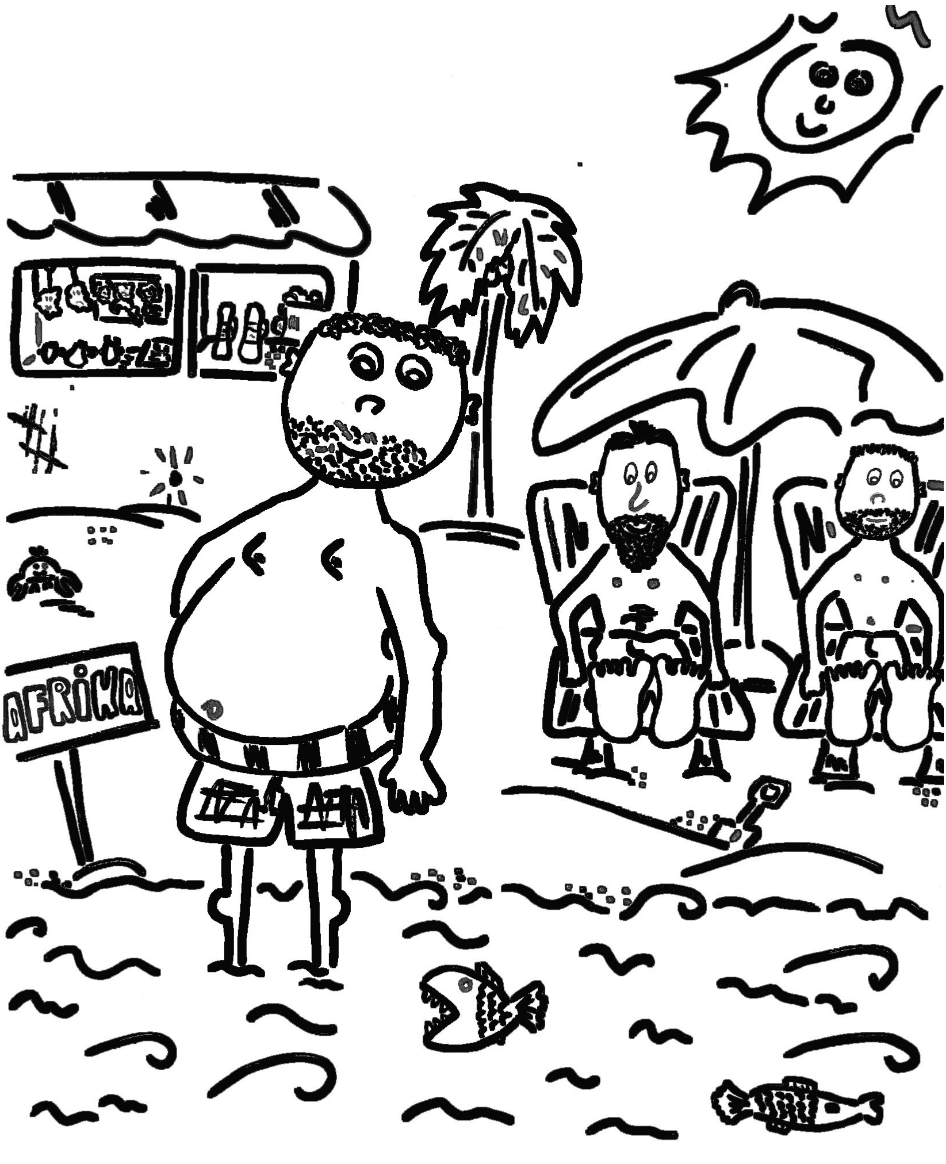
MALYNÁR

Číslo 2 • január 2008 **Zimná časť 17. ročníka**



http://malynar.strom.sk

Ahoj!

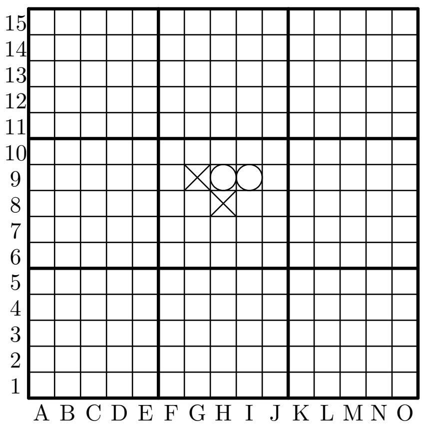
školský rok sa nám pomaly ale iste rozbehol, a vy sa už určite neviete dočkať na míľovými krokmi sa blížiace letné prázdniny;) No ostaňme nohami na zemi - zatiaľ je len január, škola v plnom prúde a tak popri písaní slohov, básničiek, zamilovaných anonymných listov spolužiakovi/spolužiačke, či zoznamu novoročných predsavzatí nezabudnite na Najlepší Korenšpondenčný Matematicky Seminár - Malynár.

Je síce pravda, že Vianoce sú časom lásky, porozumenia, atď, a že hlavné je, že sa máme všetci radi, ale čo by to boli za Vianoce bez darčekov. Autá na diaľkové ovládanie a Barbie sa nám zdali otrepané, a tak sme Vám, trošku neskôr, ale predsa, vybrali niečo originálne - opravené riešenia prvej aj druhej série Malynára! P.S: Ak náš darček nesplnil všetky Vaše očakávania, nevešajte hlavu, čo nevidieť je tu letná časť a s ňou nové úlohy. A pamätajte, to či ste celý rok počúvali, je vraj out, dôležité je, či ste poctivo rátali Malynár. V novom roku Vám prajeme veľa matematických a iných úspechov

Malynár

Piškvôrky

Čaute ctení piškôrkáči! Naplnili ste naše obavy a po predchádzajúcej prehratej bitke ste sa o to odhodlanejšie a zúrivejšie pustili do tej novej. Generálov sa na poli zbehla celá hŕba, a tak sa poriadne dlho radili. Avšak, po chvíli, s obrovským bojovným výkrikom, sa Vaše vojská pohli a udreli na políčko **H9**. Naše skúsené vojská sa ale nezľakli. Lukostrelci sa v momente preskupili. Napli svoje tetivy a náš protiútok smeroval na políčko **G9**.



Vzorové riešenia úloh 1. série Zimnej časti

Úloha č. 1:

opravovali Aďa Szilágyiová a Mima

Tomáš Daneshjo, Martin Vrabec, Martin Rapavý

Zadanie: Akýsi drevorubač našiel raz v lese podivuhodný rozprávajúci kameň. Presnejšie, vedel rozprávať, no nevedel prestať. Chválil sa, že sa vie odrážať od zeme ako najlepšia lopta. Keď ho pustia na zem, vždy sa odrazí do polovice výšky, z ktorej ho pustili. Drevorubač ho už nevydržal počúvať, tak mu dal úlohu: z akej výšky ťa treba pustiť, aby si po dvadsiatich odrazoch vyskočil do výšky aspoň jeden meter? Chudák kameň nemal ani tušenie, ako by to mohol zistiť. Rátal celý týždeň, no k riešeniu sa nedopracoval. Drevorubačovi začali chýbať rozhovory s kameňom, ktoré ho predtým tak unavovali. Urazený kameň odmietol povedať jediné slovo, kým nebude vedieť riešenie úlohy. Drevorubač by mu ho rád prezradil, ale tiež nevie, ako by to mohol vyrátať. Zobral kameň za Radou starších a poprosil ju o pomoc.

a) Ako by ste mu poradili? Pokúste sa vyriešiť drevorubačovu hádanku.

b) Rada starších mala radu aj pre drevorubača. Ak nabudúce bude chcieť kameň umlčať, pokojne mu môže dať ďalšiu úlohu. Napríklad takúto: koľkokrát musíš spadnúť, ak ťa pustím z výšky 10 metrov a chcem, aby si neskákal vyššie ako do výšky 10 cm? Ak kameň pozorne počúval vaše riešenie drevorubačovej úlohy, mal by aj túto úlohu hravo vyriešiť. Viete ju vyriešiť aj vy?

K obidvom prípadom nám nezabudnite nakresliť aj obrázky polôh kameňa po jednotlivých odrazoch.

Riešenie:

Časť a)

Zo zadania úlohy vieme dve veci:

1. Kameň vyskočí do polovice výšky, z ktorej bol pustený. Inak povedané, kameň musí padnúť z dvojnásobne väčšej výšky, než do akej sa po páde odrazí.Napríklad ak spadol z výšky 10 m, odrazil sa potom do výšky 5 m. A naopak, ak sa odrazil do výšky 5 m, tak bol spustený z výšky 10 m.
2. Výška, do ktorej kameň vyskočil po 20-tich odrazoch, je aspoň 1 meter.

Keďže vieme, do akej výšky vyskočil kameň „na konci“, je vhodné riešiť túto úlohu odzadu. Po poslednom odraze vyskočil kameň do výšky 1 meter. Z akej výšky padal pred posledným odrazom? Z dvojnásobnej. Takže výšku 1 meter vynásobíme číslom 2. Zistili sme, ze pred posledným odrazom bol pustený z výšky 2 metre. Na to, aby sme zistili výšku, z ktorej bol kameň pustený pred 19-tym odrazom, musíme výšku 2 metre zas vynásobiť 2. Pred 19-tym odrazom bol kameň pustený z výšky 4 metre. Tento postup zopakujeme ešte 18 ráz.

pred odrazom	výška
18.	8 m
17.	16 m
16.	32 m
15.	64 m
14.	128 m
13.	256 m
12.	512 m
11.	1 024 m
10.	2 048 m

pred odrazom	výška
9.	4 096 m
8.	8 192 m
7.	16 384 m
6.	32 768 m
5.	65 536 m
4.	131 072 m
3.	262 144 m
2.	524 288 m
1.	1 048 575 m

A to je výška, z ktorej treba pustiť kameň, aby vyskočil po 20-tich odrazoch aspoň do výšky 1 metra. (Vidíme, že kameň treba pustiť z výšky vyše 1000 kilometrov. Pritom po 20 odrazoch už vyskočí len do výšky 1 m. Dá sa teda povedať, že odrazy kameňa sú dosť tlmené. Napriek tomu drevorubačov kameň skáče viac ako kameň obyčajný. Vyskúšajte si to s loptičkou-skákalkou a s obyčajným kameňom. Ako vysoko vyskočia, keď ich voľne pustíte z výšky jeden meter?)
Časť b)
Aby sa nám úloha ľahšie riešila, premeníme si 10 metrov na 1 000 centimetrov. Ak kameň pustíme z výšky 1 000 cm, odrazí sa po prvom odraze do polovičnej výšky, takže pôvodnú výšku musíme vydeliť dvomi. Po vydelení dvomi nám vyšiel výsledok 500 cm, čo je väčšie ako 10 cm. Po druhom odraze vyskočí kameň do výšky 500 : 2 = 250 cm, čo je stále viac ako 10 cm. Na to, aby sme zistili, koľkokrát sa musí kameň odraziť od zeme, aby nevyskočil vyššie ako 10 cm, musíme deliť dvomi dovtedy, kým nebude výška po niektorom odraze menšia ako 10cm:

po odraze	výška
3.	125 cm
4.	62,5 cm
5.	31,25 cm
6.	15,625 cm
7.	7,8125 cm

po 7. odraze je výška 7,8125 centimetrov. Je to výška, do ktorej vyskočí kameň. Je už menšia ako 10 cm. Z toho vyplýva, že kameň sa musel odraziť aspoň 7 ráz.
Komentár: Snáď najväčší problém bolo spočítať to veľké číslo, inak na postup prišla väčšina z vás. Ak ste však nevysvetlili, prečo počítate odzadu, body šli dole. Mnohí z vás sa zmýlili v počte odrazov, teda nevynásobili jeden meter 20-krát, ale iba 19-krát, či dokonca 21-krát. Pri takýchto príkladoch sa treba dobre zamyslieť, ktorý výsledok je po ktorom odraze, alebo pred ktorým dopadom. Tí, ktorí sa však dopracovali k správnemu číslu, si zaslúžia pochvalu. Druhá časť úlohy už bola podstatne ľahšia, aj tu však treba vysvetliť, ako počítame, nie len napísať kopu čísel pod seba.

Úloha č. 2:

opravovali Peťo Milošovič & Tomáš Kocák

Alexander Mudzo

Zadanie: V Malynárove majú veľmi kvalitnú basketbalovú ligu. Tento rok sa ani nie prekvapivo už po 106. raz dostali do finále tímy Pravopotočných (bývajú na pravom brehu potoka, ktorý preteká cez dedinu) a Ľavopotočných (bývajú na ľavom brehu potoka). Možno ste už zistili, že sú to jediné dva tímy prihlásené do súťaže. Aby sa liga neskončila po prvom zápase, o majstrovi sa rozhodne po siedmich kolách. Za výhru sú dva body, za prehru jeden. Pravopotoční získali dokopy 9 bodov. Kto vyhral ligu? Koľko bolo možných priebehov tejto ligy? Čo je to priebeh ligy? Pod týmto pojmom rozumieme postupnosť výhier a prehier jedného z tímov. Ukážeme si to na príklade. Minulý rok sa hrali 3 zápasy a Pravopotoční získali 4 body. Jedným možným priebehom ligy bolo, že Pravopotoční najprv jeden zápas vyhrali a potom dva zápasy prehrali. To zapíšeme postupnosťou VPP. Iné dva možné priebehy minuloročnej ligy sú PVP a PPV.

Riešenie: V jednom zápase sa rozdelili 3 body (1 za prehru, 2 za výhru). Počas ligy sa hrá 7 zápasov. To znamená, že v celej lige sa rozdelilo dokopy $7 \cdot 3 = 21$ bodov. Ak Pravopotoční získali počas celej ligy 9 bodov, Ľavopotoční získali $21 - 9 = 12$ bodov. To znamená, že ligu vyhrali Ľavopotoční. Teraz musíme zistiť ako mohla prebiehať liga.

Ak Pravopotoční nevyhrali ani raz, čiže prehrali 7-krát získali by 7 bodov.

Ak vyhrali raz, prehrali 6-krát, získali 8 bodov.

Ak vyhrali 2-krát, prehrali 5-krát, získali 9 bodov.

Ak vyhrali 3-krát, prehrali 4-krát, získali 10 bodov.

Ak vyhrali 4-krát, prehrali 3-krát, získali 11 bodov.

Ak vyhrali 5-krát, prehrali 2-krát, získali 12 bodov.

Ak vyhrali 6-krát, prehrali raz, získali 13 bodov.

Ak vyhrali všetkých 7 zápasov získali 14 bodov.

Pravopotoční získali 9 bodov, to znamená, že 2-krát vyhrali a 5-krát prehrali. Z toho vieme určiť, že Ľavopotoční 5-krát vyhrali a 2-krát prehrali. Prečo? Keď jeden zápas prehrali Pravopotoční, Ľavopotoční museli ten zápas vyhrať a naopak. Za 5 výhier a 2 prehry je spolu 12 bodov, čo je počet bodov, ktoré získali Ľavopotočný. Skutočne to sedí.

Označme si výsledky jednotlivých zápasov takto: V - výhra Pravopotočných, P - prehra Pravopotočných Možné priebehy ligy sú potom tieto:

VVPPPPP PVVPPPP PPVVPPP PPPVVPP PPPPVVP PPPPPVV
VPVPPPP PVPVPPP PPVPVPP PPPVPVP PPPPVPV
VPPVPPP PVPPVPP PPVPPVP PPPVPPV
VPPPVPP PVPPPVP PPVPPPV
VPPPPVP PVPPPPV
VPPPPPV

Počet možných priebehov ligy je 21.

Komentár: V tejto úlohe bola väčšinou len jedna chyba, ktorá sa opakovala stále dookola. Väčšina z vás napísala, že Pravopotoční získali 9 bodov a preto majú dve výhry a päť prehier. Je to pravda, ale je dobré aspoň slovkom spomenúť prečo to tak je.

Úloha č. 3:

opravovali Zuzka Cocuľová & Vlado „Droopy" Novák

Vladislav Vancák, Slavomír Hanzely, Magdaléna Krejčíová

Zadanie: Jedného dňa dostali policajti zaujímavý prípad. v noci sa ktosi pokúsil vylúpiť banku, no omylom spustil alarm. Ujsť nestihol, tak sa zamkol v trezore banky. Policajti teda musia zistiť, aký je kód od trezora. Keďže v tejto dedinke všetci o všetkom vedia, rozhodli sa na kód opýtať okoloidúcich. Dostali tieto rady:

- kód je štvorciferné číslo deliteľné 4
- je deliteľný 5 a najväčšia cifra je deliteľná tromi
- obsahuje aj cifry 2 a 3, ktoré sa nachádzajú vedľa seba
- cifry kódu sú usporiadané zostupne (to znamená od najväčšej po najmenšiu)

Koľko čísel spĺňa všetky tieto podmienky? Ktoré sú to?

Riešenie: Vypíšme si, čo vieme zo zadania, a ako nám to pomôže pri hľadaní správneho kódu. 1) Kód je štvorciferné číslo - táto podmienka nám vraví, že hľadáme štyri zoradené jednociferné čísla, označme si ich napríklad A,B,C,D

2) Cifry kódu sú usporiadané zostupne - znamená to, že A je väčšie alebo aspoň také ako B, B je väčšie alebo aspoň také ako C a C je väčšie alebo aspoň také ako D. (Mnohí z Vás túto časť pochopili tak, že A musí byť väčšie ako B, B väčšie ako C a C väčšie ako D. Našli ste tak menej riešení a stálo Vás to bodík. Nie je to vážna chyba, len by sme Vám chceli poradiť, čo môžete nabudúce urobiť. Ak si teda nie ste istí, či ste zadanie príkladu pochopili správne, tak sa nás môžte pokojne opýtať na adrese malynar@strom.sk, alebo napísať obidve verzie riešenia - napr. ak sa čísla môžu opakovať, výsledok je … , ak sa nemôžu opakovať, výsledok je … . Tým určite nič nepokazíte a máte istotu, že nech bola otázka myslená akokoľvek, máte správny výsledok.)

3) Najväčšia cifra je deliteľná tromi - namiesto A môžeme na začiatok kódu napísať cifry 3, 6 alebo 9 - to sú všetky cifry deliteľné trojkou. (Asi už poznáte rozdiel medzi cifrou a číslom - čísla sa skladajú z cifier. Napríklad číslo 945 je zložené z cifier 9, 4 a 5.)

4) Obsahuje cifry 2 a 3, ktoré sa nachádzajú vedľa seba - cifry kódu sú usporiadané zostupne, teda daná dvojica cifier bude v poradí 3, 2. Vypíšme si teda možnosti, ktoré zatiaľ pripadajú do úvahy: 32CD, 332D, 3B32, 632D, 6B32, 932D, 9B32.

5) Kód je deliteľný 4 a 5. Tieto podmienky sa dali využiť viacerými spôsobmi, jeden z nich je takýto : Čísla deliteľné 5 sa končia na 0 alebo 5. Možnosti 3B32, 6B32 a 9B32 môžme vylúčiť. Namiesto D nemôžme napísať 5 z dvoch dôvodov. Prvý z nich súvisí s podmienkou, že čísla majú byť zoradené od najväčšieho po najmenšie, teda 5 sa nemôže nachádzať za dvojkou. Druhý dôvod je ten, že číslo, ktoré sa končí 5 určite nebude deliteľné 4. (Nám samozrejme stačilo,

aby ste napísali jeden z týchto dôvodov, ale považovali sme to za dôležitú časť riešenia. Odôvodnenia typu je to deliteľné 4 a 5, tak to končí nulou nás vôbec nepresvedčili.) Namiesto D napíšeme nulu a máme tieto možnosti: 32C0, 3320, 6320 a 9320. Namiesto C v prvej možnosti môžeme napísať 2, 1 alebo 0, po predelení štvorkou zistíme, že vyhovuje 2 a 0. Iný pohľad na túto podmienku využíva to, že ak je číslo deliteľné zároveň štvorkou aj päťkou, bude deliteľné 20 (lebo $4.5=20$). Viac nám ale pomôže to, že ak je číslo deliteľné 20, tak určite bude deliteľné zároveň 2 a 10 (lebo $2 \cdot 10 = 20$). Všetky čísla deliteľné desiatimi končia nulou, takže vieme, že aj náš hľadaný kód bude končiť nulou. Vydeľme si ho desiatimi. Ostane nám trojciferné číslo, ktorého posledná cifra je vlastne naša cifra C. Toto trojciferné číslo má byť deliteľné dvojkou. C je párne alebo sa rovná nule. Zadané podmienky spĺňa 5 čísel - 3320, 3220, 3200, 6320 a 9320.

Komentár: V tejto úlohe ste mohli dostať pomerne dosť bodov za vysvetlenie všetkých zadaných podmienok a ich správne využitie. Niektorí ste mohli namiesto odpisovania zadania radšej vysvetliť, ako ste ho pochopili, pretože za text, ktorý ste našli v zadaní, body nedávame. Viacerí mali pekné riešenie s vysvetlením, no po tom, čo našli jeden vyhovujúci kód, ktorý začínal trojkou, ďalej nehľadali, prípadne našli len dva také kódy. Nabudúce si na to treba dať pozor. Ak nájdete niekoľko riešení, mali by ste napísať, prečo si myslíte, že iné nie sú, alebo hľadať tak, aby ste nezabudli zvážiť nijakú možnosť. Veľa šťastia pri ďalších úlohách :)

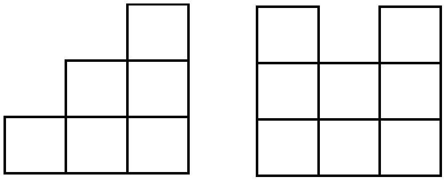
Úloha č. 4:

opravovali Vlado „Droopy“ Novák, Ľubo Šmalik & Roman Maďar

Vladislav Vancák

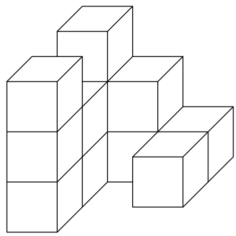
Zadanie: Jednu zimu napadlo na Vianoce toľko snehu, že spôsobil v Malynárove kalamitu. Rada starších dlho rozmýšľala nad tým, ako tento problém vyriešiť. Neradi by na Vianoce niekomu prikazovali, aby šiel odhŕňať sneh. Usporiadali teda súťaž o najväčšieho snehuliaka. Deti z celej dediny nadšene celý deň zhrabovali sneh z cesty a stavali krásnych snehuliakov. Večer už bola cesta prejazdná a celá lemovaná snehovými postavičkami. Súťaž vyhrala malá Lili. Hoci niektorí ju podozrievali, že to nebol snehuliak, ale jej brat vracajúci sa z obchodu, na ktorého po ceste nasnežilo. Veď uznajte, snehuliak s nákupnými taškami, kto to kedy videl? Nech už to bolo tak či onak, malá Lili vyhrala hlavnú cenu, dom v dedine podľa svojich predstáv. Popýtala si domček z marcipánových kociek. a hneď ho aj nakreslila z troch pohľadov - pozeráš sa kolmo na prednú, bočnú a vrchnú stenu domčeka. Lili tam nechce mať nijaké diery, tie si vyhryzie, až keď sa bude sťahovať. Koľko najmenej marcipánových kociek bude rada starších na domček potrebovať? Môže si tam Lili „prepašovať“ jednu kocku navyše, teda tak, aby sa obrázky jej domčeka nezmenili?

pohľad z predu pohľad z boku pohľad z vrchu



Riešenie: V zadaní boli položené dve otázky. Koľko najmenej kociek potrebujeme na stavbu domčeka? Môže si Lili prepašovať do domčeka ešte jednu kocku? Odpoveď na tieto otázky môžeme získať tak, že sa pokúsime takýto domček naozaj postaviť. Možno ste sa prvýkrát stretli s takouto úlohou, alebo si neviete predstaviť, ako to môže vyzerať. Vôbec nezaškodí, ak si zoberiete bežné kocky a pokúsite sa z nich postaviť tento domček. Tak poďme na to.

Pozrime sa na pohľady spredu, zboku a zvrchu. Ako prvé si môžeme všimnúť, že domček je široký aj vysoký maximálne tri kocky. Ďalej pôjdeme pekne krok po kroku. Pozrieme sa najprv na pohľad spredu. Treba si uvedomiť, že aj keď vidíme v podstate schodíky, neznamená to, že tieto tri stĺpce kociek sú všetky v prednom rade. Pokojne môžeme mať v prednom rade len úplne ľavý stĺpec, v strednom rade budeme mať druhý stĺpec zľava a v zadnom rade budeme mať len tretí stĺpec zľava. Avšak pri pohľade spredu to nevieme odhaliť. Na odhalenie takýchto záludností nám slúži pohľad zboku a zvrchu. Hneď pri prvom pozretí na všetky tri pohľady sme si všimli, že domček sa skladá z troch radov, pričom v každom rade sa vyskytujú tri stĺpce. Najistejší spôsob stavby domčeka je preto takýto: Pozrieme na pohľad spredu, vidíme už vyššie menované schodíky. Postavíme takéto schodíky do všetkých troch radov. Pozrieme sa na pohľad zboku. Vidíme, že celý stredný rad má výšku len dve poschodia, takže z celého stredného radu vyberieme kocky, ktoré sú vo výške tretieho poschodia. Posledný nám zostal pohľad zvrchu. Vidíme, že v druhom rade môžeme vybrať stredný stĺpec a z posledného radu môžeme vybrať prvé dva stĺpce zľava. Týmito poslednými úpravami dostávame už konečnú podobu domčeka. Konečne môžeme zodpovedať na otázky zo zadania. Jednoduchým spočítaním kociek, ktoré sme použili na stavbu domčeka dospejeme k výsledku: Na stavbu tohto domčeka je potrebných 12 kociek. Prepašovanie kocky, môžeme jednoducho vyriešiť tak, že si zoberieme jednu kocku a budeme ju klásť do každého stĺpca v každom riadku a budeme sledovať všetky tri pohľady, či sa nezmenili. Takto sa dopracujeme k výsledku, že Lili si do domčeka nemôže prepašovať žiadnu ďalšiu kocku.



Komentár: Trošku netypická úloha, ale musím Vás všetkých pochváliť, že ste sa s ňou snažili popasovať. Ak ste sa s takouto úlohou stretli naozaj po prvýkrát, nič nepokazíte, ak si to vyskúšate postaviť z kociek z nejakej stavebnice. V riešení, ktoré posielate, napíšte nakoniec výsledok, ku ktorému ste sa dopracovali. V tomto príklade to bol nákres výslednej stavby a konštatovanie, že Lili si už žiadnu kocku do domčeka prepašovať nemôže. Nemusíte opisovať zadania, tie každý opravovateľ pozná. Ovela dôležitejšie je, aby ste krok po kroku podrobne popísali čo robíte. Nestačí len napísať výsledok. Ja aj celkom verím tomu, že viete, ako to bude vyzerať. Ale keď nenapíšete do svojeho riešenia okrem výsledku (aj keď správneho) absolútne nič o postupe, tak bohužiaľ nedostanete veľa bodov. Dúfam, že ste si všetci poriadne prečítali vzorové riešenia aj s komentármi a ďalšie Vaše riešenia už budú ukážkovo vypracované :)

Úloha č. 5:

opravovali Rišo Dubiel & Majo Dobranský

Martin Vrabec, Florián Hatala

Zadanie: Janko z Malynárova sa zaľúbil do princeznej, ktorá žila za šiestimi horami a za šiestimi dolami. Jej otec, mocný kráľ, ju ale nechce vydať za chudobného Janka. Zamkol ju do jednej z troch komnát v hradnej veži. Na dvere prvej komnaty napísal: „V tejto komnate princezná nie je.“ Na druhých dverách stálo: „V tejto komnate je lev.“ Na dverách tretej komnaty bol nápis „Princezná je v druhej komnate.“ Len jeden z kráľových nápisov bol pravdivý, zvyšné dva klamali. Ak Janko princeznú nájde, dostane ju za ženu. Ak ale otvorí zlé dvere, zožerie ho lev. Ktoré dvere má Janko otvoriť, aby získal princeznú? Vysvetlite Jankovi, ako ste uvažovali - mohlo by sa mu to hodiť, ak by dostal od kráľa ďalšiu úlohu.

Riešenie: Úplne na začiatok sa pozrime na samotné zadanie, predošetkým na to, čo Jankovi hrozí: „Ak Janko princeznú nájde, dostane ju za ženu. Ak ale otvorí zlé dvere, zožerie ho lev.“ To pre nás znamená, že za jednými dverami je princezná, a za zvyšnými dvoma levy, pretože pre Janka sú dvere buď správne (a za nimi princezná), alebo nesprávne (a za nimi lev). Tretia možnosť nie je.

A teraz k samotnému riešeniu. Podstatné je, že jeden nápis je správny, a zvyšné dva klamú. Máme teda tri možnosti:

1. pravdivý je prvý nápis a zvyšné dva klamú,
2. pravdivý je druhý nápis a klame prvý a tretí,
3. pravdivý je tretí nápis a klamú prvé dva.

Rozoberieme ich teraz jednu po druhej. Predpokladajme, že pravdivý je prvý nápis: „V tejto komnate princezná nie je.“ Princezná je teda v druhej alebo tretej komnate. Zároveň to pre nás znamená, že zvyšné dva nápisy musia klamať. Ak by teda princezná bola v druhej komnate, nápis na dverách tretej komnaty („Princezná je v druhej komnate.“) by hovoril pravdu. No pravdivý nápis je len jeden (na prvej komnate). Takže princezná nemôže byť v druhej komnate, ak je prvý nápis pravdivý. Ak by princezná bola v tretej komnate, v prvej aj druhej komnate sú levy a teda nápis na druhej komnate („V tejto komnate je lev.“) by bol pravdivý. Opäť zle - máme dva pravdivé nápisy. Takže zatiaľ sme zistili, že nápis na prvých dverách určite nehovorí pravdu, teda klame. A čo znamená, ak veta „V tejto komnate princezná nie je.“ klame? No predsa, že princezná v tejto komnate je!:) Môžeme sa o tom ešte dodatočne presvedčiť - tentoraz budeme predpokladať, že pravdivý bude druhý nápis. Potom, ak by princezná bola v prvej komnate (čo je to, čo my tvrdíme), nápis na prvých aj tretích dverách klamú - všetko sedí. Ak by bola v komnate tretej, tretí nápis síce klamať bude, lenže potom bude pravdivý aj druhý (to je ten náš predpoklad) a aj prvý nápis. Ešte nám ostal prípad, že by pravdu hovoril tretí nápis a teda že princezná by bola naozaj v druhej komnate, lenže potom by automaticky hovoril pravdu aj prvý nápis a opäť by boli pravdivé až dva nápisy. Princezná je teda určite v prvej komnate a pravdu hovorí druhý nápis.

Komentár: Išlo vám to dobre. Treba povedať, že zadanie bolo dosť nejasné - niektorí ste uvažovali, že v jednej komnate je princezná, v jednej lev, a jedna je prázdna (čím sme dostali vlastne podobné riešenie, len s tým, že princezná môže byť aj v tejto prázdnej komnate - pozícia leva sa však nezmenila, a teda ste vraveli, že sa má pozrieť do tretej komnaty, a ak bude prázdna tak je princezná určite v prvej). Naša chyba, a tak, ak ste svoje riešenie rozumne vysvetlili, dostávali ste bodíky bez ohľadu na to, ako ste zadanie pochopili. Ale hlavne - len málokto napísal naozáj pádny a plnohodnotný myšlienkový postup. Je síce fajn, že príkladu rozumiete a tak len napíšete v ktorej komnate je princezná, pripojíte pár skratiek a šípiek, ale vašou úlohou je nám aj ukázať, ako ste myšlienkovo postupovali. Jednak nám ukážete, že príkladu NAOZAJ rozumiete, a aj sa naučíte formulovať svoje myšlienky.

Úloha č. 6:

opravovali Lucka Fabišíková & Tomáš Kocák

Katka Krajčiová

Zadanie: Babka Agáta predáva na trhu tri druhy medu. Aby sa med lepšie predával, vymyslela rodinné balenia - v každom balíčku boli dva hrnčeky, každý plný inej sladkej dobroty. Prvý balíček, hrnček lesného a hrnček kvetového medu, má takú cenu, ako 17 prázdnych hrnčekov. Druhý balíček, hrnček lesného a hrnček agátového medu, stojí toľko, ako 20 prázdnych hrnčekov. v treťom balíčku je hrnček agátového a hrnček kvetového medu a má cenu 15 prázdnych hrnčekov. Koľko prázdnych hrnčekov od medu musí miestny medveď pozbierať, aby si mohol kúpiť od babky Agáty hrček lesného medu? Koľko ich potrebuje na hrnček kvetového medu? a za koľko hrnčekov si kúpi hrnček agátového medu?

Riešenie: Na úvod je dobré si uvedomiť, že ani prázdne hrnčeky už v dnešnej dobe nie sú zadarmo. (A je škoda ich len tak rozbíjať.) Miestny macko by rád zistil, aká je cena medu vyjadrená v počte práznych hrnčekov. Rodinu síce nemá, ale nakupovať rodinné balenia môže.

Ak si kúpi balenie lesného a kvetového medu a k tomu balenie lesného a agátového medu, bude ho to stáť dokopy $17 + 20 = 37$ prázdnych hrnčekov. Získa tak dva hrnčeky lesného medu a po jednom hrnčeku kvetového a agátového medu. Pritom jeden hrnček kvetového a jeden hrnček agátového medu stoja spolu toľko, ako 15 prázdnych hrnčekov. Takže tie dva hrnčeky lesného medu, ktoré má macko navyše, musia mať cenu ako tých $37 - 15 = 22$ prázdnych hrnčekov tvoriacich

cenový rozdiel. Preto jeden hrnček lesného medu stojí toľko, ako 11 prázdnych hrnčekov.
Z tohto už vieme zistiť cenu kvetového aj agátového medu; stačí odčítať cenu lesného medu od vhodného rodinného balenia. Vyjde nám $17 - 11 = 6$ prázdnych hrnčekov ako cena kvetového medu a $20 - 11 = 9$ prázdnych hrnčekov ako cena agátového medu.
Zadanie hovorí: máme tri rodinné balenia medov. Prvé balenie obsahuje Lesný a Kvetový med a stojí 17 prázdnych pohárov. Druhé balenie obsahuje Lesný a Agátový med a stojí 20 prázdnych pohárov. Nakoniec balíček Agátového a Kvetového medu je v cene 15 prázdnych pohárov. Chceme vypočítať, koľko pohárov musí macko nazbierať, aby si mohol postupne kúpit každý z medov osobitne. Zapíšme si skrátene, čo hovorí zadanie: $\mathrm{L} + \mathrm{K} = 17$, $\mathrm{L} + \mathrm{A} = 20$, $\mathrm{A} + \mathrm{K} = 15$. $\mathrm{L} = ?$ $\mathrm{K} = ?$ $\mathrm{A} = ?$.
Predstavme si situáciu, že by sme si kúpili všetky balíčky naraz. Museli by sme teda za ne zaplatiť $17 + 20 + 15 = 52$ prázdnych pohárov a získali by sme dva Lesné, dva Kvetové a dva Agátové medy. Z toho vieme ľahko zistiť, koľko by stáli $\mathrm{L} + \mathrm{K} + \mathrm{A}$ spolu. Je to $52 : 2 = 26$. Prečo je to tak? $2 \cdot \mathrm{L} + 2 \cdot \mathrm{K} + 2 \cdot \mathrm{A} = 2 \cdot (\mathrm{L} + \mathrm{K} + \mathrm{A}) = 52$. Kedže vieme, že $\mathrm{L} + \mathrm{K} = 17$ a zároveň $\mathrm{L} + \mathrm{K} + \mathrm{A} = 26$, je zrejmé, že $\mathrm{A} = 26 - 17 = 9$. Vieme tiež, že $\mathrm{L} + \mathrm{A} = 20$ a $\mathrm{L} + \mathrm{K} + \mathrm{A} = 26$. Z toho vypočítame $\mathrm{K} = 26 - 20 = 6$. A nakoniec v rovnici $\mathrm{L} + \mathrm{K} + \mathrm{A} = 26$ dosadíme už známe hodnoty A a K, potom $\mathrm{L} + 6 + 9 = 26$, z toho $\mathrm{L} = 11$.
Ešte overme, či sme sa niekde nepomýlili. Teda, či cena rodinného balenia medu je súčet cien medov, ktoré toto balenie obsahuje.

$$\mathrm{L} + \mathrm{K} = 11 + 6 = 17$$
$$\mathrm{L} + \mathrm{A} = 11 + 9 = 20$$
$$\mathrm{A} + \mathrm{K} = 9 + 6 = 15$$

Macko musí nazbierať 11 prázdnych pohárov na Lesný med, 9 na Agátový a 6 na Kvetový.
Komentár: Táto úloha sa dala riešiť rôznymi spôsobmi a mnohí z vás ju vyriešili správne. Často ste však nepísali slovný komentár k postupu riešenia a veľakrát ani žiaden postup, len výsledky. Tam ste stratili nemálo bodíkov...
Odporúčame vždy spraviť skúšku správnosti, ak máte dostatok času (napríklad pri riešení korešpondenčných seminárov). Pomôže vám odhaliť prípadnú chybu a vy potom nestratíte body, lebo si túto chybu opravíte. :)

Vzorové riešenia úloh 2. série Zimnej časti

Úloha č. 1:

opravoval Tomáš Kocák

Martin Rapavý a Florián Hatala

Zadanie: Bratia Vratko a Bystrík narobili v Malynárove hotovú pohromu. Poskakovali si po moste postavenom z drevených latiek. Vratko skočil na každú tretiu latku a vyrezal do nej slniečko. Bystrík každú druhú latku vynechal a tie latky, na ktoré skočil, označil mesiačikom. Obaja začali na tom istom mieste. Prvý skočil Vratko a potom sa pravidelne striedali. Koľko latiek je zničených po 6 skokoch? a koľko po 12, 18, 24 a 30 skokoch? Ak by bol most dosť dlhý na to, aby urobili 600 skokov, koľko latiek by zničili?

Riešenie: Pozrime sa najskôr na to, ktoré latky chlapci zničili. Vratko skákal na každú tretiu latku, preto zničil 3. latku, 6. latku, 9. latku... Bystrík skákal na každú druhú a preto zničil 2. latku, 4. latku, 6. latku... Ak by sme si napísali aj ďalšie čísla latiek, ktoré zničili, mohli by sme si čosi všimnúť: na latky s číslom 6, 12, 18, 24, ... skočili obaja. Sú to násobky čísla 6. Prečo to je tak? Vratko sa každým skokom posunie o tri latky. Preto ak je na latke s párnym číslom, tak skočí na latku s nepárnym číslom a naopak. Bystrík skáče len na latky s párnym číslom. Obaja zničia latku s číslom 6. Najbližšie párne číslo latky, na ktoré skočí aj Vratko, je o 3+3 väčšie ako 6, pretože potrebuje aspoň dva skoky, aby sa dostal opäť na latku s párnym číslom. Preto každú latku s číslom deliteľným 6 zničia obaja. Keďže Vratko skáče ďalej ako Bystrík, tak bude stále pred Bystríkom. Preto Vratko zničí každú latku, na ktorú skočí. Bystrík však zničí navyše len tie latky, ktoré ešte nezničil Vratko. Latky, ktoré Bystrík nezničí napriek tomu, že na ne skočí, majú číslo deliteľné 6. Preto Bystrík každý tretí skok nezničí latku (dostane sa na latku s číslom deliteľným 6). Ak spolu skočia 6 skokov, každý z nich bude skákať trikrát. Vratko zničí 3 latky a Bystrík len 2 latky. To je spolu 5 latiek. (Najlepšie bude, ak si to nakreslíte.) Pre 12 skokov dostaneme, že Vratko zničí 6 latiek, ale Bystrík len 4. To je spolu 10 latiek. Pre 18 skokov dostaneme, že zničia 15 latiek. Pre 24 skokov dostaneme, že zničia 20 latiek. Pre 30 skokov dostaneme, že zničia 25 latiek. Pre 600 skokov dostaneme, že zničia 500 latiek, lebo Vratko zničí 300 latiek, ale Bystrík len 200, lebo každým tretím skokom sa dostane na latku, na ktorej už bol Vratko a zničil ju.

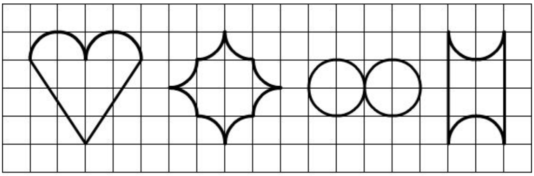
Komentár: K výsledku sa dopracoval skoro každý. Plný počet bodov však nezískalo veľa riešiteľov. Prečo? Ak niečo odpozorujeme na pár prípadoch, nemôžeme povedať, že to tak bude aj ďalej. Konkrétne v tomto príklade to bolo tak, že mnohí z vás si všimli, že ak zväčšíme počet skokov o 6, tak počet zničených latiek sa zväčší o 5. Ale čo ak sa to tak nebude správať aj ďalej? Pozrime sa preto na prípad, kde majú už 5 skokov za sebou. Zničili 5 latiek. Keď urobia ešte 5 skokov, tak zničia ďalšie 4 latky. Ďalšími 5-timi skokmi opäť zničia 4 latky. Takže to tak asi bude. Nemám pravdu? Skúste si vyskúšať, párkrat pridať 5 skokov a zistiť, o koľko sa bude zväčšovať počet zničených latiek. Odpoveď nájdete po pár krokoch.

Úloha č. 2:

opravovali Lucka Fabišíková & Zuzka Cocuľová

Žanetka Semanišinová a Tomáš Daneshjo

Zadanie: Dvojičky Zuzka a Katka na druhom konci dediny mali zatiaľ oveľa príjemnejšie starosti. Dostali na narodeniny štyri tabuľky čokolády zvláštnych tvarov (pozri si obrázok). Ako si ich majú rozdeliť, aby nemuseli rozkrájať čokoládové výtvory? Ak jedna kocka čokolády váži 10 gramov, koľko gramov čokolády dostala každá sestra? Jedna kocka je na obrázku nakreslená ako jeden štvorček. Navrhnite čokoládu, ktorá obsahuje aspoň dva ľubovoľne veľké oblúčiky a váži 60 gramov.



Riešenie: Dvojičky dostali štyri tabuľky čokolády. Najprv zistíme, koľko gramov váži celý narodeninový darček. Čokolády obsahujú časti kruhu (oblúčiky) a obsah kruhu nevieme presne vypočítať. Samozrejme, dá sa to s určitou presnosťou, ktorá v bežnom živote postačuje, ale to sme od vás nechceli. Oveľa jednoduchšie bolo všimnúť si, že jednotlivé oblúčiky do seba zapadajú. Spojme prvú a poslednú čokoládu. Jeden oblúčik srdiečka presunieme k hornej časti poslednej čokolády, druhý k dolnej. Dostali sme obdĺžnik a trojuholník, ktorý ostal zo srdiečka. Veľmi jednoducho vieme spočítať, že obdĺžnik obsahuje 8 kociek a trojuholník 6 kociek. (Ako sme to zistili? Skúste si trojuholník rozdeliť na dve polovice. Dostanete dve polovice obdĺžnika 2×3, rozdeleného uhlopriečkou; spolu 6 kociek.) Teraz skúsme spojiť druhú a tretiu čokoládu. Tretia čokoláda sa dá rozdeliť na 8 štvrtín kruhu, a presne toľko nám chýba v druhej čokoláde, aby sme dostali celé kocky. Druhá a tretia čokoláda majú spolu 12 kociek. Všetky štyri čokolády majú spolu $8+6+12 = 26$ kociek. Jedna kocka má 10 gramov, všetky čokolády teda dokopy vážia $26 \cdot 10 = 260$ gramov. Aby to bolo spravodlivé, každá sestra by mala dostať polovicu, teda 130 gramov. Žiadna z čokolád neváži 130 gramov, lebo by musela obsahovať presne 13 kociek. Obsah žiadnej z čokolád sa však v celých kockách vyjadriť nedá. Ak sa dajú čokolády rozdeliť spravodlivo, tak každá sestra dostane dve tabuľky. Tieto dve tabuľky by mali dokopy obsahovať 13 kociek. Tak poďme skúšať. Prvá a druhá tabuľka dokopy nemajú celočíselný počet kociek, prvá a tretia tiež nie. Spojiť prvú so štvrtou a druhú s treťou čokoládou sme už skúšali, a nevyšiel nám rovnaký počet kociek. Sestry si bez rozkrájania čokoládových výtvorov nevedia darček spravodlivo podeliť. Ďalej sme od Vás chceli obrázok čokolády, ktorá váži presne 60 gramov, takže jednotlivé oblúčiky sa museli dať pospájať tak, aby mala čokoláda presne 6 kociek. Mnohým z Vás sa podarili prekrásne tabuľky čokolády.

Komentár: Aj v tejto úlohe bol pre viacerých postup veľkým problémom. Je to škoda, lebo sa zaňho opäť dalo získať dosť bodov. Takže nabudúce naozaj nestačí napísať, čo vám vyšlo, chceme vedieť, ako ste na to prišli, čo ste pri tom zvažovali, prečo žiadny iný správny výsledok nie je atď. Niektorým sa stalo, že si zle prečítali zadanie a počítali namiesto so štyrmi tabuľkami čokolády s jednou. Nabudúce teda nezabudnúť niekoľkokrát si prečítať zadanie úlohy a potom podrobne rozpísať postup. A bude to super :)

Úloha č. 3:
opravovala Katka Potpinková

Katarína Krajčiová a Vladislav Vancák

Zadanie: Okrem čokolád dostali dvojičky na narodeniny aj dva kúsky zlatej retiazky. Vzali si jednu z nich a išli sa s ňou hrať na obchod. Retiazka mala 5 krúžkov. Sestry roztvorili stredný krúžok a dostali tri časti retiazky - dve dvojkrúžkové a ešte jeden krúžok. Platili časťami retiazky a tie sa z pokladne nedajú vyberať, takže nie je možné kupujúcim vydávať. Touto rozdelenou retiazkou vedia zaplatiť akúkoľvek sumu medzi jedným a piatimi krúžkami. (Napríklad tri krúžky zaplatia jednou dvojkrúžkovou časťou a ešte jedným krúžkom). Po chvíli však dostali do obchodu nový tovar a päť krúžkov im už bolo málo. Odložili teda retiazku s piatimi krúžkami a vzali si druhú. Tá mala až 21 krúžkov. Ktoré dva z nich majú roztvoriť, aby mohli zaplatiť akúkoľvek sumu menšiu ako 22? Ocko ich hru celý čas sledoval. Opýtal sa ich, či by nestačilo roztvoriť jeden krúžok. Ako by ste mu odpovedali? Dá sa roztvoriť jeden krúžok na retiazke tak, aby ste vzniknutými časťami vedeli bez vydávania zaplatiť akúkoľvek sumu menšiu ako 22? Svoju odpoveď nezabudnite zdôvodniť.

Riešenie: Keď dvojčatá raz rozdelili päťkrúžkovú retiazku, vznikli im tri časti: jedna jednokrúžková (pretože otvorený krúžok vybrali celý preč) a zvyšky, čiže dve dvojkrúžkové časti. Túto retiazku však odložili , čiže sa budeme zaoberať už len dlhšou (dvadsaťjedenkrúžkovou) retiazkou.

Tútu 21-krúžkovú retiazku rozdelili dvakrát. Takto im mohlo vzniknúť až päť častí. Pritom zo vzniknutých častí aspoň dve budú mať 1 krúžok – budú to tie dva krúžky, ktoré sme roztvorili. Pomocou týchto častí vedia dievčatá zaplatiť sumy 1 krúžok a 2 krúžky.

Ďalej potrebujú vedieť zaplatiť sumu 3 krúžky. Môžu zvoliť prvý roztváraný krúžok tak, aby jedna zo vzniknutých častí retiazky mala presne 3 krúžky. Teda roztvoria štvrtý krúžok retiazky. Teraz už vedia zaplatiť sumy 1, 2, 3, 4 (trojkrúžkovou a jednou jednokrúžkovou časťou) a 5 (trojkrúžkovou a oboma jednokrúžkovymi). Teraz potrebujú vedieť zaplatiť sumu 6 krúžkov. Preto z kúska retiazky, ktorý ostal po prvom delení, môžu skúsiť vybrať siedmy krúžok. To je jedenásty krúžok pôvodnej retiazky. A z toho vieme, že ostane desaťkrúžková časť retiazky. Takže časti retiazky, ktoré dievčatá dostali po roztvorení štvrtého a jedenásteho krúžku, budú mať 3, 1, 6, 1, 10 krúžkov.

Ostáva overiť, či vedia takto dievčatá zaplatiť každú sumu menšiu ako 22 krúžkov. Vedia, a to takto (sumy do 6 krúžkov sme už preverili):

suma	7	8	9	10	11	12	13
použité časti	$6+1$	$6+1+1$	$6+3$	10	$10+1$		

Ako ste si všimli, tabuľka nie je dokončená. Určite ste dosť šikovní na to, aby ste to zvládli sami.

Prácu si vieme uľahčiť: vieme zaplatiť všetky sumy od 1 od 9 krúžkov. Pri platení týchto súm nepoužívame kúsok retiazky, ktorý má 10 krúžkov. Keď tento kúsok pridáme k doteraz použitým, tak budeme vedieť zaplatiť všetky sumy od $1+10 = 11$ do $9 + 10 = 19$ krúžkov. A zostáva overiť možnosť zaplatenia súm 20 a 21 krúžkov.

Zistili sme teda, že dievčatá môžu roztvoriť štvrtý a jedenásty krúžok, potom budú vedieť zaplatiť všetky požadované sumy. (Premyslite si, či majú dievčatá aj nejakú inú možnosť. Ktoré krúžky by mohli roztvárať namiesto štvrtého a jedenásteho?)

Na oteckovu otázku je správnou odpoveďou „nie“. Pri roztvorení jediného krúžku získame iba tri časti retiazky, z toho jedna časť má 1 krúžok. Aby sme vedeli zaplatiť sumu 2, musíme mať alebo ešte jednu časť s jedným krúžkom, alebo nejakú časť s dvomi krúžkami.

V prvom prípade to znamená, že naše časti majú 1, 1 a 19 krúžkov. Vidno, že napríklad sumu 3 zaplatiť nevieme.

V druhom prípade by sme mali časti s 1, 2 a 18 krúžkami. Sumu 3 krúžky zaplatiť vieme, ale sumu 4 už nie.

Takže nech delíme ako chceme, jeden roztvorený krúžok stačiť nebude.

Komentár: Úloha nebola ťažká, väčšina z vás ju vyriešila správne. Najčastejšie ste prehliadli v zadaní vetu, ktorá hovorila o delení retiazky na časti. Ak roztvoríme jeden krúžok, môžeme ho vybrať a tým sa retiazka môže rozpadnúť až na tri časti.

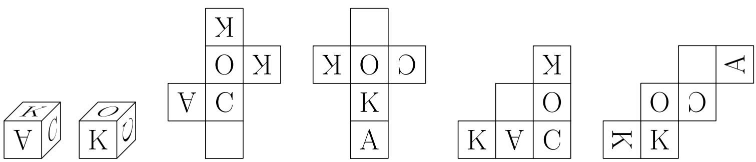
A nezabúdajte popisovať postup riešenia, nestačí, ak napíšete len výsledok.

Úloha č. 4:

opravovali Milka Fabišíková, Ľubo Šmalik, Majo Dobranský a Vlado Novák

Roman Pivovarník

Zadanie: V Malynárove chcú aj kocky vyzerať čo najlepšie. Raz si jedna kocka vyšla na prechádzku v takomto krásnom kabáte. (Teraz je dotyčná kocka na obrázku v našom časopise. Vidíš ju z dvoch pohľadov. Rýchlo si ju pozri, nech sa môže ísť ďalej prechádzať.) Všetky kocky jej kabát závideli. Jej susedka sa rozhodla, že si ušije taký istý. Tu sú niektoré z jej pokusov. Viete jej poradiť, v ktorých kabátoch by mohla vyzerať presne tak isto ako jej susedka?



Riešenie: Aby sa nám lepšie rozprávalo, označíme si možné kabáty zľava doprava od 1 po 4. Aby sa mohla kocka ďalej prechádzať, rýchlo si ju z oboch ponúkaných pohľadov pozrieme a zakreslíme. K obrázkom sa ešte neraz vrátime. Z prvého pohľadu vieme, že máme K a pod ním sa nachádza a otočené hore nohami. Takýchto pozorovaní vieme spraviť mnoho, nevieme však, ktoré z nich budeme potrebovať. Preto sa budeme striedavo dívať na možné kabáty a na naše dva pohľady. Najlepšie, čo sa dá spraviť, je vystrihnúť si jednotlivé kabáty z papiera a zložiť ich do tvaru kocky. Hneď uvidíme, ktorý z nich funguje a ktorý nie. V našom prípade zistíme, že z kabáta 3 sa kocka vôbec poskladať nedá, prekáža tam ten štvorec 2×2. a čo tie ostatné?
Kabát 1: Natočme si kocku tak, aby písmenko K bolo na prednej stene a normálne otočené. Z prvého pohľadu vidíme, že na stene vpravo od K sa nachádza C. Kabát 1 obsahuje dve písmená K, lenže jedno z nich má vpravo od seba písmeno O. A druhé zase má písmeno C oproti sebe, nie vpravo. Takže kabát 1 nevyhovuje.
Kabát 2: Z prvého pohľadu po vhodnom natočení kocky vidíme, že písmeno A má pod sebou písmeno K otočené naopak. Druhý kabát má jedno jediné písmeno A, a keď si skúsime tento kabát poskladať do tvaru kocky, zistíme, že pod týmto písmenom A je prázdne políčko namiesto písmena K. Takže ani tento kabát nie je vhodný.
Kabát 4: Tento kabát vyhovuje. Nie je však také jednoduché o tom presvedčiť niekoho, kto si tento kabát nechce poskladať. Napriek tomu to skúsime. V prvom rade si treba predstaviť, ako z tohto kabáta vznikne kocka.
Prvý pohľad má tri steny, na nich sú písmená A, K a C. Preto tento pohľad udáva tri vzťahy pre polohu týchto písmen. Podstatná je vzájomná poloha A a K, K a C, C a A. Keď si natočíme kocku z prvého pohľadu tak, že A bude vpredu a normálne otočené, bude písmeno C vľavo od neho a naopak. Toto spĺňa aj štvrtý kabát. Keď si natočíme kocku tak, že K bude vpredu, bude C vpravo od neho a natočené vrchnou časťou ku K. Toto naozaj spĺňa aj štvrtý kabát (overte si). Písmená A a K na prvom pohľade sú spojené svojimi „spodnými koncami“. Táto podmienka sa pre kabát 4 overuje najťažšie. Je ťažké si to predstaviť len v hlave bez toho, aby sme to naozaj skúsili s vystrihnutým a poprehýbaným kabátom. Podobným spôsobom vieme overiť splnenie všetkých troch vzťahov medzi písmenkami aj pre druhý pohľad. Dokonca je to oveľa jednoduchšie, vidíme, že písmenká K, O a C sú v štvrtom kabáte hneď pri sebe a natočené tak, ako majú byť. Takže na záver odpoveď: Susedka by mohla vyzerať úplne rovnako iba v kabáte č. 4.

Komentár: V tejto úlohe naozaj pomáha, ak si reálne skúsite poskladať jednotlivé kabáty na kocky. To väčšina z vás aj urobila. Bohužiaľ, nepozornosť vás často pripravila o body, keď ste si nevšímali, ako sú pootočené jednotlivé písmenká. Mnohí z vás napísali aj správnu odpoveď. Nestačí však napísať „Vyskúšal som a vyšiel kabát 4“. Treba postupne popísať, čo ste si všímali, podľa akých znakov ste porovnávali a popísať, prečo jednotlivé porovnania vyhovujú či nevyhovujú. Veľmi nás potešilo, že ste si to naozaj skúšali. Dúfam, že po prečítaní predchádzajúcich riadkov aj tie zvyšné nedostatky odstránite a nabudúce budeme môcť dávať každému 9 bodov. :)

malynar@strom.sk

Úloha č. 5:

opravovala Aďa Szilágyiová

Katka Kirešová, Ema Diószeghyová a Florián Hatala

Zadanie: Ak človek nájde poklad, zväčša ho to poteší. Najmä, ak je to obrovská starodávna pokladnica. v takých totiž bývajú obrovské starodávne kopy zlatých mincí. v Malynárove našli hneď tri pokladnice. Na prvej bolo napísané: „V tejto pokladnici je obrovská starodávna kopa zlatých mincí.“ Prekvapivo, na druhej pokladnici bol taký istý nápis. Nápis na tretej pokladnici ich však sklamal. Stálo na nej: „Nápis na prvej pokladnici klame.“ Je všeobecne známe, že ak niekto nájde tri obrovské starodávne pokladnice s troma podivnými a navzájom si odporujúcimi nápismi, tak len jeden z nápisov je pravdivý a len jedna z pokladníc ukrýva poklad. v zvyšných dvoch pokladniciach sú jedovaté hady. Viete určiť, v ktorej pokladnici sa určite nachádza had? (Tú ale neotvárajte!) Vedeli by ste zistiť, v ktorej je poklad? Pokúste sa presvedčiť nálezcu, že sa nemýlite, aby neotvoril pokladnicu s hadom, ale tú s pokladom.

Riešenie: Vieme určite, že len v jednej pokladnici je určite poklad, takže máme len tri možnosti. Buď je v prvej, druhej alebo v tretej pokladnici. Poďme na to postupne.

1. Ak je poklad v prvej pokladnici, hady sú v druhej a tretej. Potom prvý nápis je pravdivý, druhý klame, a tretí klame (lebo prvý je pravdivý). Máme dva nepravdivé nápisy a jeden pravdivý, čo vyhovuje.
2. Ak je poklad v druhej pokladnici, v prvej a tretej sú hady. Nápis na prvej klame, na druhej je pravdivý a ten na tretej je tiež pravdivý (lebo nápis na prvej pokladnici klame). Tu však máme dva nápisy pravdivé, čo nám nevyhovuje. (Je to v rozpore so zadaním.)
3. Ak je poklad v tretej pokladnici, v prvej a druhej sú hady. Potom nápis na prvej pokladnici klame, na druhej tiež a ten na tretej je pravdivý (lebo prvá klame). Tiež vyhovuje zadaniu.

Máme preto dve riešenia. Poklad môže byť v prvej alebo v tretej pokladnici. V oboch prípadoch je v druhej pokladnici had. To je výsledok, ktorý sme od vás chceli.

Možnosti môžeme rozbrať aj inak, nie podľa toho, kde je poklad, ale podľa toho, ktorý nápis je pravdivý, lebo pravdivý je len jeden. Je však dobré uvedomiť si jednu vec: ak nápis v prvej pokladnici klame, potom ten na tretej musí byť pravdivý. Ak klame ten na tretej pokladnici, nápis na prvej musí byť pravdivý. To znamená, že pravdivý je buď prvý alebo tretí nápis, a ten druhý bude vždy klamať, takže v druhej pokladnici je určite had. Potom už stačí len rozobrať zvyšné dva prípady, podobne ako v predchádzajúcom spôsobe riešenia, a zistíme, že oba nám vyhovujú.

Komentár: Len málo z vás malo úlohu za plný počet bodov. Buď ste zabudli na druhú otázku, kde je určite had, alebo ste našli jedno riešenie a ďalej ste nehľadali. Vždy treba dokončiť úlohu, aj keď ste už jedno riešeie našli. Najčastejšie však body ako stále šli dole kvôli postupom. Buď ste napísali len odpoveď, alebo vety typu prišiel som na to logicky a pod. My však chceme vedieť práve to, ako ste postupovali. Napísať „táto možnosť nevyhovuje“ bez vysvetlenia, prečo nevyhovuje, takisto nestačí. Niektoré riešenia však boli naozaj pekné, tak sa snažte aj naďalej, nabudúce to už bude lepšie.

Úloha č. 6:

opravovali Rišo Dubiel & Peťo Milošovič

Vladislav Vancák a Daniel Kopf

Zadanie: Keby ste si pozreli záznam o basketbalovej lige spred 8 rokov, asi by vás trošku prekvapil. Rozhodca sa totiž pohneval s archivárkou a odmietol jej prezradiť, ako dopadli jednotlivé zápasy. Povedal jej len, že Ľavopotoční získali 5 bodov. Ako už vieme, za výhru boli 2 body, za prehru 1 (pravidlá sa už desiatky rokov nemenili). Ľavopotoční teda mohli všetky zápasy prehrať, potom by bolo 5 zápasov, alebo jeden vyhrať, potom by boli 3 zápasy a tri rôzne priebehy atď. Chudinka archivárka vypísala všetky možné priebehy ligy. Koľko ich bolo? Nezabudnite, že netušila, koľko bolo zápasov. Koľko by bolo rôznych priebehov, ak by Ľavopotoční získali 2, 3, 4, alebo 6 bodov? Pôvodne ju chcel rozhodca oklamať a povedať jej, že Ľavopotoční získali až 15 bodov. Koľko možných priebehov by potom musela archivárka vypisovať? Ak si už nepamätáte, čo je to priebeh ligy, pozrite si vysvetlenie v 2. príklade prvej série.

Riešenie: Začnime tým, že Ľavopotoční získali 5 bodov. Nájdime teda všetky možné priebehy ligy. Najjednoduchšie je začať priebehom, v ktorom Ľavopotoční všetky zápasy prehrajú. Za prehru je 1 bod, teda dostávame priebeh PPPPP (P je prehra, výsledky zápasov uvádzame z pohľadu Ľavopotočných). Výborne. Teraz sa pýtajme: čo ak jeden zápas vyhrali? Za túto jednu výhru by získali 2 body, teda do celkového súčtu 5 bodov nám chýbajú tri prehry. To znamená, že ak vyhrali jeden zápas, hrali spolu štyri zápasy. Koľko možných priebehov dosávame? VPPP, PVPP, PPVP, PPPV, teda štyri. Ďalej je tu možnosť, že vyhrali práve dva zápasy. Dve výhry dávajú 4 body, teda potrebujeme ešte jednu prehru, aby bol súčet bodov 5. Dostávame teda tri zápasy, z nich jeden je prehra. To nám dáva možné priebehy PVV, VPV, VVP. Dokopy teda dostávame $1 + 4 + 3 = 8$ možných priebehov. Čo ak by výhry boli aspoň tri? To je aspoň 6 bodov, čo je viac ako našich požadovaných 5. Teda už neexistuje žiadny ďalší možný priebeh, našli sme všetky. Takto sa dá postupovať aj pre iné počty bodov. Ak celkový súčet má byť 2 body, potom dostávame len dva možné priebehy: PP (dve prehry), alebo V (jediná výhra). Pri súčte 3 body opäť môžme uvažovať o všetkých zápasoch ako prehrách (priebeh PPP), alebo je výhra práve jedna (dostávame PV, VP). (Viac výhier byť nemôže.) Preto sú priebehy 3. Pre 4 body podobným spôsobom dostávame priebehy PPPP, VPP, PVP, PPV, a nakoniec VV. To je 5 priebehov. Pre 6 bodov dostaneme priebehy PPPPPP, pre jednu výhru VPPPP, PVPPP, PPVPP, PPPVP, PPPPV, pre dve výhry VVPP, VPVP, VPPV, PVVP, PVPV, PPVV, pre tri výhry VVV. Dokopy 13 priebehov. Čo sme zatiaľ zistili?

Počet bodov	Počet priebehov
2	2
3	3
4	5
5	8
6	13

No a teraz že ako sa dopracujeme k tej našej slávnej pätnástke. Kto si všíma, všimne si možno, že počet priebehov ligy pre daný počet bodov je súčet dvoch predchádzajúcich možných priebehov líg.
Čiže podľa tejto našej teórie by sme pre sedem bodov dostali $13+8 = 21$ možných priebehov. A takto sa môžme pekne a jednoducho prepracovať až ku pätnástke. (To iste sami hravo zvládnete, ak vam vyjde 987, je to správne:) Ok, ale samozrejme si ešte vysvetlíme, prečo to tak vlastne je: Máme „sedembodovú“ ligu. Ak prví zápas bol prehra, na zvyšné zápasy nám pripadá 6 bodov - a počet možných priebehov pre 6 bodov už vieme. Ak prvý zápas je výhra, pripadá nám na zvyšné zápasy 5 bodov - a aj pre 5 bodov počet možných priebehov vieme! Teda 13 priebehov ak prvý zápas je prehra, 8 priebehov ak je prvý zápas výhra, to je dokopy 21 možností.
Komentár: Väčšna z vás si s počtom priebehov pre 2 - 6 bodov poradila ľaho a s počtom priebehov pre 15 bodov neporadila vôbec:) Dúfame, že vzorové riešenie vám pomohlov a naučili ste sa niečo nové.

Poradie riešiteľov po 2. sérii

Poradie	*Meno*	*Trieda*	*Škola*	*Poč.*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*Pr.*	*Súčet*
1. – 2.	Katarína Krajčiová	Prima	GAlejKE	52	9	9	9	9	9	7	9	106
	Martin Vrabec	6. A	ZKro4KE	54	7	9	9	6	9	9	9	106
3. – 4.	Žaneta Semanišinová	4. B	ZAngeKE	51	9	9	9	9	9	6	9	105
	Vladislav Vancák	Sekunda B	GAlejKE	53	8	9	9	4	8	9	9	105
5.	Katarína Kirešová	5. C	ZStanKE	52	8	8	9	9	9	2	9	104
6.	Slavomír Hanzely	4. B	Z17. SB	48	5	9	9	9	8	7	9	99
7.	Ema Diószeghyová	5. C	ZStanKE	51	7	4	9	6	9	7	9	98
8.	Anton Gromóczki	6. A	ZStanKE	47	7	8	9	5	8	8	9	96
9.	Martin Rapavý	Sekunda A	GAlejKE	49	9	6	1	9	6	7	9	95
10.	Lenka Kerestúriová	5. C	ZStanKE	47	5	3	7	9	4	7	9	88
11. – 12.	Roman Pivovarník	Prima A	GMudrPO	52	7	5	1	9	-	7	5	86
	Dominik Benko	6. B	ZKro4KE	47	5	9	7	8	5	5	5	86
13.	Florián Hatala	6. B	ZKro4KE	38	9	5	6	8	9	-	9	84
14.	Magdaléna Krejčíová	Sekunda A	GTataPP	47	7	3	7	9	3	4	5	82
15.	Tomáš Daneshjo	6. A	ZKro4KE	52	2	9	5	3	7	2	0	78
16.	Miroslav Novák	6. B	ZKro4KE	37	6	7	9	6	6	7	5	77
17.	Richard Fučko	5. A		34	7	5	7	6	3	7	9	75
18.	Peter Vook	6. B	ZKro4KE	35	6	5	9	6	5	5	5	71
19.	Daniel Kopf	5. A		23	8	-	6	6	6	9	9	67
20. – 22.	Šimon Hrmo	4. B	ZTopoNR	26	6	4	4	2	9	7	9	65
	René Cehlár	5. A	ZKro4KE	45	7	1	9	-	3	-	0	65
	Adela Kinlovičová	5. C	ZJeniKE	24	5	6	6	7	6	7	9	65

Poradie	*Meno*	*Trieda*	*Škola*	*Poč.*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*Pr.*	*Súčet*
23.	Daniel Hajduk	6. B	ZKro4KE	27	8	5	7	5	6	-	5	63
24.	Jakub Hromada	6. B	ZKro4KE	38	9	1	1	6	2	5	0	61
25.	Lucia Lopúchová	3. B	ZTopoNR	29	6	6	6	-	1	7	5	60
26.	Samuel Krajči	2. A	ZJeniKE	31	5	-	8	9	-	-	5	58
27.	Natália Paulovičová	3. C	ZTopoNR	26	5	3	8	0	2	7	5	56
28.	Samuel Burík	5. A	ZKomeSV	36	4	1	8	1	2	4	0	55
29.	Viktória Maciková	6. B	ZKro4KE	40	-	-	-	4	9	-	0	53
30. – 31.	Adriána Lukáčová	6. A	ZKuzmic	24	8	1	7	7	-	4	0	51
	Viliam Putz	3. B		37	5	1	0	1	2	5	0	51
32.	Roman Stražanec	4. B		20	5	4	6	0	0	8	5	48
33.	Monika Kunayová	5. B	ZKro4KE	31	1	0	1	5	3	4	0	45
34.	Alexander Mudzo	4. A	ZKomeSV	44	-	-	-	-	-	-	0	44
35.	Daniel Rozický	6. A	ZKro4KE	0	8	1	7	6	9	4	5	39
36.	Mária Lukáčová	5. A	ZKro4KE	24	0	5	1	2	2	4	0	38
37. – 38.	Patrícia Hancová	4. B	ZKomeSV	37	-	-	-	-	-	-	0	37
	Eva Marková	5. B	ZKro4KE	25	5	0	2	0	2	3	0	37
39. – 40.	Michal Benej	6. B	ZKro4KE	27	5	-	0	-	3	-	0	35
	Enrik Pacinda	Sekunda	GHaliLC	19	5	1	1	0	2	7	0	35
41.	Nikola Valečková	6. A	ZStanKE	16	0	0	6	3	1	5	0	31
42. – 44.	Denisa Strončeková	5. B	ZKro4KE	17	0	0	8	0	1	3	0	29
	Roman Staňo	6. B	ZKro4KE	18	0	3	3	4	1	-	0	29
	Bianka Grossová	5. B	ZTomKe	21	0	2	0	2	1	3	0	29
45. – 47.	Filip Rabík	Sekunda A	GAlejKE	27	-	-	-	-	-	-	0	27
	Mária Kapasná	5. B	ZKro4KE	17	1	0	-	7	-	2	0	27
	Nikola Majorošová	4. B	ZAngeKE	27	-	-	-	-	-	-	0	27
48.	Dušan Saxa	5. A	ZJuhoKE	9	4	3	2	0	0	7	0	25
49.	Silvia Dobránska	5. B	ZTomKe	23	-	-	-	-	-	-	0	23
50. – 53.	Tara Stefányi	5. B	ZKro4KE	14	3	1	0	0	1	2	0	21
	Jakub Karľa	5. C	ZKomeSV	17	0	1	-	2	1	-	0	21
	Jakub Krajňák	5. B	ZKro4KE	21	-	-	-	-	-	-	0	21
	Adrián Brand	5. A	ZNižnKK	21	-	-	-	-	-	-	0	21

Zvyšok poradia nájdete na Malynárskej stránke.

Za podporu a spoluprácu ďakujeme

- Gymnázium Poštová 9, Košice
- Ústav matematických vied, Prírodovedecká fakulta Univerzity P. J. Šafárika, Košice
- Jednota slovenských matematikov a fyzikov, pobočka Košice
- Pergamon, s.r.o., Strojárenská 3, Košice

Názov: MALYNÁR — korešpondenčný matematický seminár
Číslo 2 • január • Zimná časť 17. ročníka (2007/2008)
Internet: `http://malynar.strom.sk`

Vydáva: Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice 1
Internet: `http://zdruzenie.strom.sk`
E-mail: `zdruzenie@strom.sk`