
MALYNÁR

Ahoj,

Určite sa tešíš, že máš už za sebou ďalšiu, poslednú sériu tohto školského roku. Dúfame, že sa Ti úlohy páčili a že si nemal veľa problémov s ich riešením. To ako si obstál nájdeš na poslednej strane, kde je teraz už konečné poradie riešiteľov. Hned pred nimi sú vzoráky, tak ich neprehliadni!

No to, načo sa každý z nás teší, sú letné prázdniny. Snád sa z nich vrátiš plný nových zážitkov a nových síl, aby si sa mohol zapojiť do ďalšieho ročníka Malynára. A ak na budúci rok budeš už siedmak, tak nezúfaj, je pre Teba pripravený korešpondenčný seminár Matik, ktorý je tu pre starších riešiteľov. Tak Ti prajeme veľa slnka a vody :-)

My

(organizátori)

VZOROVÉ RIEŠENIA 2. SÉRIE LETNEJ ČASTI 12. ROČNÍKA MALYNÁRA

Úloha č. 1 (opravovali Lucia Arendáčová, Anita Zolnayová):

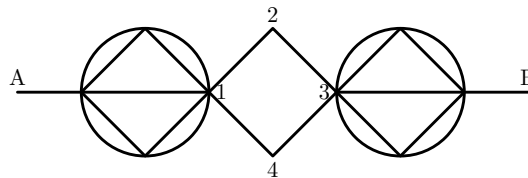
Zadanie: Na rodinnej oslave sa raz zišlo niekoľko členov rodiny: otec, mama, syn, dcéra, brat, sestra, bratranec, sesternica, synovec, neter, strýko, teta (každý má k niekomu niektorý z týchto rodinných vzťahov). Aký najmenší počet ľudí bol na oslave, ak vieme, že sa v tejto rodine neuzavrel žiaden príbuzenský zväzok?

Riešenie: V rodine sa neuzavrel žiaden príbuzenský zväzok! Teda mama a otec nie sú manželia! Nech to sú brat (to bude MUŽ1) a sestra (to bude ŽENA1). Mama má dcéru (ŽENA2), otec má syna (MUŽ2). Oni sú bratranec a sesternica. ŽENA2 je neterou MUŽA1, ktorý je jej strýkom. MUŽ2 je synovcom ŽENY1, ktorá je jeho tetou. To sú spolu 4 ľudia: MUŽ1, MUŽ2, ŽENA1, ŽENA2.

Komentár: Úloha nebola náročná. Niektorí ste si však nevšimli, že v rodine sa neuzavrel príbuzenský zväzok. Mamu a otca ste automaticky považovali za manželov. Potom ste samozrejme museli narátať viac členov rodiny na tejto oslave.

Úloha č. 2 (opravovala Lenka Kovalčinová):

Zadanie: Každý neurón musel prejsť každou z chodbičiek trasy. Avšak v každej chodbičke mohol byť iba raz. Môže takto neurón prejsť trasu? Ak nie, kde sa musí pridať ďalšia chodbička, aby neuróny prešli každú chodbičku a každú iba raz? Trasa vyzerala takto (neurón stojí na začiatku v bode A a chce prejsť do bodu B):

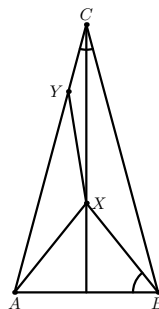


Riešenie: Po nejakom čase sa neurón musí dostať do bodu 3. Tam príde buď cez body 1, 2 alebo 1, 4. Pritom buď 1, 2 alebo 1, 4 ostanú neprejdene. Preto po nejakom čase neuróny musia prejsť po tejto trase späť do bodu 1. Keďže musíme skončiť v bode B, tak z 1. sa musia neuróny dostať späť. Ale už šli aj cestou 1, 2, aj cestou 1, 4. Takže nutne musí prejsť po jednej z týchto dvoch možností ešte raz. Preto pridáme chodbičku vedúcu z 1 do 3. Vtedy sa to dá, čo si môžete vyskúšať sami.

Komentár: Táto úloha bola pomerne jednoduchá. Práve preto bolo treba uviesť poriadne vysvetlenie, prečo sa chodbičky nedajú všetky prejsť každá iba raz. Stačilo si naozaj uvedomiť iba toľko, že akokoľvek sa snažíme, musíme prejsť štvorec stále tak, že na cestu späť potrebujeme ešte jednu chodbičku. Potom už bolo ľahké prísť aj na to, prečo (viď vzorové riešenie). Počet bodov bol pridelený podľa toho, ako ste úlohu vysvetlili, nestačilo iba dokresliť chodbičku.

Úloha č. 3 ():

Zadanie: Strážcovia A, B, C, X, Y stoja postupne na bodoch A, B, C, X, Y. Body A, B, C tvoria rovnoramenný trojuholník $\triangle ABC$ so základňou AB. Nech X je bod na výške na stranu AB, pričom platí, že veľkosť uhla $\sphericalangle XBA = 40^\circ$. Na strane AC je bod Y taký, že pre veľkosť úsečky platí: $|BX| = |XY|$. Ak viete, že veľkosť uhla $\sphericalangle ACB = 30^\circ$, aká je veľkosť uhla $\sphericalangle AXY$?



Riešenie: $\triangle ABC$ je rovnoramenný trojuholník. Ak bod X leží na výške na stranu AB, tak aj $\triangle ABX$ je rovnoramenný. Teda 2 uhly pri základni budú rovnako veľké. Využijeme to, že súčet uhlov v trojuholníku je 180° . Uhol $\sphericalangle ABC$ sa teda rovná:

$$|\sphericalangle ABC| = (180^\circ - 30^\circ) : 2 = 75^\circ = |\sphericalangle BAC|$$

Vieme, že uhol $\sphericalangle BAX$ je 40° . Teda uhol $\sphericalangle CBX$ sa rovná

$$|\sphericalangle CBX| = 75^\circ - 40^\circ = 35^\circ = |\sphericalangle YAX|$$

Keďže veľkosti úsečiek BX , AX a XY sú rovnaké, aj trojuholník $\triangle AXY$ je rovnoramenný. Teda uhol $\sphericalangle AXY$ sa rovná uhlu $\sphericalangle YAX$ a to 35° . Teraz máme v trojuholníku $\triangle AXY$ známe 2 uhly a treba nám vypočítať tretí. Takže

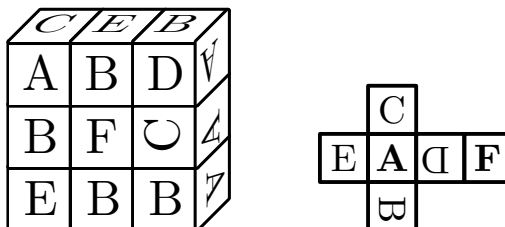
$$|\sphericalangle AXY| = 180^\circ - 35^\circ - 35^\circ = 110^\circ$$

Veľkosť uhla $|\sphericalangle AXY|$ je teda 110° .

Komentár: Chybu urobili všetci tí, čo úlohu iba rysovali a nie počítali. Rysovanie je nie vždy také presné ako výpočet, lebo ani uhlomer nikdy nemerá presný uhol. Vždy je tam maličká chyba.

Úloha č. 4 (opravovala Gabča Dobranská):

Zadanie: Všetky bielkoviny vyzerali ako malé kocky, ktoré boli všetky úplne rovnaké. Hradba vyzerala ako na obrázku. Ak teda na všetkých kockách je napísané to isté, čo je napísané vzadu uprostred?



Riešenie: Nakreslime si prázdnu sieť jednej kocky a postupne dopĺňajme do nich písmenká hneď ako prideme na to, ktoré kam patrí. Dajme do stredu A a uvažujme, čo bude nad ním. Podľa kocky vľavo hore vieme, že to bude písmeno C. Podľa kocky vpravo hore vieme umiestniť písmeno B a jeho natočenie a písmeno D a jeho natočenie. Podľa kocky hore uprostred umiestnime písmeno E a jeho natočenie. V prázdnom políčku siete môže byť jedine písmeno F (iné nám už neostalo). Práve písmeno F leží na protíľahlej stene k písmenu A. Vzadu uprostred je napísané písmeno A.

Komentár: S touto úlohou ste si hravo poradili, niektorí to však len nakreslili a neodvôvodnili svoj náčrt, takže za to šli body dolu.

Úloha č. 5 (opravovala Hanka Bajusová):

Zadanie: Stihli zvoľať zatiaľ iba 100 krvných doštičiek. Desať z nich nevie ani po francúzsky ani po nemecky. 75 z nich vie po nemecky a 83 po francúzsky. Koľko z nich teda ovláda oba jazyky?

Riešenie: Zavolali si sto doštičiek, lenže my vieme, že 10 z nich nevie žiadne jazyk, takže ak chceme vedieť, koľko doštičiek ovláda oba jazyky, nemôžeme týchto 10 medzi ne zatávať. Takže si ich odčítame (od 100) a ďalej uvažujeme už len 90 doštičiek, z ktorých každá ovláda aspoň jeden jazyk. 83 z nich ovláda francúzštinu (len francúzštinu alebo francúzštinu aj nemčinu) - to znamená, že 7 ďalších doštičiek ($90 - 83 = 7$) ovláda len nemčinu. 75 doštičiek ovláda nemčinu - z nich 7 je takých, ktoré ovládajú len nemčinu, takže ich môžeme odrátať, lebo nevyhovujú nášmu hľadanému riešeniu. Dostávame číslo 68 - to sú už všetky doštičky, ktoré ovládajú obidva jazyky (lebo všetky ostatné možnosti sme vylúčili). Ak sa na to pozrieme z opačnej strany, z 90 doštičiek ovláda nemčinu iba 75, takže 15 je takých, ktoré ovládajú len francúzštinu - to znamená že ich odrátame od čísla 83 (čiže všetkých tých doštičiek, ktoré ovládajú len francúzštinu alebo francúzštinu aj nemčinu), opäť dostávame číslo 68.

Komentár: S touto úlohou neboli skoro žiadne problémy. Občas sa vyskytol slabý opis riešenia. Inak fajn.

Úloha č. 6 ():

Zadanie: Heslo by malo tvoriť trojciferné číslo ABC , v ktorom sú číslice A, B, C navzájom rôzne. Keď ho vynásobíme číslom 8, dostaneme číslo CAB . Existuje číslo ABC ? Ak áno, aké sú jeho cifry A, B, C ? Ak nie, prečo neexistuje?

Riešenie: Má platiť: $ABC \cdot 8 = CAB$

Číslo ABC môže byť od 100 do 124, 125 a väčšie už nie, lebo $125 \cdot 8 = 1000$ a 1000 je 4-ciferné číslo. Z daných čísel vylúčime čísla od 110 do 119 a čísla 100, 101, 121, 122 lebo sa v nich opakujú cifry. Teda číslo ABC môže zatiaľ byť: 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 120, 123, 124. Zistím, či pre ne platí: $ABC \cdot 8 = CAB$

$102 \cdot 8 = 816$ a to sa nerovná 210. $103 \cdot 8 = 824$ a to sa nerovná 310. $104 \cdot 8 = 832$ a to sa nerovná 410. $105 \cdot 8 = 840$ a to sa nerovná 510. $106 \cdot 8 = 848$ a to sa nerovná 610. $107 \cdot 8 = 856$ a to sa nerovná 710. $108 \cdot 8 = 864$ a to sa nerovná 810. $109 \cdot 8 = 872$ a to sa nerovná 910. $120 \cdot 8 = 960$ a to sa nerovná 012 a 12 nie je ani 3-ciferné. $123 \cdot 8 = 984$ a to sa nerovná 312. $124 \cdot 8 = 992$ a to sa nerovná 412.

Ani jedna možnosť nevyhovuje, teda číslo ABC so zadanými podmienkami neexistuje.

Komentár: Úloha bola ľahká, viacerými spôsobmi sa dalo ukázať, že číslo ABC neexistuje. Niekde sa vyskytli zlé úvahy, niekto napísal iba výsledok bez vysvetlenia a iní zase nerozobrali všetky možnosti.

VÝSLEDKOVÁ LISTINA 2. SÉRIE LETNEJ ČASTI 12. ROČNÍKA MALYNÁRA

Por.	Meno a priezvisko	Trieda	Škola	Poč.	1	2	3	4	5	6	Prémia	Súčet
1. – 10.	Ladislav Bačo	6.A	ZKe30KE	30	5	3	5	5	5	5	5	60
	Barbora Džuganová	5. A	ZŠrobPO	30	5	5	5	5	5	4	5	60
	Michaela Floriánová	prima	GGrösBA	30	5	5	5	5	3	5	5	60
	Peter Gromóczki	?	ZStanKE	30	5	3	5	5	5	5	5	60
	Hana Jergušová	sekunda A	GAlejKE	30	5	5	5	5	5	5	5	60
	Matúš Kajanovič	sekunda	GGrösBA	30	-	5	5	5	5	5	5	60
	Natália Karásková	prima	GGrösBA	30	5	5	5	5	5	5	5	60
	Matúš Kopf	1.A		30	5	5	5	5	-	5	5	60
	Michal Kopf	4.B		30	5	5	5	5	5	5	5	60
	Alexandra Kuncová	sekunda A	GAlejKE	30	5	5	5	5	5	5	5	60
11. – 16.	Alexandra Antošová	prima	GGrösBA	30	5	3	5	5	5	4	5	59
	Denisa Dupláková	5.A	ZKro4KE	30	5	3	5	5	5	4	5	59
	Veronika Kababiková	5. B	ZSeňa	30	5	3	5	5	4	5	5	59
	Marta Kořínková	prima	GGrösBA	30	5	3	5	5	4	5	5	59
	Katarína Murajdová	6. A	ZŠrobPO	30	5	3	5	5	5	4	5	59
	Matúš Orendáč	6. A	ZAngeKE	30	1	5	5	5	5	4	5	59
17. – 18.	Katarína Buhajová	4. A	Z1májSV	30	3	3	5	5	5	5	5	58
	Jakub Vojaček	6. A	ZJeniKE	30	5	3	5	5	5	-	5	58
19. – 23.	Daniela Grofová	4. C	ZJeniKE	30	3	3	5	5	4	5	5	57
	Ladislav Hovan	5. A	ZKro4KE	30	4	3	0	5	5	5	5	57
	Štefan Lukáč	6. B	ZKuzmic	30	3	4	5	5	0	5	5	57
	Patrik Zatko	prima	GAlejKE	30	1	3	5	5	5	4	5	57
	Michal Ziman	prima	GHaliLC	30	3	3	5	5	4	5	5	57
24. – 27.	Barbora Demjaničová	5. A	ZŠmerPO	30	3	3	5	5	3	5	5	56
	Jakub Kireš	4.B	ZStanKE	30	3	3	-	5	5	5	5	56
	Juraj Krzeminský	5. A	ZŠmerPO	30	3	3	5	5	5	1	5	56
	Jana Mižiková	6. C	ZNov2KE	29	5	3	5	5	4	-	5	56
28. – 31.	Bruno Cuc	prima	GGrösBA	28	3	3	5	5	4	5	5	55
	Dominika Križová	prima	GHaliLC	30	5	3	4	5	3	3	5	55
	Róbert Tóth	prima	GAlejKE	30	1	5	-	5	4	5	5	55
	Petra Zibrínová	5. A	ZŠmerPO	29	0	3	4	5	4	5	5	55
32. – 34.	Lukáš Chalupka	4.C	ZLechKE	30	3	1	5	5	5	1	5	54
	Tomáš Javnický	4. A	ZLechKE	30	5	-	5	2	2	5	5	54
	Dávid Tóth	4. A	ZLechKE	26	3	3	5	5	5	5	5	54
35. – 37.	Pavol Rohár	prima	GAlejKE	26	1	3	5	5	4	5	5	53
	Branislav Rozman	5. A	ZBudimí	30	1	3	5	4	0	5	5	53
	Peter Trubačik	prima	GSNP GL	30	3	3	0	5	5	2	5	53
38.	Dominika Šubertová	5. A	ZŠmerPO	25	3	4	5	5	3	5	5	52
39. – 42.	Ján Ivanecký	4. A	ZLechKE	29	3	1	-	4	4	5	5	51
	Tibor Pastirák	6. B	ZKuzmic	29	5	-	-	5	4	5	3	51
	Bibiána Rusnaková	5. A	ZŠmerPO	28	1	3	5	4	0	5	5	51
	Peter Stanay	sekunda	GAlejKE	29	-	5	5	5	3	1	3	51
43.	Lukáš Sidorjak	5. A	ZŠmerPO	26	1	3	5	5	3	3	5	50
44. – 45.	Lenka Vašková	5. A	ZKro4KE	23	5	4	4	5	3	2	5	49
	Dominika Šarišská	5. A	ZŠmerPO	24	3	3	2	5	5	4	5	49
46.	Marcela Bavoľárová	5. A	ZBudimí	30	2	3	1	4	2	4	3	48
47. – 48.	René Garančovský	5. A	ZŠmerPO	27	3	3	-	3	3	5	3	47
	Jakub Prokša	6. B	ZAngeKE	20	-	3	5	4	5	5	5	47
49.	Vladimíra Kalátová	5.A	ZŠrobPO	20	5	5	5	4	2	1	5	46
50.	Lenka Dancáková	6. A	ZBudimí	30	-	3	5	5	-	-	0	43
51.	Katarína Gallová	5. A	ZKro4KE	30	-	3	-	2	5	2	0	42
52.	Miroslava Vašková	5.A	ZŠmerPO	17	0	3	5	5	5	1	5	41
53. – 54.	Lukáš Hertel	6. A	ZKuzmic	16	1	3	5	5	-	5	3	38
	Jaroslav Černej	6. A	ZKuzmic	30	3	-	-	-	5	-	0	38
55.	Alexandra Jevínová	6. A	ZŠrobPO	8	5	3	5	5	5	4	5	37

Por.	Meno a priezvisko	Trieda	Škola	Poč.	1	2	3	4	5	6	Prémia	Súčet
56.	Andrea Čopíková	5.A	ZŠverSV	13	3	3	5	2	5	1	5	36
57. – 64.	Dušan Blichá	prima	GAlejKE	30	-	-	-	-	-	-	0	30
	Anna Dolejšia	prima A	GVaršŽA	30	-	-	-	-	-	-	0	30
	Elena Fialková	6. B	ZNešpPO	30	-	-	-	-	-	-	0	30
	Michal Hajduk	prima	GAlejKE	30	-	-	-	-	-	-	0	30
	Peter Smolárik	6.A	ZKe30KE	30	-	-	-	-	-	-	0	30
	Samuel Straka	4.C	ZŠmerPO	30	-	-	-	-	-	-	0	30
	Zuzana Zatrochová	prima	GAlejKE	30	-	-	-	-	-	-	0	30
	Jana Škopeková	5. A	ZŠmerPO	17	5	3	2	2	0	1	0	30
65. – 66.	Veronika Nógellová	sekunda	GGrösBA	29	-	-	-	-	-	-	0	29
	Daniel Till	4. A	ZNov2KE	29	-	-	-	-	-	-	0	29
67. – 70.	Martin Bachratý	6. A	ZGaštŽA	28	-	-	-	-	-	-	0	28
	Monika Daniláková	4.C	ZŠmerPO	28	-	-	-	-	-	-	0	28
	Jana Hovancová	4. A	ZBudimí	23	0	3	0	0	0	2	0	28
	Matej Sonlajtner	5. N	ZMlynár	28	-	-	-	-	-	-	0	28
71.	Petra Bernátová	6. A	ZBudimí	0	3	3	5	5	5	-	5	26
72.	Adelka Mohammadová	4. C	ZJeniKE	23	-	-	-	-	-	-	0	23
73. – 74.	Tomáš Ragulský	4.A	ZLechKE	22	-	-	-	-	-	-	0	22
	Patrik Vajda	4.B	ZLechKE	16	3	1	0	2	0	0	0	22
75. – 76.	Daniela Gajdošová		ZStanKE	16	-	-	-	-	-	-	0	16
	Barbora Vaššová	4.C	ZŠmerPO	16	-	-	-	-	-	-	0	16
77. – 78.	Slávka Džupinová	6.D	ZStanKE	0	2	1	5	5	0	1	0	14
	Veronika Zajacová	6.D	ZStanKE	0	2	1	5	5	0	1	0	14
79.	Tomáš Nagy	5.C	ZStanKE	13	-	-	-	-	-	-	0	13
80.	Peter Pribula	5. A	ZSeňa	12	-	-	-	-	-	-	0	12
81. – 82.	Michal Banas	prima A	ZTylgBA	8	-	-	-	-	-	-	0	8
	Ivana Ihnátová	6. B	ZKuzmic	0	3	3	2	0	-	-	0	8
83.	Veronika Kaňuchová	4. A	ZLechKE	6	-	-	-	-	-	-	0	6
84.	Katarína Uporská	?	ZStanKE	4	-	-	-	-	-	-	0	4

Názov: MALYNÁR — korešpondenčný matematický seminár
Číslo 6 • Jún 2003 • Letná časť 12. ročníka (2002/2003)

Vydáva: Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice 1
Internet: <http://zdruzenie.strom.sk>
Email: zdruzenie@strom.sk